

ÉPREUVE MUTUALISÉE AVEC E3A-POLYTECH

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP

SCIENCES INDUSTRIELLES

Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Les calculatrices sont autorisées.

Le sujet est composé de quatre parties, toutes indépendantes.

Le sujet est composé de 16 pages.

Le Document Réponse, à rendre avec la copie, est composé de 4 pages, de DR1 à DR5 et d'un document D6.

Le Document Réponse doit être rendu dans son intégralité avec la copie.

Exolift, système d'aide à la montée d'échelle au sein d'un parc éolien

Présentation

Dans une problématique d'entretien du parc éolien, les techniciens sont appelés à monter et descendre plusieurs fois par jour des échelles pouvant mesurer jusqu'à 80 mètres. L'entreprise française Fixator, fabricant de treuils et de plateformes suspendues dans le domaine du bâtiment et des travaux publics (BTP) depuis plus de 90 ans, a mis à profit son expérience pour concevoir un système autonome d'aide à la montée, Exolift. Ce système portatif sur batterie fonctionne indépendamment de l'éolienne (si le parc éolien est mis hors tension pour des raisons de sécurité, les techniciens de maintenance peuvent profiter pleinement de leur aide à la montée, contrairement aux systèmes installés à demeure sur l'échelle de l'éolienne). Exolift permet ainsi de réduire les temps d'arrêt des éoliennes. Exolift est également un équipement qui minimise l'investissement initial pour les exploitants des parcs éoliens car il s'utilise sur une simple sangle installée à demeure sur l'échelle, réduisant le temps d'installation et le coût matériel.

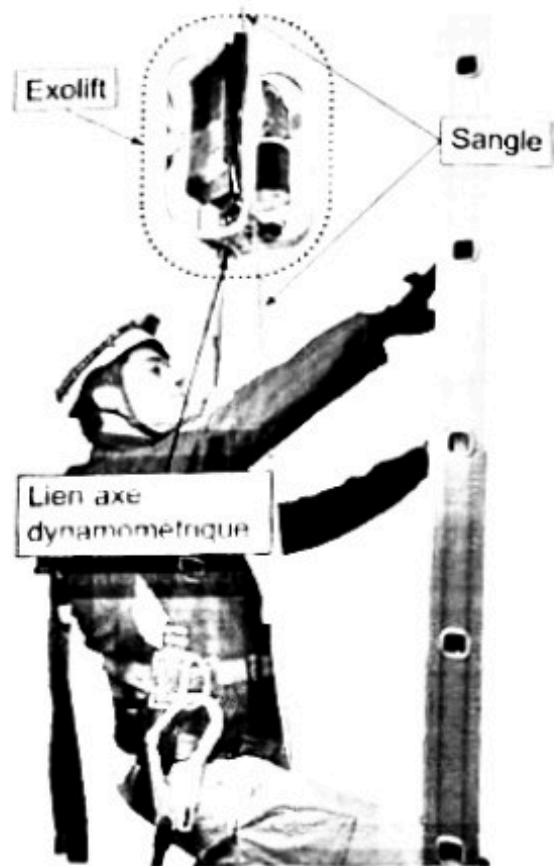


Figure 1 - Exolift utilisé sur une échelle

Analyse structurelle

D'une manière générale, l'Exolift utilise le phénomène d'adhérence entre la sangle et un galet motorisé. La sangle étant fixée à l'échelle, lorsque le galet va tourner, l'ensemble Exolift va alors se déplacer le long de la sangle et supporter une partie du poids de l'utilisateur à la montée, comme à la descente (figure 1).

Il est principalement constitué (figure 2) d'un cadre 1, d'un panneau de commande 2, d'une batterie 3, d'un moteur électrique 4, d'un réducteur avec renvoi d'angle 5 et d'un galet motorisé 6. Le panneau de contrôle/commande permet à l'utilisateur d'obtenir des informations sur l'état du système (par le biais de 5 leds multicolores) et d'envoyer des ordres de commande (marche/arrêt via un interrupteur, monter/descendre via une manette de commande, arrêt d'urgence...). L'Exolift comporte également un axe dynamométrique 7, permettant de mesurer l'action mécanique de l'utilisateur sur l'Exolift, et un capteur à effet Hall au niveau de l'arbre du moteur permettant de mesurer la vitesse angulaire du moteur (uniquement pour des questions de sécurité). Un capteur de fin de course est positionné aux extrémités de l'échelle afin de stopper l'Exolift. Enfin, une option sur l'Exolift permet de le renvoyer à vide en haut ou en bas de l'échelle afin qu'une autre personne puisse l'utiliser. Toutes ces commandes et informations sont traitées par une carte électronique embarquée qui se charge de générer la commande du moteur tout en assurant la sécurité de l'utilisateur.

Le diagramme de définition des blocs (figure 3) présente les différents sous-systèmes et composants de l'Exolift. Le diagramme de blocs interne (figure 4) présente l'architecture de l'Exolift ainsi que les flux échangés entre les différents sous-systèmes. Un extrait du cahier des charges est présenté par le diagramme des exigences (voir D6 du Document Réponse).

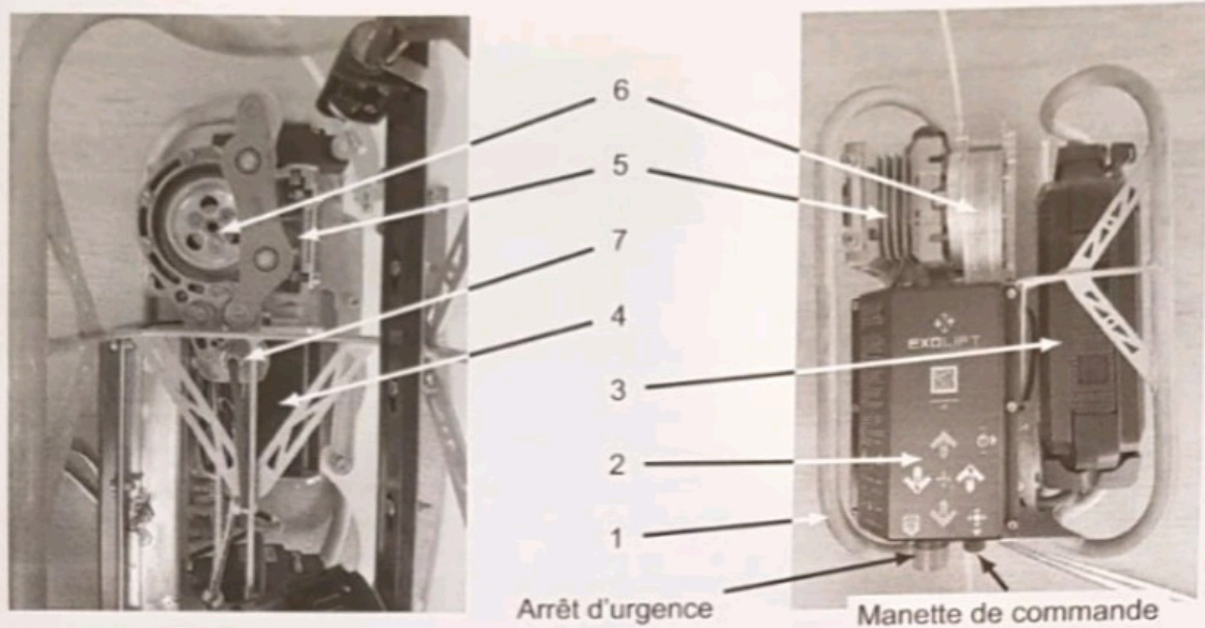


Figure 2 - À gauche, vue de l'Exolift suivant l'axe du galet (sans la batterie); à droite, vue de face avec la batterie

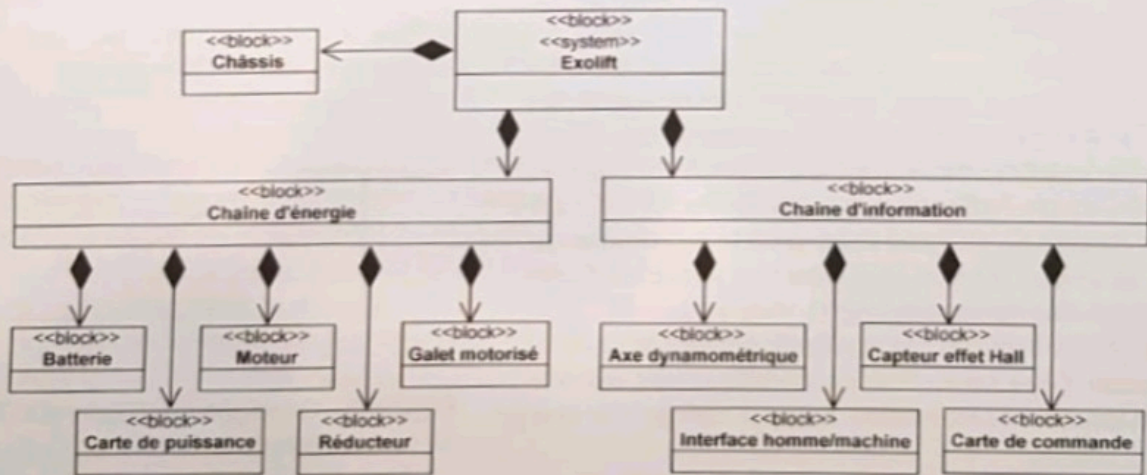


Figure 3 - Diagramme de définition des blocs partiel de l'Exolift

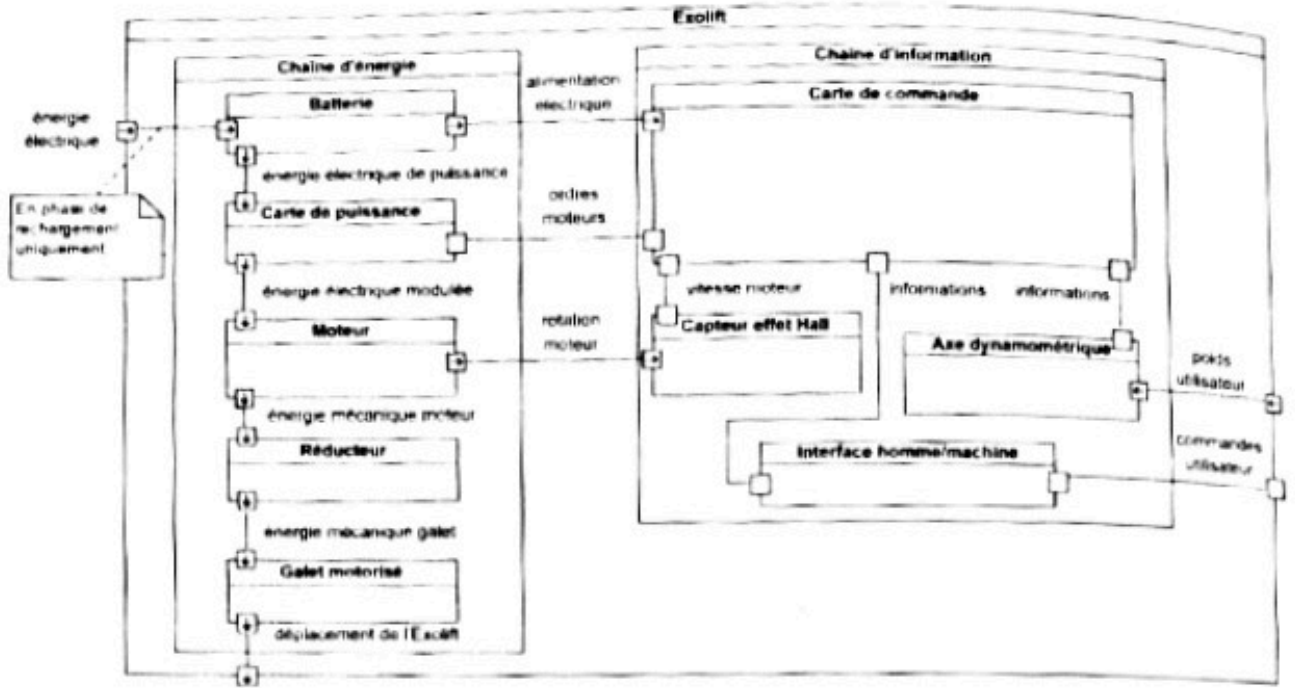


Figure 4 - Diagramme de blocs interne partiel de l'Exolift

- Q1. Compléter la chaîne structurale de l'Exolift du Document Réponse 1 en précisant le nom des composants et la nature des flux échangés (I pour information, E pour énergie et M pour matière)

Partie I - Étude du fonctionnement général du système

I.1 - Loi de commande

Objectif : analyser la génération de la consigne de vitesse (exigence 1.3.3.3).

Afin de garantir la sécurité de l'utilisateur et la bonne utilisation de son système, notamment en descente, les concepteurs ont mis en place une consigne de vitesse, de norme notée v , de l'Exolift qui dépend du poids P_u (masse m_u) de l'utilisateur équipé. Cette loi de commande (figure 5), intégrée dans la carte de commande, prend en entrée la force de l'utilisateur sur l'Exolift, mesurée par l'axe dynamométrique, notée F_m .

Afin de prendre en compte les discontinuités de cette loi, l'utilisation d'une seule fonction conditionnelle est retenue : la fonction de Heaviside, notée u , définie telle que :

$$\forall x < 0, u(x) = 0 \quad \text{et} \quad \forall x \geq 0, u(x) = 1.$$

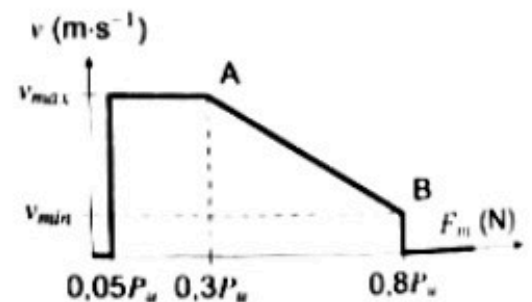


Figure 5 - Consigne de vitesse de l'Exolift en fonction de la force F_m

- Q2. Quel est le comportement de l'Exolift en descente lorsque l'utilisateur se laisse pendre et ne touche pas l'échelle ?
- Q3. Partant du point de vitesse de consigne B, en montée, quel sera le comportement de l'Exolift si l'utilisateur ralentit ? Et s'il accélère ?

Q4. Compléter l'expression de la loi de vitesse $v(F_m)$:

$$v(F_m) = v_{max} u(F_m - 0,05P_u) \pm \dots$$

sous forme de combinaison linéaire de la fonction u décalée (par exemple, $u(F_m - F_1)$) pour la fonction décalée de F_1) en fonction des vitesses v_{max} , v_{min} et des différents taux du poids de l'utilisateur.

C'est cette loi $v(F_m)$ qui est implantée dans la carte de commande.

Dans la suite du sujet, seul le cas simple d'une consigne de vitesse constante sera étudié.

1.2 - Étude de l'opération de pesée

Objectif : analyser le déroulement de la pesée initiale (exigence 1.3.3.1).

L'étude précédente a montré que la commande de l'Exolift dépend du poids de l'utilisateur P_u . C'est pourquoi avant toute utilisation de l'Exolift, une opération de pesée est effectuée. Pendant cette opération, l'utilisateur doit se suspendre pendant au moins 3 secondes afin que l'axe dynamométrique puisse mesurer P_u . Cette valeur sera ensuite comparée à des valeurs limites de réglage (valeurs minimale notée F_{min} et maximale notée F_{max}) pour vérifier que la prise de mesure s'est exécutée correctement. Les diagrammes d'états suivants (**figures 6 et 7**) présentent la commande de l'Exolift permettant de réaliser la pesée, dont les événements et actions sont précisés ci-dessous.

Évènements

ON : l'Exolift est alimenté

OFF : l'Exolift est éteint

Pmes=0 : la pesée n'est pas encore faite

Pmes=1 : la pesée s'est bien déroulée

défaut=1 : la pesée ne s'est pas bien effectuée

r=1 : une demande de renvoi de l'Exolift a été effectuée

m=0 : la manette est relâchée (**figure 2**)

m=1 : la manette est enfoncée

m=haut : la manette est levée

m=bas : la manette est baissée

Actions

allumer une led : cette action est monostable, c'est-à-dire que lorsqu'elle n'apparaît pas dans un état, la led est éteinte. Les leds peuvent s'allumer en vert ou en rouge.

BIP : un BIP sonore est émis.

La durée des transitions est négligée et lorsque l'utilisateur se suspend sans toucher l'échelle, le poids mesuré P_u sera considéré comme compris entre F_{min} et F_{max} .

Le scénario étudié est le suivant :

- à $t = 0$ s, l'utilisateur appuie sur ON et se suspend ;
- à $t = 1$ s, il enfonce la manette ;
- à $t = 2$ s, il remonte sur l'échelle pour vérifier son matériel, la valeur moyenne mesurée de P_u sera donc inférieure à F_{min} ;
- à $t = 5$ s, il se suspend ;
- à $t = 8$ s, il enfonce la manette ;
- à $t = 12$ s, il remonte sur l'échelle.

Q5. Compléter le DR2 en indiquant, pour chaque instant, les leds allumées ainsi que les valeurs de Pmes et défaut.

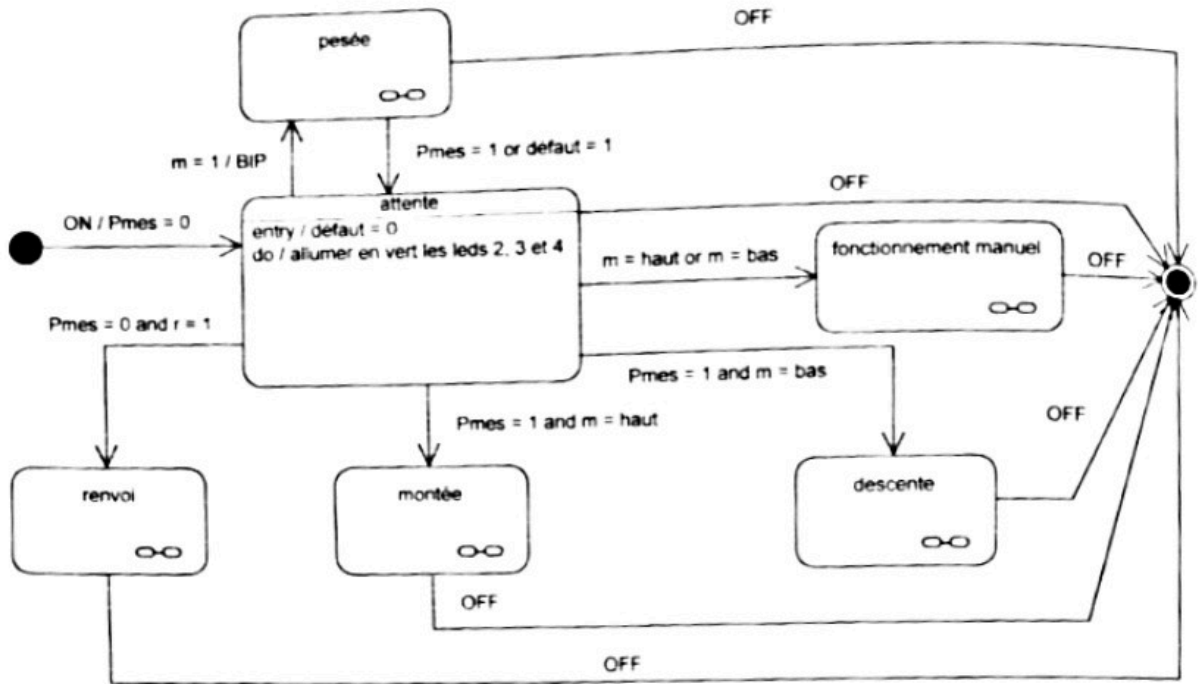


Figure 6 - Diagramme d'états de la commande de l'Exolift

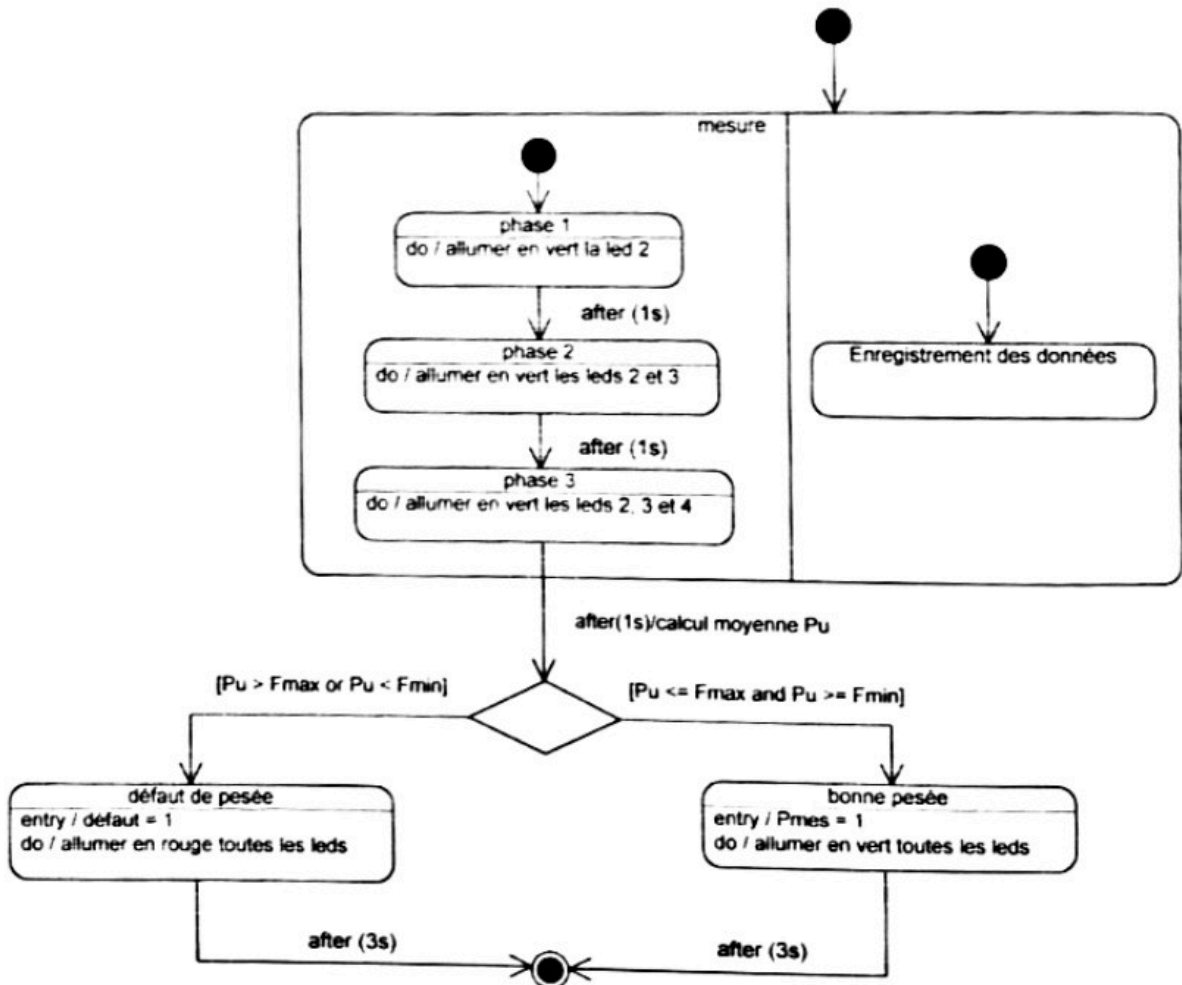


Figure 7 - Diagramme d'états de l'état composite pesée

Partie II - Étude de la chaîne d'information (*Informatique Pour Tous*)

Objectif : mettre en place le traitement des informations reçues de l'axe dynamométrique afin de les rendre utilisables par la carte de commande.

L'effort de l'utilisateur sur l'Exolift F_m , permettant d'imposer la commande de vitesse de l'Exolift, est mesuré à l'aide d'un axe dynamométrique. Cette action mécanique déforme l'axe dynamométrique. Cette déformation est mesurée à l'aide de deux jauges d'extensiométrie (jauges de déformation) collées sur un arbre. Le signal délivré par l'axe dynamométrique est une tension liée à l'effort recherché.

Dans cette partie, l'étalonnage du capteur, puis le filtrage de sa sortie seront analysés et, ensuite, les différentes données enregistrées lors d'un étalonnage seront exploitées.

II.1 - Étalonnage de l'axe dynamométrique

Objectif : déterminer le modèle de comportement du capteur afin de déterminer la relation entre la tension sortie du capteur et l'effort F_m recherché (exigence 1.3.3.1.1).

Un étalonnage, réalisé sur le site de production, permet d'obtenir la relation entre l'effort F_m et le signal de sortie du capteur. La **figure 8** présente les résultats d'un étalonnage réalisé sur l'axe dynamométrique de l'Exolift. Ce graphique montre que la relation entre la tension de sortie du capteur et l'effort mesuré peut être approximée par une loi affine, qui sera considérée valide sur toute la plage d'utilisation de l'axe dynamométrique. Il est donc proposé ici de programmer une régression linéaire.

Pour réaliser la régression linéaire, la méthode des moindres carrés sera utilisée. Elle consiste à modéliser au mieux les points expérimentaux par une droite (**figure 9**).

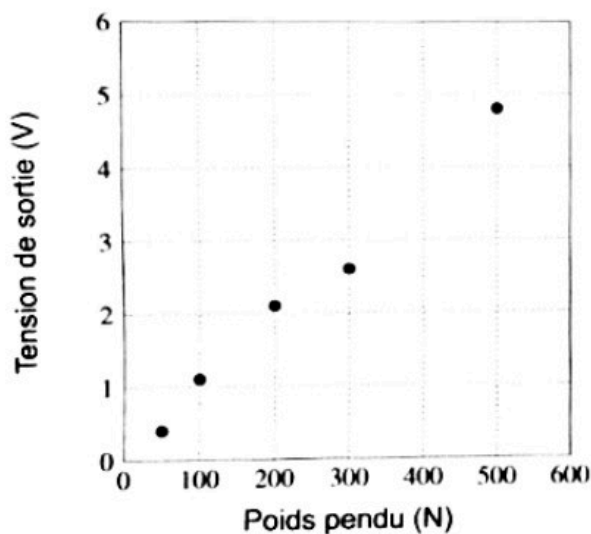


Figure 8 - Résultat d'un étalonnage

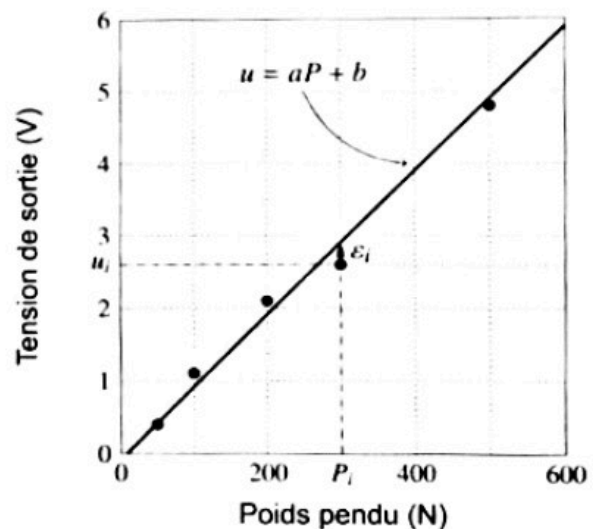


Figure 9 - Droite obtenue par la méthode des moindres carrés

L'équation de la droite sera notée $u = aP + b$. Pour chaque mesure, le poids pendu sera noté P_i , la tension mesurée u_i , et l'écart entre la tension mesurée et la tension modélisée sera noté ε_i (**figure 9**).

Soit N le nombre de mesures réalisées pendant l'étalonnage ($N = 5$ sur la **figure 9**), la méthode des moindres carrés consiste à trouver les valeurs de a et b qui minimisent le réel :

$$S = \sum_{i=0}^{i=N-1} \varepsilon_i^2.$$

Q6. Donner l'expression de ε_i en fonction de a , b , P_i et de u_i .

La résolution de cette minimisation permet de trouver les expressions de a et b :

$$a = \frac{NS_{Pu} - S_P S_u}{NS_{PP} - S_P^2} \quad b = \frac{S_P S_{Pu} - S_u S_{PP}}{S_P^2 - NS_{PP}}$$

avec :

$$S_P = \sum_{i=0}^{i=N-1} P_i \quad S_u = \sum_{i=0}^{i=N-1} u_i \quad S_{PP} = \sum_{i=0}^{i=N-1} P_i^2 \quad S_{Pu} = \sum_{i=0}^{i=N-1} P_i u_i.$$

Notations et hypothèses

- Les bibliothèques `numpy` et `matplotlib.pyplot` ont été importées :
`import numpy as np` et `import matplotlib.pyplot as plt`.
- Les poids P_i sont stockés dans un tableau `numpy` de longueur N , noté `P` :
`P=np.array([P0,P1,...])`.
- Les tensions u_i sont stockées dans un tableau `numpy` de longueur N , noté `u` :
`u=np.array([u0,u1,...])`.
- La longueur N n'est pas affectée.

Fonctions de la bibliothèque `numpy`

- La fonction `np.dot(X,Y)` donne le produit matriciel ; lorsque X et Y sont deux tableaux de longueur N , `np.dot(X,Y)` a la même valeur que le produit scalaire entre X et Y .
 - La fonction `np.sum(X)` donne la somme des éléments du tableau X .
 - La fonction `np.ones(N)` donne un tableau `numpy` de longueur N où tous les éléments ont pour valeur 1.
- Q7.** Proposer deux instructions permettant d'affecter les variables `SPP` puis `SPu` représentant S_{PP} et S_{Pu} en utilisant les tableaux `P` et `u`, les fonctions de `numpy` et sans faire de boucle.
- Q8.** Proposer deux instructions permettant d'affecter les variables `SP` puis `Su` représentant S_P et S_u en utilisant les tableaux `P` et `u`, les fonctions de `numpy` et sans faire de boucle.
- Q9.** Proposer des instructions permettant d'affecter les variables `a` puis `b` représentant a et b en utilisant les tableaux `P` et `u` et les variables précédemment définies.
- Q10.** En considérant les variables `a` et `b` affectées, proposer des instructions permettant de tracer uniquement les points et la droite de la **figure 9**. Dans la fonction `plot`, l'argument supplémentaire `'o'` permet de ne pas relier les points par une droite.

II.2 - Filtrage de la tension de sortie du capteur

Objectif : analyser deux types de filtre (exigence 1.3.3.1.2).

Comme le montre la **figure 10**, la tension de sortie du capteur est bruitée. Afin d'améliorer le comportement de l'Exolift, un filtrage de la sortie du capteur est nécessaire. Deux méthodes de filtrage vont être programmées : la moyenne glissante et le filtre passe-bas.

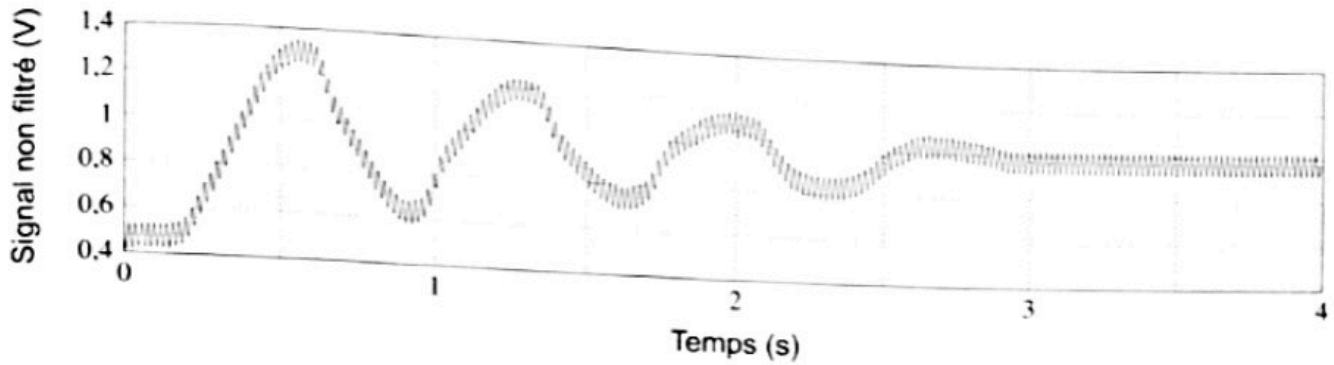


Figure 10 - Signal brut du capteur

Notations et hypothèses

Les notations et hypothèses de la partie II.1 sont complétées par :

- les tensions filtrées u_i^f sont stockées dans un tableau numpy de longueur N , noté `uf` :
`uf=np.array([uf0,uf1,...]);`
- les instants t_i sont stockés dans un tableau numpy de longueur N , noté `temps` :
`temps=np.array([t0,t1,...]).`

II.2.1 - Filtrage par moyenne glissante

Cette méthode consiste à prendre la moyenne des mesures précédentes. n est le nombre de mesures utilisées pour calculer la moyenne. Il est appelé ordre de la moyenne glissante. La moyenne glissante s'obtient alors par :

$$\text{si } i < n - 1, u_i^f = \sum_{k=0}^{k=i} \frac{u_k}{i+1} \quad \text{ou} \quad \text{si } i \geq n - 1, u_i^f = \sum_{k=i-n+1}^{k=i} \frac{u_k}{n}.$$

Q11. Compléter le tableau du **DR3** en utilisant la méthode de la moyenne glissante pour $n = 3$ avec le tableau `u` donné contenant 5 éléments.

Q12. Créer la fonction `filtre_mg(u,n)` qui prend pour argument `u`, un tableau de mesures à filtrer et `n` l'ordre de la moyenne glissante et renvoie un tableau de mesures filtrées par cette méthode.

La **figure 11** présente le résultat du filtrage par la moyenne glissante pour différentes valeurs de n .

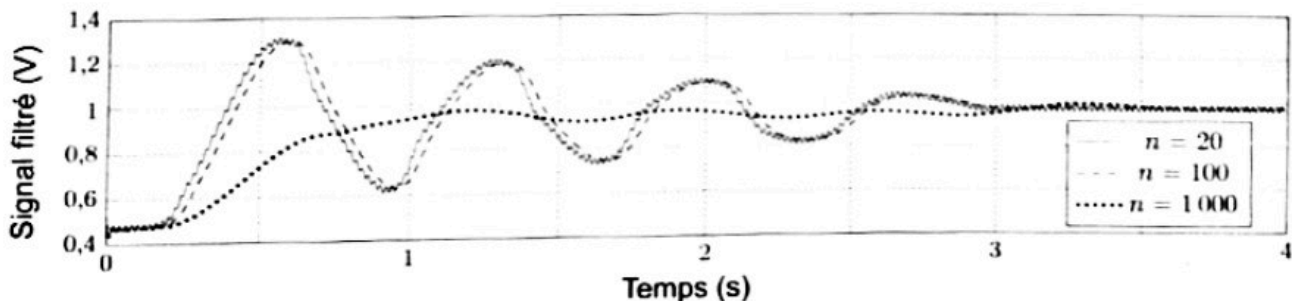


Figure 11 - Signal filtré par la méthode de la moyenne glissante pour différents ordres

Q13. Quelle est l'influence de l'ordre n sur la qualité du filtrage ?

II.2.2 - Filtrage par filtre passe-bas

Dans le cas d'un filtre passe-bas d'ordre 1, cette méthode revient à résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\tau \frac{du_f(t)}{dt} + u_f(t) = u(t)$$

où $f = \frac{1}{2\pi\tau}$ est la fréquence de coupure, $u(t)$ est le signal à filtrer, $u_f(t)$ le signal filtré et t le temps.

Q14. Donner l'expression de u_{i+1}^f en fonction de u_i^f , u_i , t_{i+1} , t_i et de τ en utilisant la méthode d'Euler explicite. Proposer une valeur pour u_0^f .

Q15. Créer la fonction `filtre_pb(u, temps, f)` qui prend pour argument un tableau `u` des mesures à filtrer, un tableau `temps`, de même dimension, représentant le temps et `f` la fréquence de coupure du filtre passe-bas et qui renvoie un tableau des mesures filtrées par cette méthode.

La figure 12 présente le résultat du filtrage passe-bas pour différentes valeurs de f .

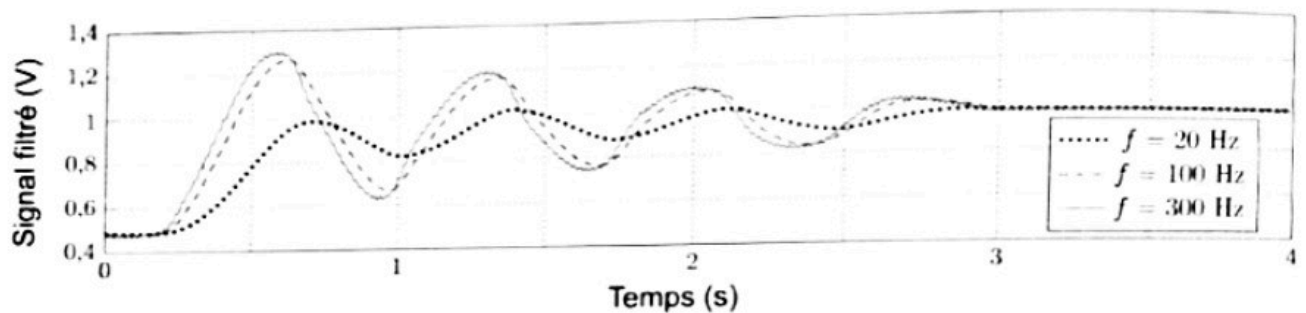


Figure 12 - Signal filtré par un filtre passe-bas pour différentes fréquences de coupure

Q16. Quelle est l'influence de la fréquence de coupure f sur la qualité du filtrage ?

II.2.3 - Comparaison des méthodes

La figure 13 montre le résultat du filtrage par les deux méthodes vues précédemment.

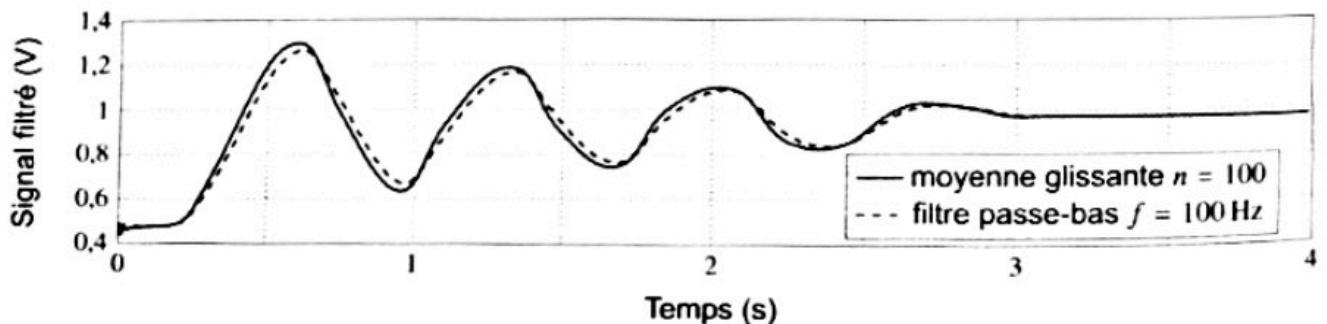


Figure 13 - Signal filtré par les deux méthodes

Q17. Comparer la complexité temporelle asymptotique des deux méthodes.

II.3 - Exploitation des données d'un étalonnage

Objectif : exploiter les données d'un étalonnage.

Pour des raisons de sécurité, un entretien annuel de l'Exolift est obligatoire. Au cours de cet entretien, le technicien procède à un nouvel étalonnage de l'axe dynamométrique. L'évolution trop importante des paramètres du modèle de comportement de l'axe dynamométrique peut permettre de détecter des anomalies et ainsi prévoir son remplacement. Il est ainsi nécessaire de stocker toutes les informations d'étalonnage lors de chaque entretien. Pour cela, une base de données est utilisée et sera étudiée partiellement. Celle-ci est composée de deux tables :

- la table `capteurs` contenant les informations liées aux axes dynamométriques de tous les Exolift existants, avec les attributs :
 - `num` (entier), numéro de l'axe dynamométrique (clef primaire);
 - `date_etalonnage` (chaîne de caractères), date du dernier étalonnage de l'axe dynamométrique;
 - `entreprise` (chaîne de caractères), nom de l'entreprise à qui a été vendu l'Exolift sur lequel a été monté l'axe dynamométrique.
- la table `etalonnages` contenant les informations liées aux étalonnages, avec les attributs :
 - `numero` (entier), numéro de l'étalonnage (clef primaire);
 - `technicien` (chaîne de caractères), nom du technicien ayant effectué l'étalonnage;
 - `numero_capteur` (entier), numéro de l'axe dynamométrique sur lequel a été fait l'étalonnage;
 - `date` (chaîne de caractères), date de l'étalonnage;
 - `R2` (flottant), coefficient de corrélation de la régression effectuée lors de l'étalonnage.

Q18. Écrire une requête SQL qui donne le nombre d'étalonnages réalisés sur l'axe dynamométrique numéro 3.

Q19. Écrire une requête SQL qui donne toutes les dates d'étalonnage et les valeurs du coefficient de corrélation des Exolift vendus à l'entreprise nommée XXX.

Q20. Écrire une requête SQL qui donne le nom de l'entreprise et la moyenne des coefficients de corrélation de tous les étalonnages des Exolift vendus à chaque entreprise. Le résultat sera classé par ordre alphabétique du nom de l'entreprise.

Partie III - Étude de la chaîne d'énergie

Objectif : modéliser le comportement dynamique du système afin d'analyser son comportement face à une perturbation (exigence 1.3.2).

Le schéma-blocs fonctionnel de la **figure 14** présente la modélisation du comportement de l'Exolift.

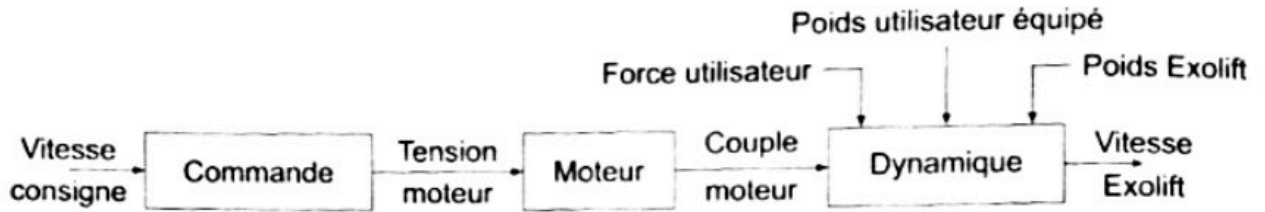


Figure 14 - Schéma-blocs fonctionnel de l'Exolift

III.1 - Dynamique du système

Objectif : déterminer la fonction de transfert associée au comportement dynamique du système.

Paramétrage et modélisation

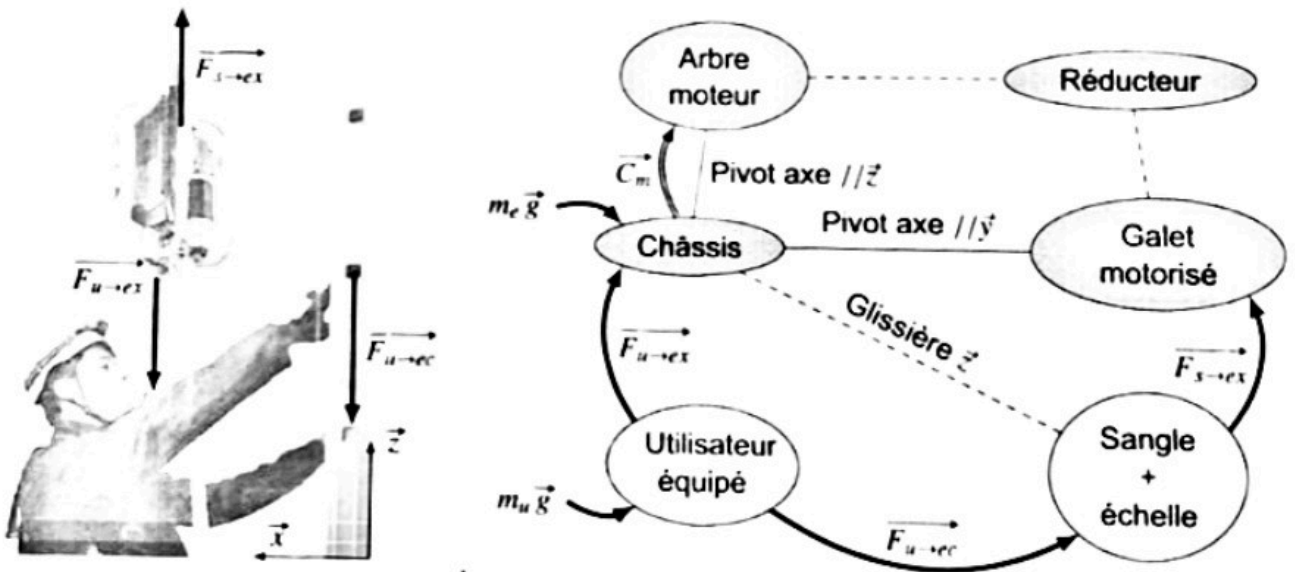


Figure 15 - Représentation des efforts lors d'une montée d'échelle et graphe de structure associé (les liaisons en pointillés correspondent aux hypothèses de modélisation retenues, les nœuds en gris sont des sous-systèmes de l'Exolift)

La **figure 15** présente les seuls efforts pris en compte dans la modélisation. On considère que :

- le référentiel, de base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, lié à l'échelle est considéré comme fixe et galiléen ;
- la verticale ascendante est modélisée par le vecteur \vec{z} ;
- l'accélération de la pesanteur est notée $\vec{g} = -g \vec{z}$ avec $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$;
- l'utilisateur équipé, de masse m_u , exerce un effort $\vec{F}_{u \rightarrow ec} = -F_{u \rightarrow ec} \vec{z}$ sur l'échelle ;
- l'Exolift, de masse m_e , est soumis à l'effort de la sangle noté $\vec{F}_{s \rightarrow ex} = F_{s \rightarrow ex} \vec{z}$. Il a un mouvement de translation rectiligne le long de l'échelle (suivant la direction \vec{z}) ;

- l'utilisateur étant relié à l'Exolift par un mousqueton, directement lié à l'axe dynamométrique, l'utilisateur et l'Exolift se déplacent à la même vitesse par rapport à l'échelle, notée $\vec{V}(t) = v(t)\vec{z}$. L'effort mesuré par l'axe dynamométrique, à savoir l'effort de l'utilisateur sur l'Exolift, est noté $\vec{F}_{u \rightarrow ex} = -F_{u \rightarrow ex}\vec{z}$.

Q21. En isolant l'Exolift et l'utilisateur et en précisant le théorème utilisé, déterminer la relation entre les efforts $F_{s \rightarrow ex}$, $F_{u \rightarrow ex}$, la vitesse $v(t)$ et les données.

III.2 - Modélisation de la motorisation

Le moteur électrique présent dans l'Exolift peut-être modélisé par les équations suivantes :

$$u_m(t) = R_m i_m(t) + L_m \frac{di_m(t)}{dt} + e(t); \quad J_c \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) + c_r(t); \quad e(t) = K_e \omega_m(t); \quad c_m(t) = K_c i_m(t).$$

Notations du moteur	
u_m : tension d'alimentation du moteur	$R_m = 0,086 \Omega$: résistance aux bornes du moteur
i_m : courant circulant dans le moteur	$L_m = 0,305 \text{ mH}$: inductance des bobines du moteur
e : force contre-électromotrice du moteur	J_c : inertie équivalente de l'ensemble {arbre moteur, réducteur, galet} ramenée sur l'arbre moteur
ω_m : vitesse de rotation de l'arbre moteur	$K_e = 0,071 \text{ V}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$: constante électrique
c_m : couple disponible sur l'arbre moteur	$K_c = 0,071 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$: constante de couple
c_r : couple résistant	

L'arbre du moteur a un moment d'inertie suivant son axe de rotation $J_m = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Il est relié à un réducteur avec renvoi d'angle de moment d'inertie J_r , ramené à son arbre de sortie, tel que $J_r = 1,9 \cdot 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ et de rapport de réduction $\lambda = \frac{\omega_r}{\omega_m} = \frac{1}{30}$ avec ω_r la vitesse de rotation en sortie du réducteur. La sortie du réducteur est directement reliée au galet d'entraînement de la sangle, de rayon $R_g = 0,03 \text{ m}$, de masse $m_g = 0,093 \text{ kg}$ et d'inertie $J_g = 62,628 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$. On précise que l'Exolift a une masse $m_e = 11,5 \text{ kg}$ et que l'utilisateur équipé ne peut pas avoir une masse supérieure à 130 kg.

Hypothèses et notations

- Les masses de l'ensemble {arbre moteur, réducteur, galet} sont négligeables, seules leurs inerties seront prises en compte pour le calcul de l'énergie cinétique de cet ensemble.
- Les liaisons sont parfaites.
- Le rendement du réducteur est unitaire.
- Le contact entre le galet et la sangle se fait sans glissement.
- La transformée de Laplace d'une fonction temporelle $f(t)$ sera notée $F(p) = \mathcal{L}[f(t)]$.

Q22. Dans les conditions de Heaviside, compléter les blocs grisés du schéma-blocs du DR4 modélisant le comportement du moteur électrique.

Q23. Déterminer l'expression littérale puis numérique de l'inertie équivalente J_c de l'ensemble {arbre moteur, réducteur, galet} ramenée sur l'arbre moteur.

Q24. En négligeant la tension du brin mou de la sangle (voir figure 16) et en supposant les liaisons parfaites, déterminer l'expression des puissances extérieures à l'ensemble {arbre moteur, réducteur, galet}.

Q25. En appliquant le théorème énergie-puissance à l'ensemble {arbre moteur, réducteur, galet}, déterminer la relation entre c_m , $F_{s \rightarrow ex}$, la vitesse $v(t)$ et les données.

Q26. En utilisant les résultats des Q21 et Q25 et le schéma-blocs du DR4, déterminer l'expression de J_{eq} en fonction de J_c , m_e , m_u , λ et de R_g .

- Q27.** Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert $H_{pert}(p) = \frac{-V(p)}{F_{u-sec}(p)}$ sous forme canonique en considérant les autres entrées nulles.

III.3 - Analyse de la stabilité

On donne l'expression numérique de $H_{pert}(p)$:

$$H_{pert}(p) = 1,7 \times 10^{-5} \times \frac{1 + 3,5 \times 10^{-3} p}{1 + \frac{2 \times 0,65}{218} p + \frac{p^2}{218^2}}$$

- Q28.** Sur le DR5, réaliser les tracés des diagrammes de Bode asymptotiques et réels de $H_{pert}(j\omega)$.

On suppose que l'utilisateur monte l'échelle à une vitesse de $0,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et que les barreaux de l'échelle sont distants de 40 cm.

- Q29.** Déterminer la valeur numérique de la fréquence de sollicitation de l'Exolift.

- Q30.** Quel sera le comportement de l'Exolift soumis à cette sollicitation ? Conclure sur le respect de l'exigence 1.3.2.

Partie IV - Assurer la sécurité du technicien

Objectif : déterminer les contraintes liées au montage de la sangle (exigence 1.3.3).

Une fois l'opération de pesée réalisée et l'action de montée/descente enclenchée par le technicien, l'Exolift va fournir la puissance nécessaire pour supporter une partie de la charge. Le moteur électrique transmet sa puissance mécanique de rotation à un galet par le biais d'un réducteur/renvoi d'angle. Par l'adhérence entre le galet et la sangle installée sur l'échelle, l'ensemble {Exolift + utilisateur} va se translater le long de l'échelle.

Hypothèses et notations

La figure 16 présente le paramétrage de l'étude.

- Les masses et inerties des galets de renvoi et de la sangle seront négligées.
 - La base d'étude $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est orthonormée directe.
 - L'étude se fera dans le sens de la montée à la vitesse constante V (le galet motorisé tourne alors dans le sens direct) par rapport à l'échelle considérée comme référentiel galiléen.
 - Le galet, de rayon R_g , est en liaison pivot d'axe (O, \vec{y}) avec le corps de l'Exolift. Il est entraîné en rotation par l'ensemble moto-réducteur.
 - Le contact galet/sangle se fait avec frottement de coefficient f .
 - Toutes les autres liaisons sont supposées parfaites.
 - $d\vec{F} = dF_n \vec{n} + dF_t \vec{t}$ est la force élémentaire exercée par le galet sur l'élément de sangle d'angle élémentaire $d\theta$ où dF_n est la composante normale au contact et dF_t la composante tangentielle.
- Soit $\left\{ d\mathcal{T}_{g \rightarrow s} \right\} = \left\{ \begin{matrix} d\vec{F} \\ 0 \end{matrix} \right\}_M$ le torseur des actions mécaniques élémentaires exercées par le galet motorisé sur l'élément de sangle d'angle élémentaire $d\theta$.
- Les forces \vec{T} et $\vec{T} + d\vec{T}$ correspondent respectivement aux actions mécaniques exercées par les brins mou et tendu de la sangle sur l'élément de sangle étudié. Ces forces sont normales aux sections droites de la sangle, paramétrées par les vecteurs unitaires \vec{u}_1 et \vec{u}_2 .

- L'angle d'enroulement total de la sangle sur le galet, noté α , est assuré par la présence de deux galets de renvoi de centres respectifs A et B . Ces galets de renvoi sont en liaison pivot avec le corps de l'Exolift d'axes respectifs (A, \vec{y}^*) et (B, \vec{y}^*) .

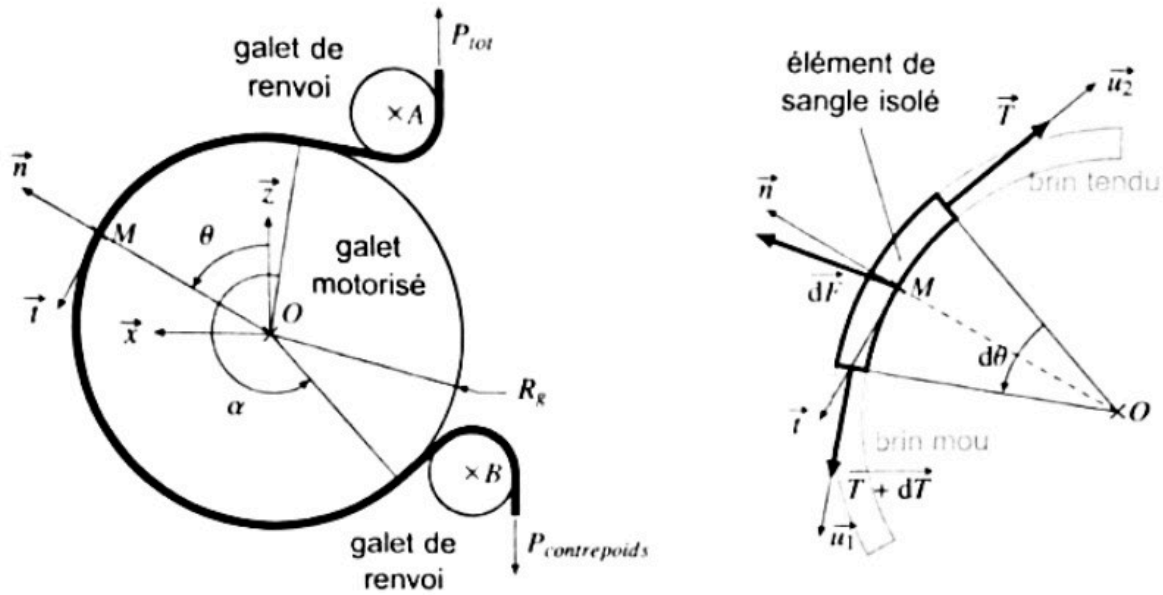


Figure 16 - Paramétrage local du contact galet/sangle

- Q31.** En isolant un galet de renvoi et la partie de la sangle en contact avec lui, montrer que le galet de renvoi ne modifie pas la valeur de la tension dans la sangle.
- Q32.** Montrer que le moment élémentaire des actions mécaniques du galet motorisé sur la sangle au point O s'écrit $dM_O = R_g dF_t \vec{y}^*$.

Pour la **Q33**, on considère que la portion de sangle en contact avec le galet est indéformable. On note ω_s et ω_g les vitesses de rotation respectives de la portion de sangle et du galet par rapport à l'Exolift autour de l'axe (O, \vec{y}^*) .

La suite de l'étude se fait à la limite d'adhérence entre la sangle et le galet.

- Q33.** Déterminer la vitesse de glissement au point M de la sangle par rapport au galet motorisé, notée $\vec{V}_{M,s/g}$, en fonction de ω_s et de ω_g . Justifier alors le sens de l'effort tangentiel dF_t .
- Q34.** D'après la loi de Coulomb et dans les hypothèses d'étude, donner la relation entre dF_n et dF_t .
- Q35.** En précisant le principe ou théorème appliqué sur l'élément de sangle, déterminer les relations qui relient les différents efforts aux paramètres du problème et en déduire l'expression des deux composantes élémentaires dF_n et dF_t .
- Q36.** Montrer qu'une linéarisation (développement limité) à l'ordre 1 permet d'obtenir le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} dF_n = T d\theta \\ dF_t = -dT \end{cases}$$

- Q37.** En utilisant la relation obtenue à la **Q34**, déterminer l'expression de $T(\theta)$, tension dans la sangle à l'angle d'enroulement θ , en fonction du poids P_{tot} de l'ensemble à soulever appliqué à la sangle tel que $T(\theta = \theta_{min}) = P_{tot}$.

Q38. En déduire l'expression littérale du couple transmissible C_t par adhérence du galet sur la sangle à la limite de l'adhérence en fonction de R_g , P_{tot} , f et de α .

Les courbes de la **figure 17** présentent les évolutions de la tension dans le brin mou de la sangle à la limite de l'adhérence pour différents efforts dans le brin tendu en fonction de l'angle d'enroulement total α . L'angle d'enroulement adopté par le constructeur est de 232° .

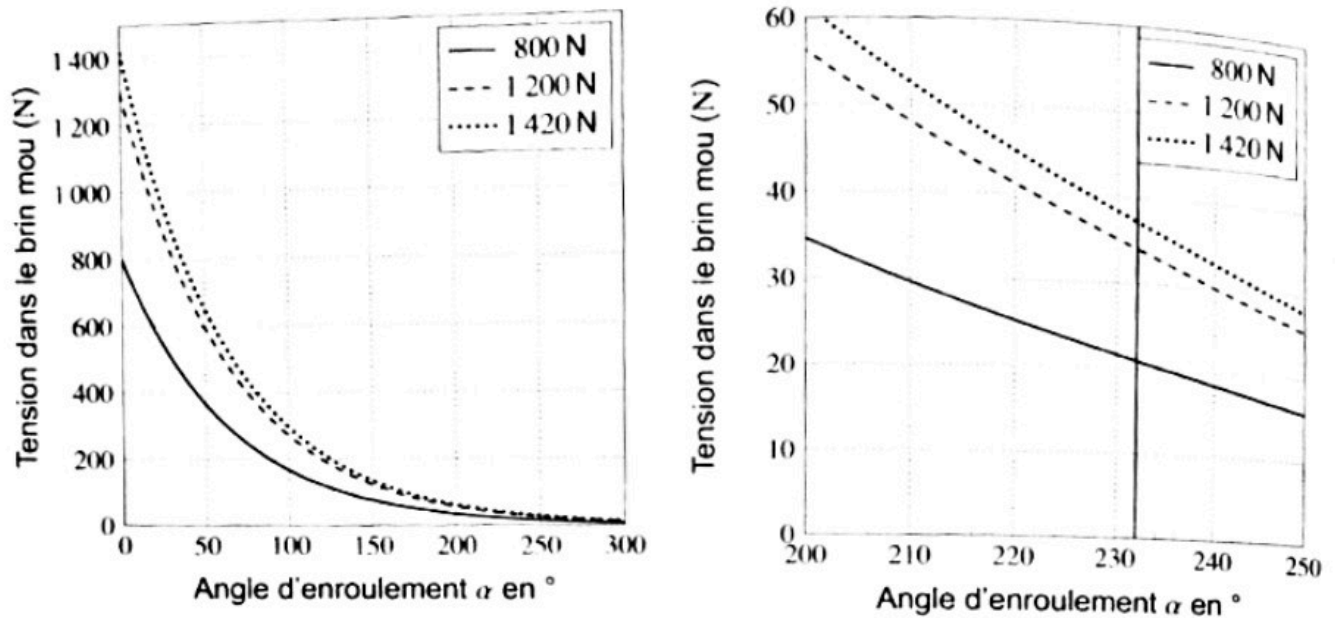


Figure 17 - Évolution de la tension du brin mou dans la sangle en fonction de l'angle d'enroulement de la sangle sur le galet pour différents efforts dans le brin tendu

Q39. À partir de la **figure 17**, justifier l'utilisation d'un contre-poids à fixer sur l'extrémité basse du brin mou de la sangle.

L'ensemble contre-poids est composé d'une portion de sangle, de longueur de 2 m et de masse linéique de $0,07 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}$, et d'une masse de 4 kg suspendue à cette portion de sangle.

Q40. Déterminer l'effort dans le brin mou de la sangle.

Q41. En déduire l'angle d'enroulement nécessaire au respect de l'exigence 1.3.3 sachant que l'Exolift a une masse de 12 kg. Valider alors le choix de l'angle d'enroulement du constructeur.

Q42. Le constructeur a choisi d'utiliser un réducteur irréversible. Justifier ce choix vis-à-vis de la sécurité de l'utilisateur.

FIN