

ÉPREUVE MUTUALISÉE AVEC E3A-POLYTECH**ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE PSI****SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR****Durée : 4 heures**

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Les calculatrices sont interdites.

Énoncé et Annexes : 19 pages
Document Réponse (DR) : 12 pages

Il est conseillé d'utiliser des feuilles de papier brouillon afin de mettre au point les développements mathématiques, schémas, graphes et courbes, avant de les recopier au propre sur le Document Réponse.

Seul le Document Réponse doit être rendu dans son intégralité.

Étude du chariot JacXson U70

Contexte de l'étude

L'entretien des avions représente un budget conséquent pour les compagnies aériennes (de l'ordre de 10 % des dépenses d'exploitation). Chaque type d'avion possède son propre programme de maintenance. Des opérations de "petits entretiens" sont prévues à partir de quelques centaines d'heures de vol et annuellement ; celles-ci intègrent des inspections détaillées des éléments de mécanique, de tuyauterie ou de câblage, ainsi que des essais fonctionnels avec mesures de performance.

Tous les 6 à 7 ans en moyenne, l'avion subit un entretien approfondi sur plusieurs semaines, durant lequel certaines parties sont refaites à neuf, de nombreux sous-assemblages sont démontés et des matériels sont systématiquement changés.

Parmi ces opérations, la révision d'un moteur s'avère l'une des plus contraignantes. En effet, ce dernier doit être désassemblé de l'avion, habituellement par l'intermédiaire de treuils à chaîne, suspendus à un échafaudage et actionnés manuellement par plusieurs opérateurs. Ces manutentions s'avèrent longues et très délicates vis-à-vis de la sécurité des techniciens et occasionnent des risques de dommages sur les composants.

Présentation du produit

Le groupe EXCENT, basé à Toulouse, conçoit et intègre des solutions industrielles innovantes pour des secteurs très variés tels que le transport, l'énergie, la défense, le spatial...

Le " JacXson U70 " (<https://www.jacxson.com/index.php/jacxson-u70/>), développé par ce groupe (figure 1), se destine aux activités de pose / dépose des moteurs sur des avions moyens courriers (Airbus A220, A320, Boeing B737, Embraer 170-175, 190-195).

Ce produit se substitue aux traditionnels outillages très fastidieux à mettre en œuvre, en proposant une assistance mécanique entièrement pilotée et en répondant à tous les impératifs liés à la manipulation des moteurs lors des différentes séquences de pose et dépose.

Il présente également la particularité de s'adapter aisément aux modèles de moteurs usuels pour ce type d'avion.

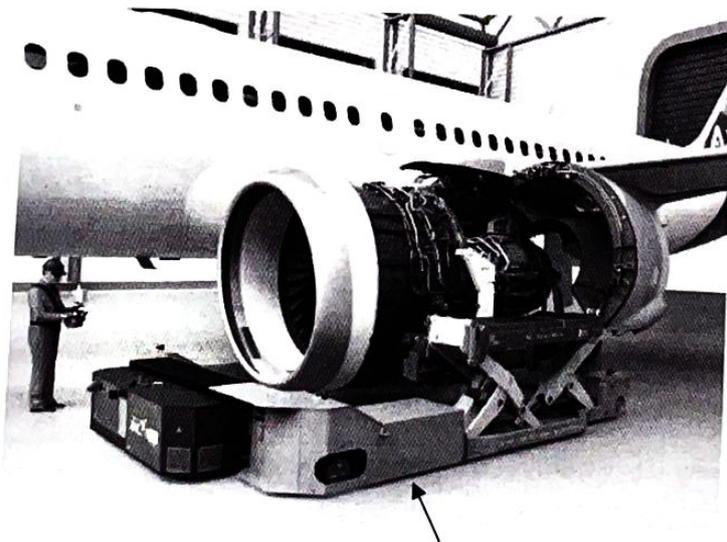


Figure 1 - Chariot JacXson en action

Selon ses concepteurs, les avantages du chariot " JacXson U70 " sont :

- un gain de temps significatif sur les opérations et par conséquent un gain de coût ;
- une amélioration considérable de la sécurité des opérateurs et de l'ergonomie de travail ;
- un risque très réduit de dommage sur les moteurs et sur leur environnement proche ;
- une quantité d'outillages à gérer fortement diminuée.

Le chariot " JacXson U70 " se présente globalement sous la forme d'un chariot élévateur. Un châssis de manutention appelé " stand " est préalablement fixé au moteur d'avion afin de manipuler ce dernier sans risque d'avarie (le stand est une structure mécanique fournie par le constructeur du moteur). L'ensemble moteur + stand est supporté par deux poutres par l'intermédiaire de fourches solidaires de ces dernières (figure 2). Un sous-système motorisé adapte automatiquement l'écartement des deux poutres à la largeur du stand.

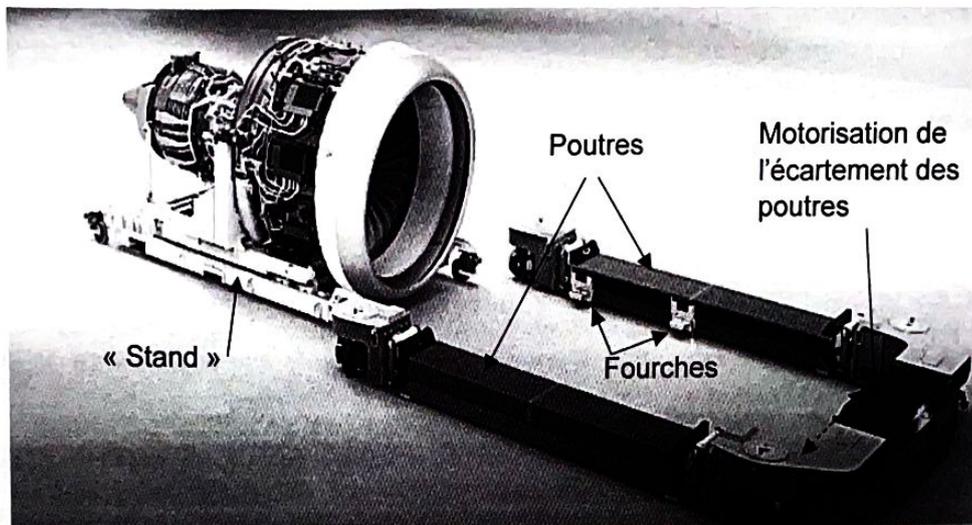


Figure 2 - Principe de préhension d'un moteur d'avion

Chaque poutre est liée au châssis du chariot par deux sous-systèmes " bras élévateur " (figure 3), chacun constitué d'un bras principal, d'un bras secondaire et d'un vérin électrique (intégrant un moteur, un réducteur, un frein à manque de courant). La commande différenciée de chacun des quatre bras élévateurs permet de soulever et d'orienter le stand selon des angles de tangage et de roulis.

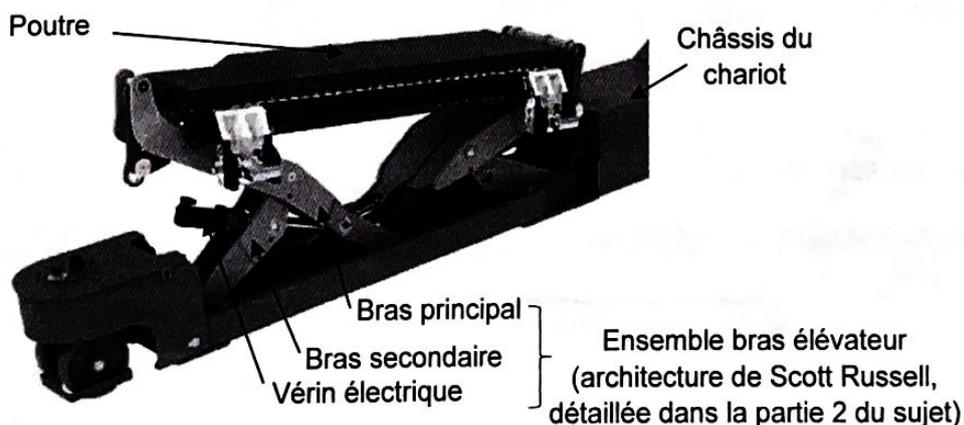


Figure 3 - Ensemble bras élévateur

Deux roues arrières motrices et directrices et deux paires de roues avant uniquement directrices assurent des mobilités omnidirectionnelles au porteur (figure 4). Le JacXson U70 a aussi l'avantage de pouvoir être entièrement piloté à distance par une seule personne grâce à une interface tactile mobile.



Figure 4 - Déplacements possibles du JacXson

Partie 1 - Autonomie du JacXson U70

Objectif : évaluer les besoins en énergie lors d'un déplacement type du JacXson U70 (mode roulage) et lors d'une séquence de pose et dépose d'un moteur (mode pose/dépose).

Le diagramme partiel de blocs internes du système est donné en annexe 1.

Q1. Compléter sur le DR, le tableau relatif aux types d'échanges MEI (Matière, Energie ou Information) entre les divers blocs. Préciser, pour les énergies, la nature des grandeurs de flux (intensité du courant I , vitesse de translation V , vitesse de rotation ω) ainsi que la nature des grandeurs d'effort (tension U , force F , couple C).

Afin de valider l'autonomie du système, on cherche à évaluer sa consommation énergétique suivant deux modes d'utilisation caractéristiques : le mode roulage et le mode pose/dépose d'un moteur.

Mode pose/dépose : dans cette configuration, le JacXson U70 est immobile par rapport au sol, seul le système de levage est consommateur d'énergie électrique. La figure 5 illustre les différentes étapes ainsi que les mouvements des bras lors de la pose d'un moteur.

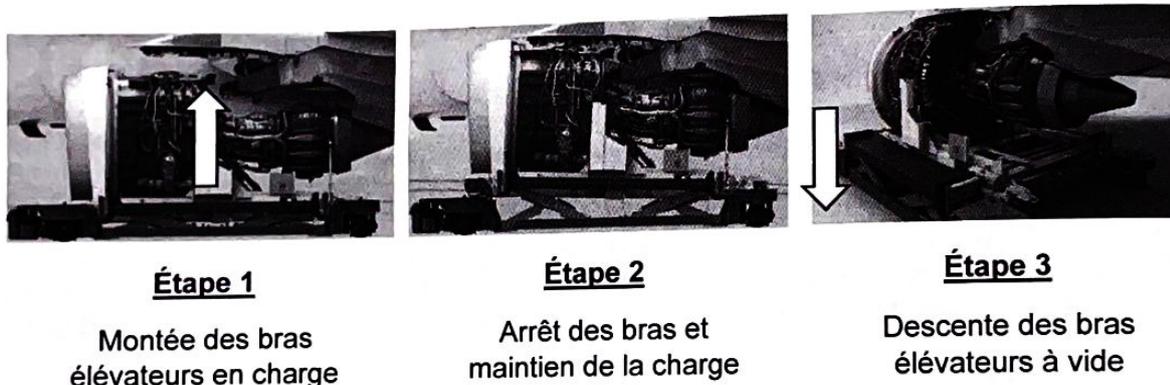
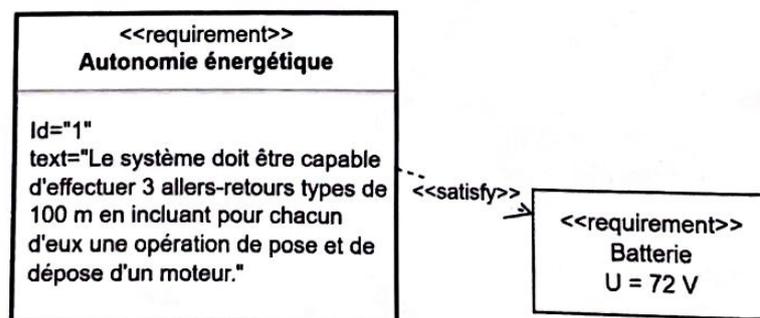


Figure 5 - Étapes pour la pose d'un moteur

Nota : le maintien en position levée est assuré de façon pratique par un frein dont la consommation en énergie est négligeable.

Le choix de la batterie doit satisfaire l'exigence suivante :



Afin d'évaluer l'énergie consommée par une opération de pose et dépose, on procède à un essai qui consiste à monter puis descendre une charge nominale de 5 tonnes qui correspond à la masse d'un moteur d'avion et du stand.

Les évolutions du courant fourni par la batterie (en A) et de la puissance développée par cette dernière (en W) lors de l'essai sont présentées dans le DR relatif à la Q2.

Q2. Sur le DR, entourer les zones des courbes correspondant aux phases de montée et de descente de la charge lors de cet essai.

Le relevé temporel du courant fourni par la batterie est enregistré dans un fichier de données au format " CSV " dont un extrait est présenté ci-contre (**figure 6**).

Ces résultats ont été exploités par un programme Python dont le script partiel est donné en **annexe 4**.

Celui-ci définit trois tableaux notés I_{bat} , P_{bat} et t , qui contiennent respectivement les valeurs numériques du courant fourni par la batterie (en A), de la puissance disponible en sortie de la batterie (en W) ainsi que des instants échantillonnés (en s).

1	Time (s)	Current actual value [A]
2	0.041	0
3	0.1	208
4	0.159	0
5	0.218	0
6	0.277	0

Figure 6 - Extrait du fichier de données

Q3. Sur le DR, compléter le script python, à partir de la ligne 35, afin de construire les valeurs de la puissance électrique fournie par la batterie stockées dans le tableau P_{bat} avec les éléments calculés à partir des données mesurées et des caractéristiques de la batterie en supposant la tension batteries U_{bat} constante. Compléter la définition de la fonction $energie(p,t)$ qui prend en argument deux tableaux p et t contenant les valeurs respectivement de la puissance et des instants d'échantillonnages et qui renvoie l'énergie consommée.

L'exécution de cette fonction python donne l'énergie consommée lors d'un cycle de pose et de dépose : $W_{cycle} = 420$ kJ.

De plus, un essai similaire permet d'évaluer l'énergie électrique nécessaire pour un déplacement du chariot correspondant à un aller-retour type de 100 m : $W_{déplacement} = 2\ 392$ kJ.

Pour la suite, on considère que chaque aller-retour s'accompagne d'une opération unique de pose et de dépose d'un moteur. De plus, on néglige les phases de maintien de la charge.

Q4. À partir des caractéristiques de la batterie données en **annexe 5** et en considérant une disponibilité de 80 % de sa charge (20 % de sa capacité énergétique ne seront donc pas utilisés), déterminer le nombre disponible d'opérations de pose et de dépose. Vérifier la cohérence de ce résultat avec le cahier des charges donné par le constructeur.

Partie 2 - Paramètres géométriques d'un ensemble bras élévateur

Objectif : exprimer la loi entrée-sortie géométrique d'un ensemble bras élévateur et valider le choix de la course du vérin électrique.

Une modélisation paramétrée d'un ensemble bras élévateur est illustrée par le schéma plan, **annexe 6**.

Le principe de la cinématique de ce mécanisme, dit de Scott-Russell, repose sur 2 bras :

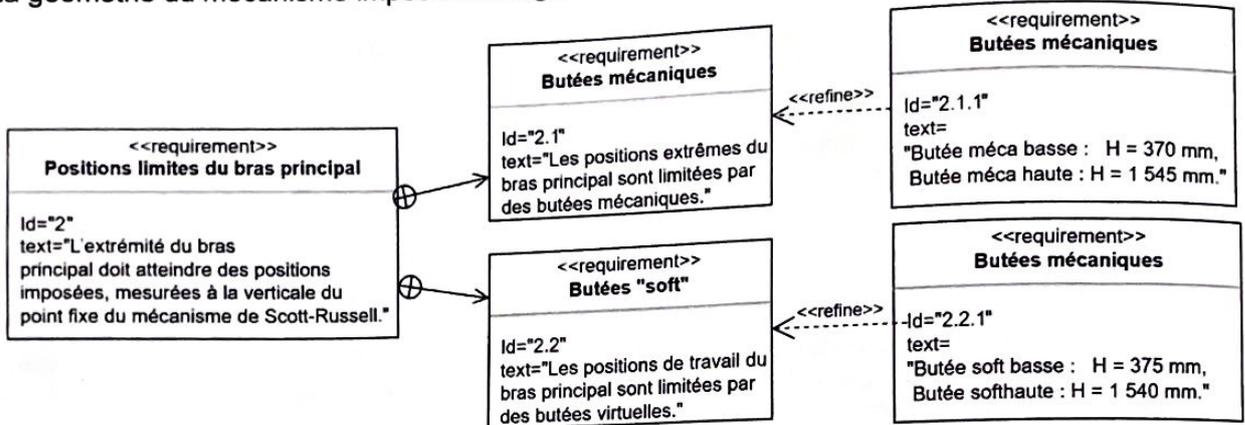
- un bras secondaire (1) limité par les points O, B, M, en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le châssis (0) ;
- un bras principal (2) limité par les points A, C, N, en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) avec le bras (1) et en appui ponctuel de normale (A, \vec{y}_0) avec le châssis (0) ; l'extrémité C de ce bras représente un point caractéristique du mécanisme de Scott-Russell.

Cette cinématique se caractérise par l'égalité des distances $OB = AB = BC$ qui entraîne un déplacement purement vertical de l'extrémité C du bras principal suivant l'axe (O, \vec{y}_0) .

Le vérin électrique qui met en mouvement les deux bras est schématisé dans le plan de travail par 2 solides (3) et (4).

Exigences géométriques

Les valeurs extrêmes d'altitude H de l'extrémité C du bras (2) sont imposées par 2 butées "mécanique basse" et une butée "mécanique haute". Par méca physiques : une butée "mécanique haute" et une butée "mécanique basse". Par méca virtuelles : une butée "soft basse" et une butée "soft haute". En phase de travail, l'altitude H est limitée par 2 butées virtuelles, butées "soft haute" et "soft basse" de façon à ne pas atteindre, pour des raisons de sécurité, les butées mécaniques. La géométrie du mécanisme impose les exigences suivantes :



Q5. Donner les expressions des distances $H(t)$ et $\lambda(t)$ en fonction de l'angle $\theta(t)$ et de la longueur L .

Q6. En traduisant une fermeture géométrique de chaîne de solides, montrer que la distance $l_3(t)$ peut s'exprimer en fonction de l'angle $\theta(t)$ sous la forme :

$$l_3(t) = \sqrt{(A_3 \cos(\theta(t)) + B_3 \sin(\theta(t)))^2 + (C_3 \cos(\theta(t)) + D_3 \sin(\theta(t)))^2} \quad \text{où } A_3, B_3, C_3, \text{ et } D_3 \text{ représentent des constantes à exprimer en fonction de } l_1, l_2, e_1, e_2 \text{ et de } L.$$

On déduit du résultat précédent la variation de la distance l_3 (entraxe du vérin) en fonction de l'altitude H entre les positions extrêmes définies par les butées mécaniques (figure 7).

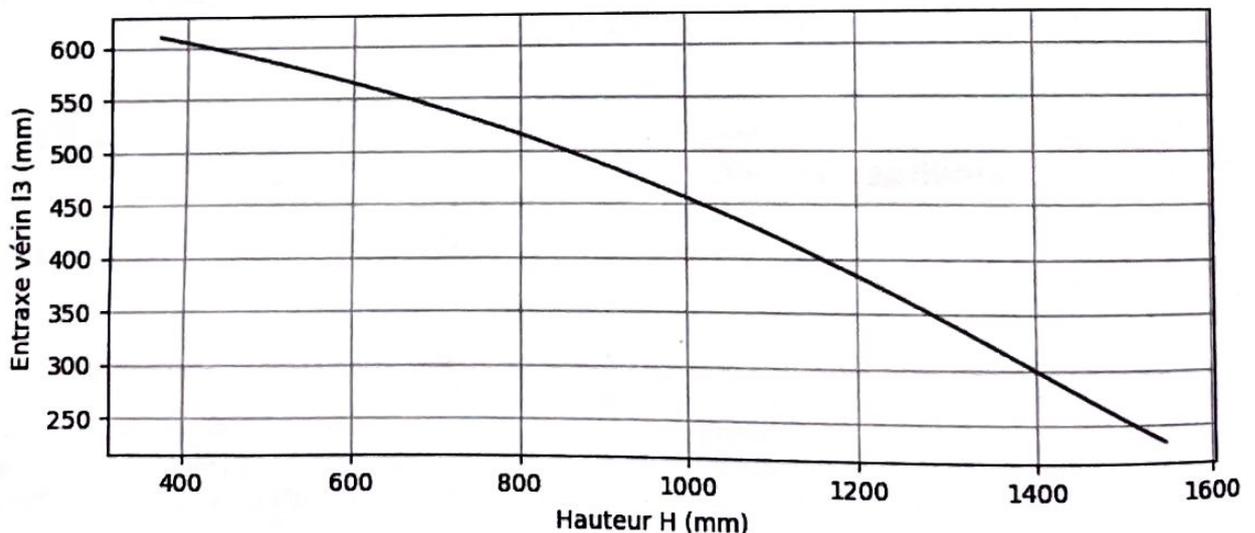


Figure 7 - Évolution de l'entraxe du vérin l_3 en fonction de l'altitude H

Q7. Relever la course utile du vérin nécessaire pour assurer le déplacement de l'extrémité C du bras principal depuis la position "butée mécanique basse" jusqu'à la position "butée mécanique haute".

L'annexe 3 illustre une schématisation simplifiée du vérin électrique.

- Q8. Le système vis-écrou du vérin électrique doit présenter une longueur filetée de la vis au minimum égale à la course utile augmentée de la longueur de l'écrou.
Justifier la longueur filetée de la vis retenue par le constructeur (annexe 2).

Partie 3 - Validation du moteur d'un vérin électrique

Objectif : déterminer l'expression du couple moteur d'un vérin électrique et valider le choix de ce moteur.

Afin de répondre à cet objectif, il est proposé d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique sur l'ensemble constitué d'un bras secondaire (1), d'un bras principal (2), d'un sous-ensemble vérin électrique (3+4) ainsi que d'une masse concentrée M_{ch} au point C, modélisant la charge appliquée à l'extrémité du bras principal.

Notations

- Le torseur cinématique exprimé au point Q, caractéristique du mouvement d'un solide i par rapport au repère lié à un solide j , est noté :

$$\{V_{i/j}^Q\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{i/j} \\ \vec{V}_{Q,i/j} \end{array} \right\}_Q$$

- Le torseur cinétique exprimé au point Q, caractéristique du mouvement d'un solide i , de centre d'inertie G_i , par rapport au repère R_0 lié au châssis (0), est noté :

$$\{C_{i/0}^Q\} = \left\{ \begin{array}{l} m_i \vec{V}_{G_i,i/0} \\ \vec{\sigma}_{Q(i/0)} \end{array} \right\}_Q$$

Cette étude se réfère au modèle paramétré d'un ensemble bras élévateur illustré dans l'annexe 6. On note $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, M_{ch}\}$ l'ensemble étudié composé des solides (1), (2), (3), (4) et de la masse ponctuelle M_{ch} .

Données complémentaires

- Bras secondaire (1)
 - m_1 : masse du bras (1) ;
 - G_1 : centre d'inertie du bras (1) tel que $\overline{OG_1} = a_1 \vec{x}_1$;
 - $[I_{O(1)}] = \begin{vmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{vmatrix}_{(O,B_1)}$: matrice d'inertie dans la base $\mathcal{B}_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ au point O ;
 - données numériques : $a_1 = 430 \text{ mm}$, $m_1 = 135 \text{ kg}$, $C_1 = 3,5 \cdot 10^7 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$;
- Bras principal (2)
 - m_2 : masse du bras (2) ;
 - G_2 : centre d'inertie du bras (2) tel que $\overline{BG_2} = a_2 \vec{x}_2$;
 - $[I_{G_2(2)}] = \begin{vmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & -D_2 \\ 0 & -D_2 & C_2 \end{vmatrix}_{(G_2,B_2)}$: matrice d'inertie dans la base $\mathcal{B}_2(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ au point G_2 ;
 - données numériques : $a_2 = 236 \text{ mm}$, $m_2 = 180 \text{ kg}$;
- M_{ch} : masse concentrée au point C avec $M_{ch} = 1750 \text{ kg}$;
- J_m : moment d'inertie du rotor du moteur d'un vérin électrique ;
- $C_m(t)$: couple moteur d'un vérin électrique.

Hypothèses :

- les masses et les moments d'inertie autres que ceux mentionnés ci-dessus sont négligés ;
- le chariot est supposé immobile ; le repère R_0 lié au châssis (0) est supposé galiléen ;
- on considère un mouvement ascendant de l'ensemble de levage en phase d'accélération ;
- toutes les liaisons sont supposées parfaites ;
- on admettra que la puissance des forces de pesanteur appliquées sur l'ensemble Σ est majoritairement dépendante de la masse M_{ch} ; on néglige donc l'action de la pesanteur sur les autres composants.

Q9. En vous référant à l'architecture du vérin électrique (**annexe 3**), donner l'expression de la vitesse de sortie de la tige (4) par rapport au corps (3), notée $v_{43}(t)$, exprimée en mm/s, en fonction de la vitesse de rotation du moteur N_m (tr/min) et des caractéristiques de la transmission.

Q10. Exprimer dans la base $\mathcal{B}_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, les torseurs cinématiques $\{V_{1/0}^B\}$ puis $\{V_{2/0}^B\}$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$ et de L .

On définit la vitesse de translation de la tige (4) du vérin électrique par rapport au corps (3) par :

$$\vec{V}_{N,4/3} = v_{43}(t) \vec{x}_3 \quad \text{avec} \quad v_{43}(t) = (\vec{V}_{N,4/0} - \vec{V}_{M,3/0}) \cdot \vec{x}_3.$$

Q11. Écrire 2 relations vectorielles liant respectivement le vecteur vitesse $\vec{V}_{N,4/0}$ à $\vec{V}_{B,2/0}$ et à $\vec{\Omega}_{2/0}$ et le vecteur vitesse $\vec{V}_{M,3/0}$ à $\vec{V}_{B,2/0}$ et à $\vec{\Omega}_{1/0}$. Montrer que la vitesse algébrique $v_{43}(t)$ peut être exprimée par $v_{43}(t) = -(\vec{\Omega}_{1/0} \wedge (\overline{BM} + \overline{BN})) \cdot \vec{x}_3$ (le calcul de cette expression n'est pas demandé).

Par la suite, on prendra $k(t) = \frac{\dot{\theta}(t)}{\omega_m(t)}$ le rapport entre la vitesse de rotation du bras (1) et la vitesse de rotation du moteur, obtenu en combinant les résultats précédents.

Q12. Exprimer l'énergie cinétique $T_{1/0}$ du bras (1) dans son mouvement par rapport au repère R_0 .
On écrira le résultat sous la forme $T_{1/0} = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}^2(t)$ en précisant l'expression de J_1 .

Q13. Exprimer dans la base $\mathcal{B}_2(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$, le torseur cinématique $\{V_{2/0}^{G_2}\}$; montrer que le vecteur vitesse $\vec{V}_{G_2,2/0}$ peut s'écrire $\vec{V}_{G_2,2/0} = L \sin(2\theta(t)) \dot{\theta}(t) \vec{x}_2 - (L \cos(2\theta(t)) + a_2) \dot{\theta}(t) \vec{y}_2$. On pourra utiliser la projection $\vec{y}_1 = \sin(2\theta(t)) \vec{x}_2 - \cos(2\theta(t)) \vec{y}_2$.

Q14. Exprimer le torseur cinétique $\{C_{2/0}^{G_2}\}$ du bras (2) dans son mouvement par rapport au repère R_0 .

Q15. Dédire l'énergie cinétique $T_{2/0}$ du bras (2) dans son mouvement par rapport au repère R_0 , sous la forme $T_{2/0} = \frac{1}{2} J_2(t) \dot{\theta}^2(t)$ en précisant l'expression de $J_2(t)$ en fonction des données cinétiques de ce solide et des paramètres géométriques L , a_2 et de $\theta(t)$.

Q16. Montrer que le vecteur vitesse $\vec{V}_{C,2/0}$ s'écrit $\vec{V}_{C,2/0} = V_c \vec{y}_0$ en précisant l'expression de V_c . Exprimer l'énergie cinétique $T_{M_{ch}/0}$ de la masse concentrée M_{ch} dans son mouvement par rapport au repère R_0 , sous la forme $T_{M_{ch}/0} = \frac{1}{2} J_{M_{ch}}(t) \dot{\theta}^2(t)$ en précisant l'expression de $J_{M_{ch}}(t)$ en fonction de M_{ch} , L et de $\theta(t)$.

Q17. Exprimer l'énergie cinétique $T_{mot/0}$ du rotor moteur en supposant que $\vec{\Omega}(3/0) \approx \vec{0}$. Donner l'expression de l'énergie cinétique $T_{\Sigma/0}$ de l'ensemble Σ dans son mouvement par rapport au repère R_0 , sous la forme $T_{\Sigma/0} = \frac{1}{2} J_{\Sigma}(t) \omega_m^2(t)$ en précisant l'expression de $J_{\Sigma}(t)$ en fonction de $J_1, J_2(t), J_{M_{ch}}(t), J_m$ et de $k(t)$.

Q18. Faire un bilan des puissances des actions mécaniques extérieures et intérieures à l'ensemble Σ et donner leur expression en fonction des différentes données du problème. Exprimer notamment la puissance P_{pes} de la force de pesanteur appliquée sur la masse M_{ch} dans son mouvement par rapport au repère R_0 en écrivant le résultat sous la forme :

$$P_{pes} = C_{pes}(t) \omega_m(t)$$

en donnant l'expression de $C_{pes}(t)$ en fonction de $M_{ch}, L, \theta(t), g$ et de $k(t)$.

L'application du théorème de l'énergie cinétique se traduit par une expression de la forme :

$$C_m(t) = C_a(t) + \frac{1}{2} \frac{dJ_{\Sigma}(t)}{dt} \omega_m(t) - C_{pes}(t) \quad \text{où } C_a(t) = J_{\Sigma}(t) \frac{d\omega_m}{dt} \text{ est assimilable à un couple dû à l'accélération angulaire.}$$

Les courbes de la **figure 8** ont été obtenues par simulation numérique pour différentes valeurs de θ initiales :

- la courbe " couple à vitesse constante " correspond au couple moteur $C_m(t)$ lorsque l'on impose une vitesse angulaire constante pour chaque angle θ pris pour la simulation ;
- la courbe " couple de démarrage " correspond au couple moteur $C_m(t)$ à $t = 0$ lorsque l'on impose une rampe pour la vitesse angulaire pour chaque angle θ pris pour la simulation.

Q19. En comparant les 2 courbes, que peut-on conclure quant aux valeurs des différents termes de l'expression du couple moteur obtenue avec le théorème de l'énergie cinétique.

Les courbes font apparaître une forte variation du couple moteur lors d'une phase de levage.

La validation du moteur nécessite de comparer le couple nominal de ce dernier au couple thermique équivalent résultant d'un cycle type défini dans l'**annexe 8**.

On désire chiffrer la valeur du couple thermique équivalent à l'aide d'un programme Python.

Deux tableaux, notés C_m et t , contiennent respectivement les valeurs numériques du couple moteur (en Nm) et des instants échantillonnés (en s) sous la forme :

- $C_m = [4.42, 4.38, 4.21, \dots \text{etc}]$;
- $t = [0, 0.457, 0.924, \dots \text{etc}]$.

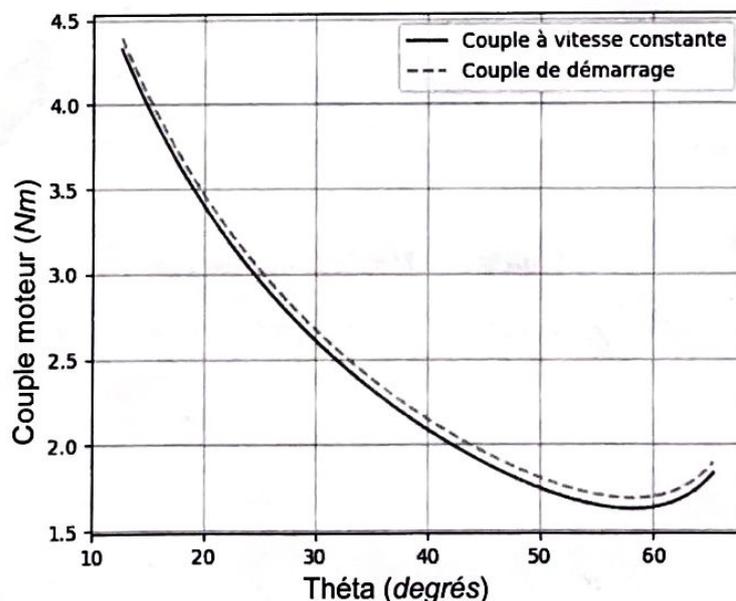


Figure 8 - Valeurs du couple en régime établi et du couple de démarrage du moteur en fonction de l'angle θ

Q20. Compléter sur le **DR**, la définition de la fonction $C_{therm}(C, t)$ qui permet de retourner le couple thermique équivalent à partir de deux paramètres de type tableaux : C contenant les valeurs d'un couple au cours du temps et t contenant les valeurs des instants échantillonnés.

La valeur du couple thermique C_{th} , obtenue par l'exécution de la fonction C_{therm} est de 2,34 Nm.

Q21. À partir des résultats précédents et des caractéristiques du moteur données dans l'annexe 2, conclure sur le choix de ce dernier.

Partie 4 - Analyse de la structure du chariot JacXson

Objectif : justifier l'architecture du système satisfaisant aux contraintes liées aux opérations de pose et dépose d'un moteur d'avion.

Les liaisons du moteur d'avion à l'aile sont réalisées par un jeu de 4 broches à l'avant de celui-ci et un jeu de 2 broches à l'arrière (figure 9). Lors de l'amarrage du moteur à l'aile, il est nécessaire de garantir un parfait positionnement entre le moteur et ces broches.

Pour cela, le moteur doit pouvoir être orienté par rapport à l'aile suivant un angle de tangage (autour de l'axe \vec{z}_0) et suivant un angle de roulis (autour de l'axe \vec{x}) schématisé sur la figure 10. De plus, des mobilités transversales du moteur par rapport au chariot doivent rester libres (selon les axes \vec{x} et \vec{z} du référentiel du stand) de façon à faciliter l'engagement des broches.

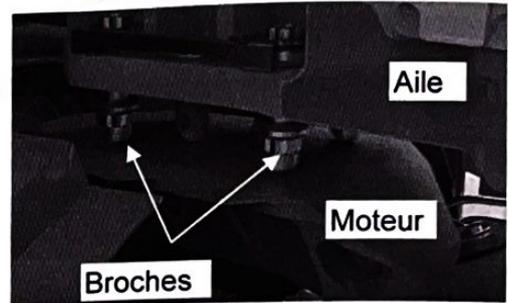


Figure 9 - Fixation du moteur à l'aile

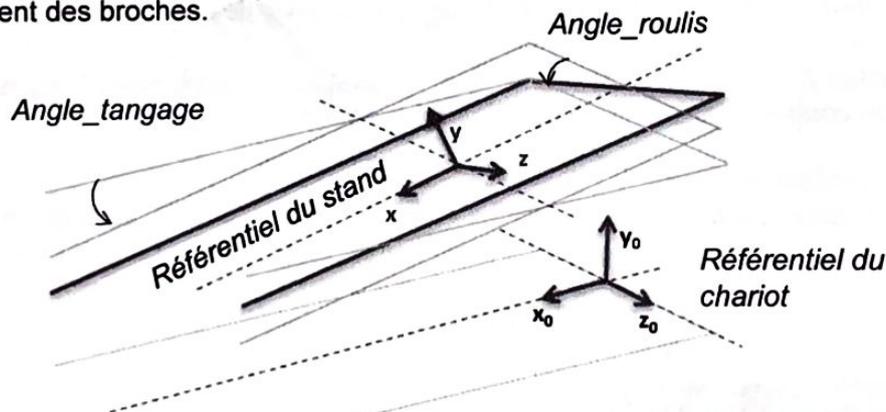
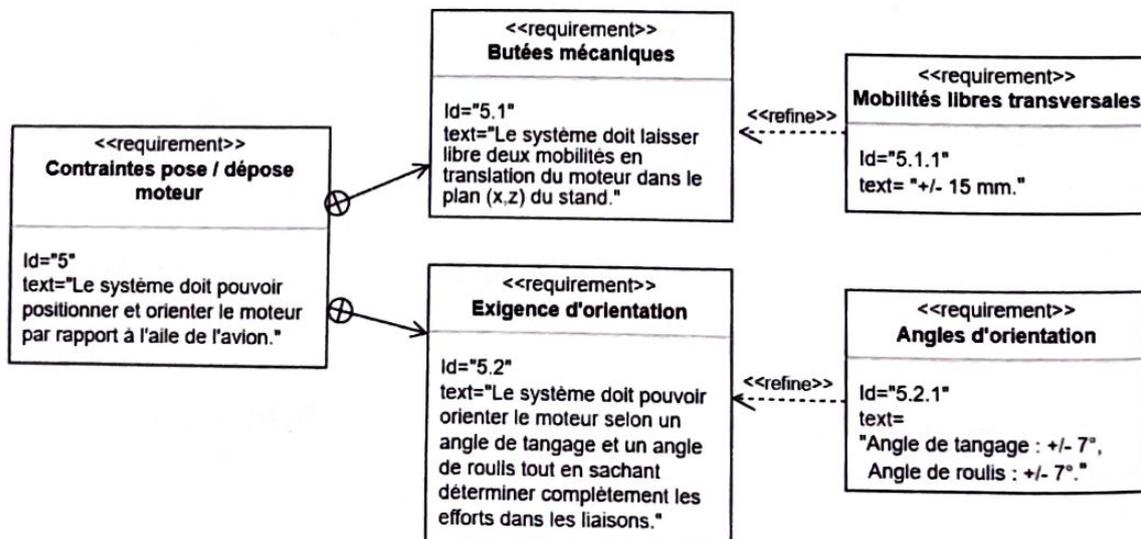


Figure 10 - Mobilités du stand par rapport au référentiel du chariot

La structure du chariot doit répondre en particulier aux exigences spécifiées ci-dessous.



Analyse de l'architecture des liaisons " poutre - bras "

On limite l'étude aux liaisons d'une poutre avec deux ensembles élévateur (figure 11).

La poutre (5₁) est reliée aux bras principaux (2₁) et (2₂) des deux ensembles élévateurs par l'intermédiaire de trois bielles (6₁), (6₂) et (6₃). Chaque bielle est en liaison sphérique à ses deux extrémités.

Pour simplifier l'étude, les bras sont supposés en liaison glissière d'axe \vec{y}_0 avec le châssis du chariot constituant l'ensemble bâti (0). L'emploi des bielles entraîne 3 mobilités fonctionnelles pour la poutre (5₁) dans le but de respecter en particulier l'exigence Id="5.1" :

- 1 mobilité limitée en rotation autour de l'axe \vec{y} ;
- 2 mobilités limitées en translation suivant les axes respectivement \vec{x} et \vec{z} .

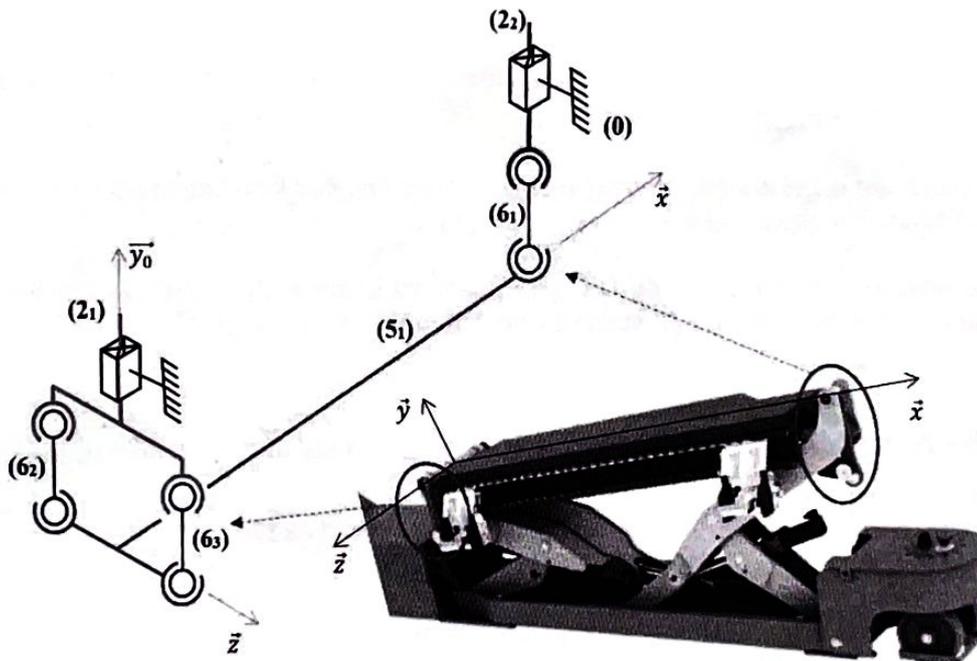


Figure 11 - Schéma cinématique des liaisons " poutre - bras "

Q22. Montrer que le positionnement de la poutre (5₁) par rapport au bâti est isostatique en précisant bien toutes les mobilités.
Indiquer quelle exigence est satisfaite.

Partie 5 - Commandes des vérins électriques

Objectif : élaborer le diagramme d'état de la commande du système de levage.

La commande des 4 vérins électriques permet de piloter le JacXson U70 suivant différents modes.

La figure 12 présente le repérage des quatre actionneurs : V_{G1} , V_{G2} , V_{D1} , V_{D2} .

Les variables associées aux ordres de commande d'un actionneur V_i sont notées V_{i+} et V_{i-} , pour respectivement un déplacement vers le haut et un déplacement vers le bas du bras associé.

Un algorithme permet, à partir des signaux délivrés par les butées " soft " de chaque bras, de générer un signal " tout ou rien ", représenté par la variable *Butée*, active si une butée soft est atteinte.

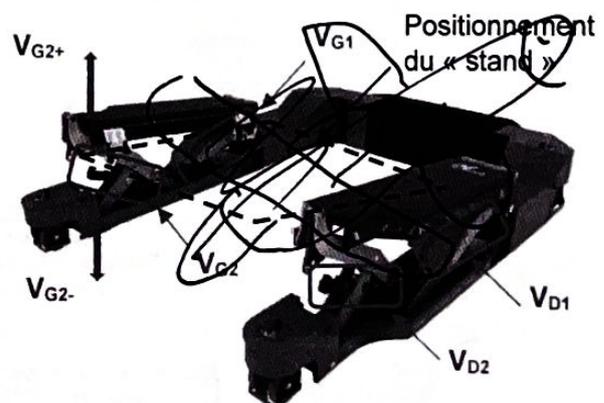


Figure 12 - Pilotage des vérins électriques

L'opérateur a la possibilité de sélectionner 3 modes à partir d'une télécommande :

- *Mode Levage* : déplacement du stand avec une commande identique sur les quatre actionneurs ; on note $L+$ la variable qui génère un déplacement ascendant et $L-$ un déplacement descendant du stand ;
- *Mode Tangage* : rotation du stand autour de l'axe \vec{z}_0 du référentiel du chariot (**figure 10**) ; on note, $T+$ la variable qui génère une rotation suivant le sens direct et $T-$ une rotation dans le sens indirect ;
- *Mode Roulis* : rotation du stand autour de l'axe \vec{x} de son référentiel (**figure 10**) ; on note $R+$ la variable qui génère une rotation suivant le sens direct et $R-$ une rotation dans le sens indirect.

Ces modes sont activés respectivement par les variables : *Levage*, *Tangage* et *Roulis*.

Le diagramme d'état partiel du pilotage des actionneurs ainsi que le diagramme d'état composite du *Mode Roulis* sont donnés dans l'**annexe 7**.

Q23. Compléter sur le DR les diagrammes d'états composites du *Mode Levage* et du *Mode Tangage* en précisant les actions et événements manquants.

Q24. Compléter le chronogramme du DR, en traçant les signaux V_{G1+} , V_{G1-} , V_{D2+} et V_{D2-} résultant d'une commande de levage L^+ suivie d'une commande de tangage T^+ .

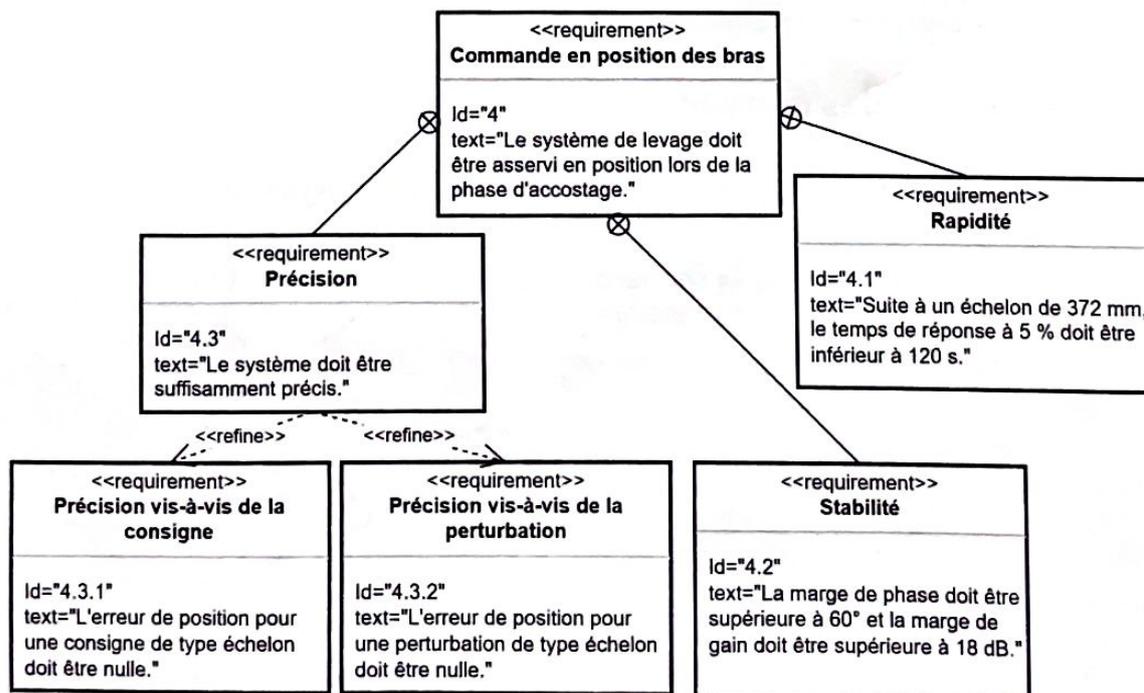
Partie 6 - Asservissement en position d'un bras

Objectif : concevoir le modèle de l'asservissement en position d'un bras de levage.

On limite l'étude à l'asservissement en position du vérin électrique schématisé dans l'**annexe 3**, qui motorise un bras de levage. Les notations utilisées dans cette partie sont définies dans l'**annexe 9**.

On s'intéresse en particulier à la grandeur de sortie $l_3(t)$ qui représente la position de l'extrémité N de la tige (4) par rapport au point de référence M du corps (3) du vérin (**annexe 6**).

L'asservissement doit satisfaire aux exigences ci-dessous :



La figure 13 illustre les valeurs prises par le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre moteur J_{Σ} d'un ensemble Σ défini dans la partie 4, au cours d'un déplacement entre les deux positions extrêmes de travail (butées "soft").

On désire asservir le moteur de chaque vérin uniquement sur l'intervalle $\theta \in [45^{\circ}, 65^{\circ}]$, correspondant à une phase d'accostage du moteur d'avion à l'aile de celui-ci.

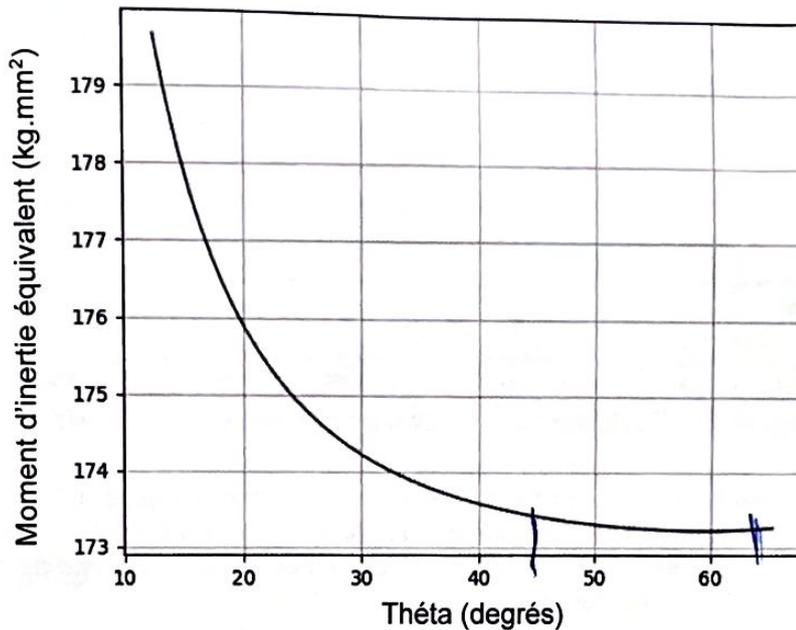


Figure 13 - Valeurs de J_{Σ} (en $\text{kg}\cdot\text{mm}^2$) en fonction de l'angle θ (en degrés)

Q25. Indiquer quelle hypothèse peut être formulée au sujet de J_{Σ} sur l'intervalle d'étude et en déduire une valeur entière approchée (en $\text{kg}\cdot\text{mm}^2$) pour la modélisation de l'asservissement.

La structure de l'asservissement en position du vérin électrique est présentée sur la figure 14. On note $L_{3C}(p)$ la transformée de Laplace de la consigne exprimée en mm. Les gains K_R et K_V modélisent respectivement le réducteur et le système vis écrou ; on donne : $K_R = r$ et $K_V = \frac{p}{2\pi}$. Le bloc $D(p)$ modélise un correcteur.

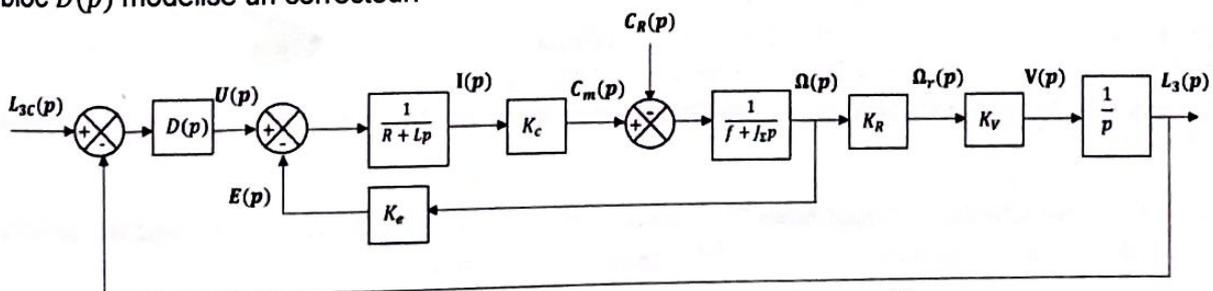


Figure 14 - Structure de l'asservissement en position

On considère tout d'abord l'absence de variation du couple résistant ($C_R(p) = 0$). Le constructeur a choisi de mettre en œuvre une correction proportionnelle : $D(p) = K_D$.

Q26. Donner l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte $F(p)$ sous forme canonique. Conclure sur le respect des exigences du critère de précision vis-à-vis de la consigne.

Q27. Le diagramme de Bode de $F(p)$ avec $K_D = 1$ est donné sur le **DR**. Déterminer la valeur de K_D permettant de respecter les exigences de stabilité. Vous laisserez apparaître vos constructions graphiques sur le **document réponse** et donnerez les valeurs des marges de phase et de gain.

Les évolutions respectivement de $l_3(t)$ et de la tension appliquée aux bornes du moteur $u(t)$ soumis à un échelon de consigne de 372 mm avec un correcteur proportionnel permettant de respecter le critère de stabilité sont données sur la **figure 15** et sur le **DR**.
On prendra $K_D = 500$ pour la suite.

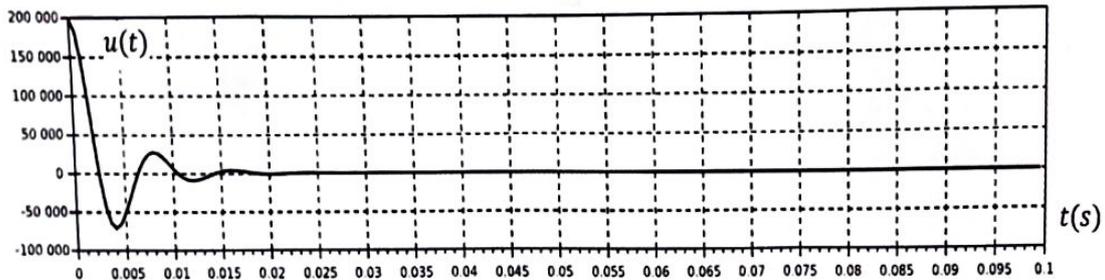
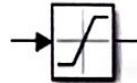


Figure 15 - Évolution de la tension aux bornes du moteur $u(t)$

Q28. Évaluer, à partir de constructions graphiques à réaliser sur le **DR**, le temps de réponse à 5 %. À partir d'un raisonnement dans le domaine temporel à l'instant particulier $t = 0^+$, justifier la valeur maximale de la tension. En comparant celle-ci à la tension nominale du moteur de 72 V, conclure sur la validité du modèle mis en œuvre.

Compte tenu des résultats précédents, on complète le schéma bloc de l'asservissement avec un bloc de saturation qui agit sur la tension du moteur $u(t)$.



Q29. L'évolution de $l_3(t)$ en réponse à un échelon de consigne de 372 mm avec cette nouvelle modélisation est donnée sur le **DR**. Identifier sur cette courbe les deux zones associées respectivement à un comportement saturé et à un comportement non saturé de l'asservissement.
Évaluer, à partir de constructions graphiques à réaliser sur le **DR**, le temps de réponse à 5 %. Conclure sur le respect de l'exigence du cahier des charges en termes de rapidité.

On s'intéresse désormais au comportement de l'asservissement suite à une variation de couple résistant $C_R(p)$. On considère l'absence de consigne $L_{3c}(p) = 0$.

La structure de l'asservissement en position du système de levage est toujours celle présentée à la **figure 14**.

Q30. En considérant un comportement non saturé de l'asservissement, donner l'expression littérale de sa fonction de transfert $G(p) = \frac{L_3(p)}{C_R(p)}$ sous forme canonique.

Pour la suite, on étudie la réponse du système suite à l'application d'un échelon $C_R(p) = \frac{C_{R0}}{p}$ du couple résistant.

Q31. Donner l'expression de la valeur finale de la position $l_{3\infty}$. Faire l'application numérique avec $C_{R0} = 2,3$ Nm. Vérifier si les exigences de précision sont respectées.

Dans l'objectif d'améliorer la précision, le constructeur a choisi de prendre un correcteur dont la fonction de transfert est :

$$D(p) = \frac{K_i(1 + T_i p)}{T_i p}$$

Le choix des paramètres du correcteur doit permettre de maîtriser la dynamique du système tout en limitant la dégradation de la marge de phase évaluée pour une pulsation ω_{0dB} identique à celle obtenue avec un correcteur proportionnel.

Q32. Donner le nom de ce nouveau correcteur et justifier le choix de celui-ci.

Pour l'asservissement ainsi corrigé, la figure 16 présente l'évolution de $l_3(t)$, soumis à l'application d'un échelon de consigne de 372 mm suivie de l'application d'un échelon du couple résistant de 2,3 Nm à l'instant $t = 500$ s.

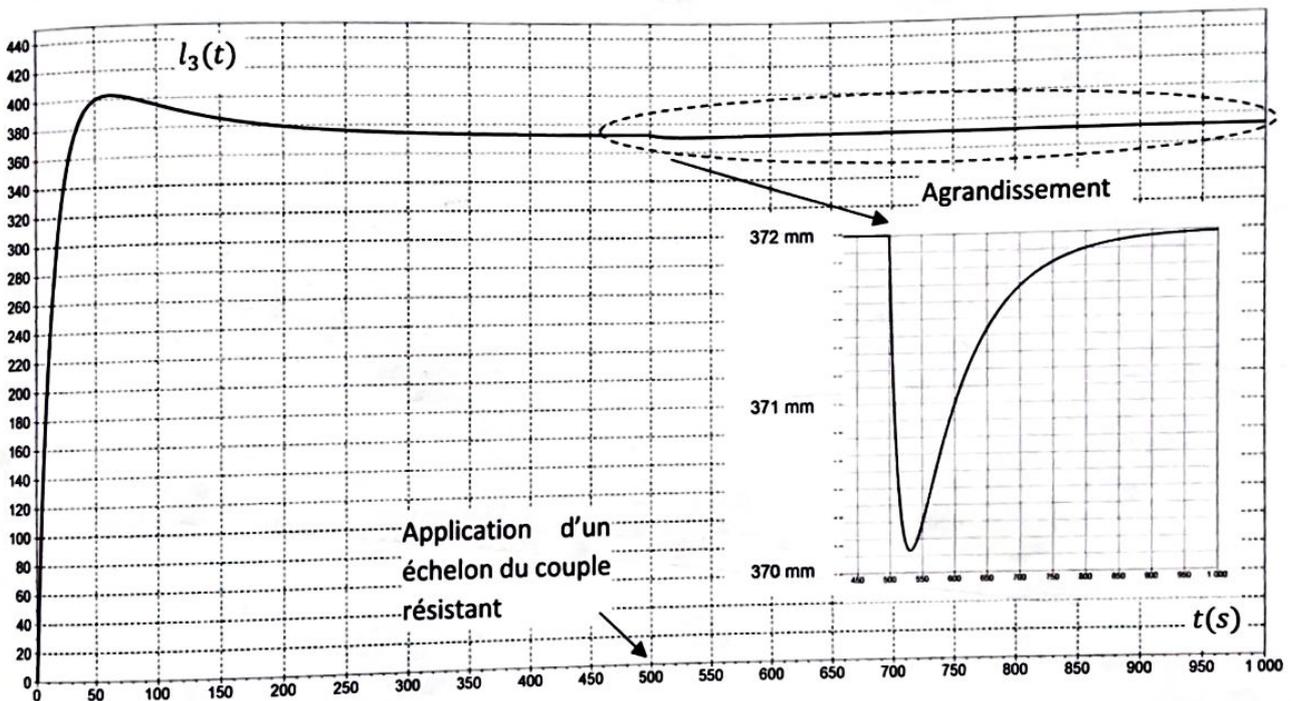


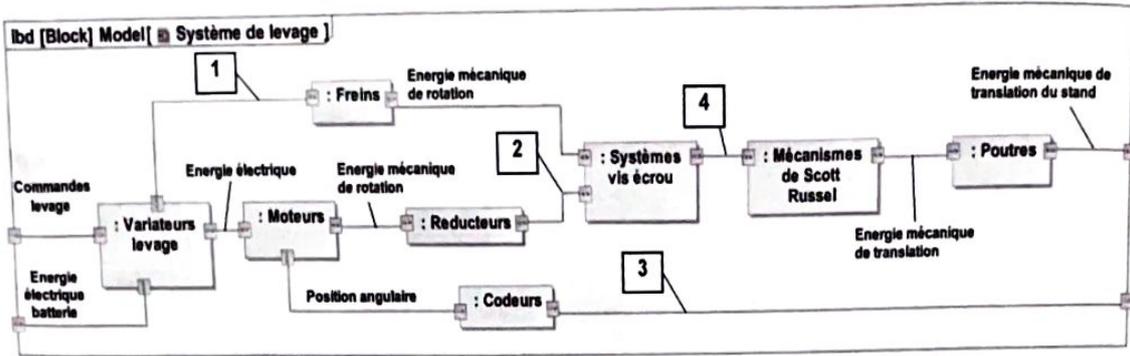
Figure 16 - Évolution de la position relative suite à l'application d'un échelon de consigne suivie de l'application d'un échelon de couple résistant

Q33. Conclure sur la pertinence du choix et du réglage de ce correcteur vis-à-vis des exigences de précision.

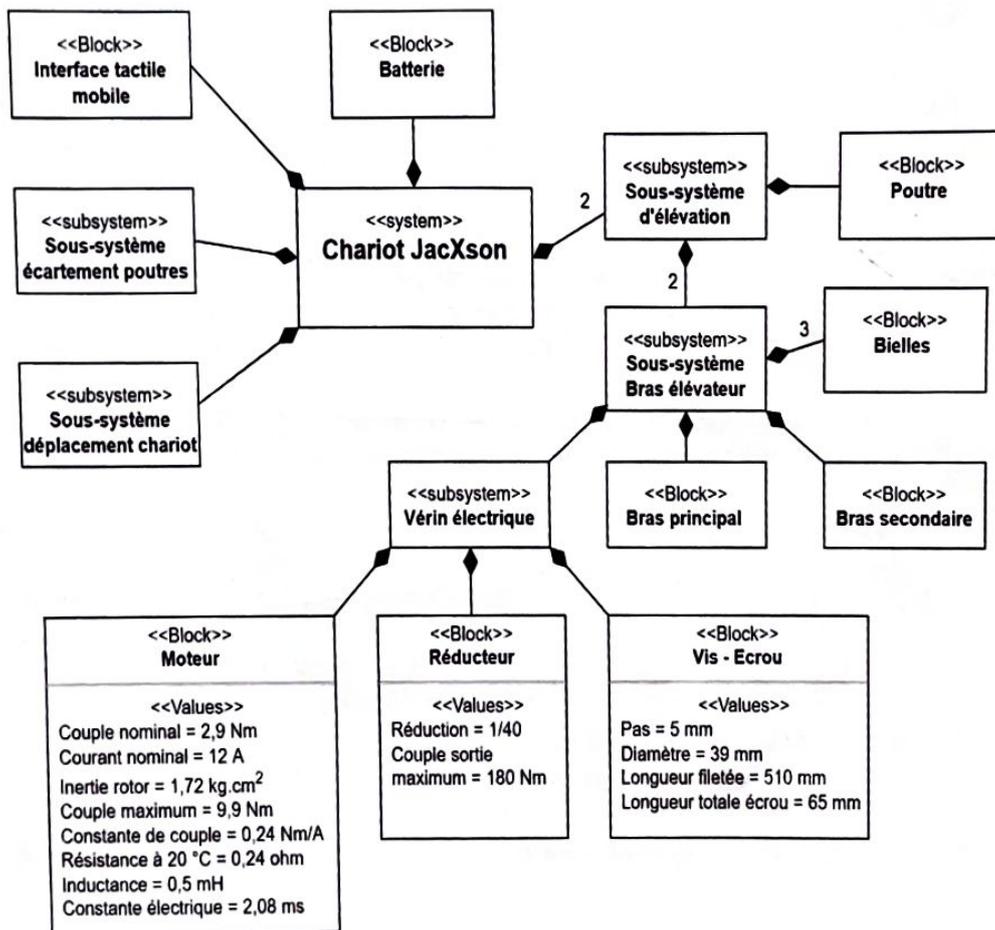
Partie 7 - Synthèse

Q34. Entourer les bonnes réponses et compléter le tableau de synthèse du DR.

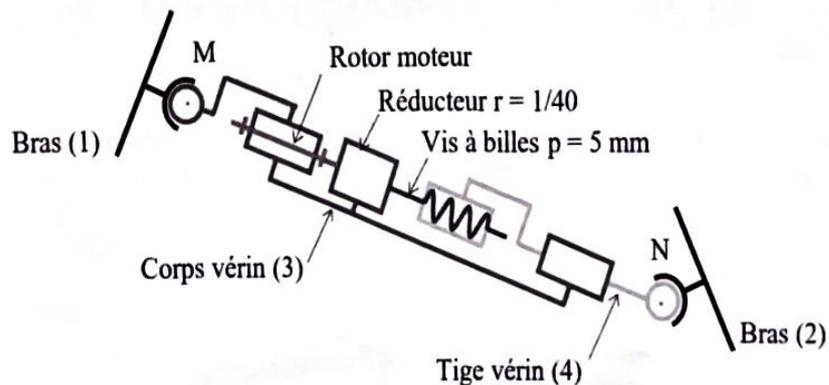
ANNEXE 1 - Diagramme partiel de définition des blocs internes



ANNEXE 2 - Diagramme de définition des blocs



ANNEXE 3 - Architecture simplifiée d'un vérin électrique



ANNEXE 4 - Extrait du script Python

```

7 # import fonctions tracé
8 from scipy import *
9 import matplotlib.pyplot as plt
10 import xlrd
11
12
13 # Chemin d'accès au fichier mesure Levage.csv
14 path = r"D:\Levage.CSV"
15
16 # Définition Classeur - Feuille
17 classeur = xlrd.open_workbook(path)
18 feuille = classeur.sheet_by_index(0)
19
20 # Définitions des constantes
21 n = 3666 #n représente le nombre d'échantillons.
22 Ubat = 72
23
24 # Définitions des variables sous forme de tableaux
25 t = []
26 Pbat = []
27 Ibat = []
28
29 # Lecture des données depuis le fichier excel
30 for i in range(n): #i varie de 0 à n-1
31     #ajout d'un élément au tableau t
32     t.append(float(feuille.cell_value(i+1,0)))
33     #ajout d'un élément au tableau Ibat
34     Ibat.append(float(feuille.cell_value(i+1,1)))

```

ANNEXE 5 - Caractéristiques du bloc d'alimentation (batteries)

- Le JacXson U70 utilise une association de 6 batteries BAT412060081 en série pour disposer d'une tension nominale, notée U_{bat} , d'une valeur numérique de 72 V.
- L'énergie totale (les 6 batteries chargées à 100 %) de cette association, notée W_{bat} , est fonction de la tension aux bornes de l'ensemble des 6 batteries, U_{bat} , et de la capacité d'une batterie, notée C_{bat} (Ah), telle que : $W_{bat} = U_{bat} C_{bat}$. Cette énergie est alors exprimée en Wattheure (Wh). Dans notre étude, on choisit une capacité de la batterie de type C5.
- On rappelle qu'un Wattheure peut être exprimé en joule : 1 Wh = 3 600 J.

La capacité de la batterie est exprimée en Ah et est fonction du courant de décharge.

Numéro de l'article	V	C5 Ah	C10 Ah	C20 Ah	L x l x p mm	Poids kg
BAT412015080	12	13	14	15	151x100x103	4,1
BAT412025081	12	24	24	25	181x77x175	6,5
BAT412038081	12	36	36	38	267x77x175	9,5
BAT412060081	12	52	56	60	224x135x178	14
BAT412110081	12	82	90	100	260x168x215	26
BAT412112081	12	105	114	125	330x171x214	33
BAT412117081	12	145	153	170	336x172x280	45
BAT412123081	12	200	210	230	532x207x226	57

ANNEXE 6 - Modèle paramétré d'un ensemble bras élévateur

Paramétrage

On associe les repères suivants :

- le repère $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ rattaché au châssis (0) du chariot ;
- le repère $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ rattaché au bras secondaire (1) : on pose $\theta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;
- le repère $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ rattaché au bras principal (2) : on pose $\beta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$;
- le repère $R_3 = (M, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ rattaché au corps de vérin (3) : on pose $\delta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$.

On pose :

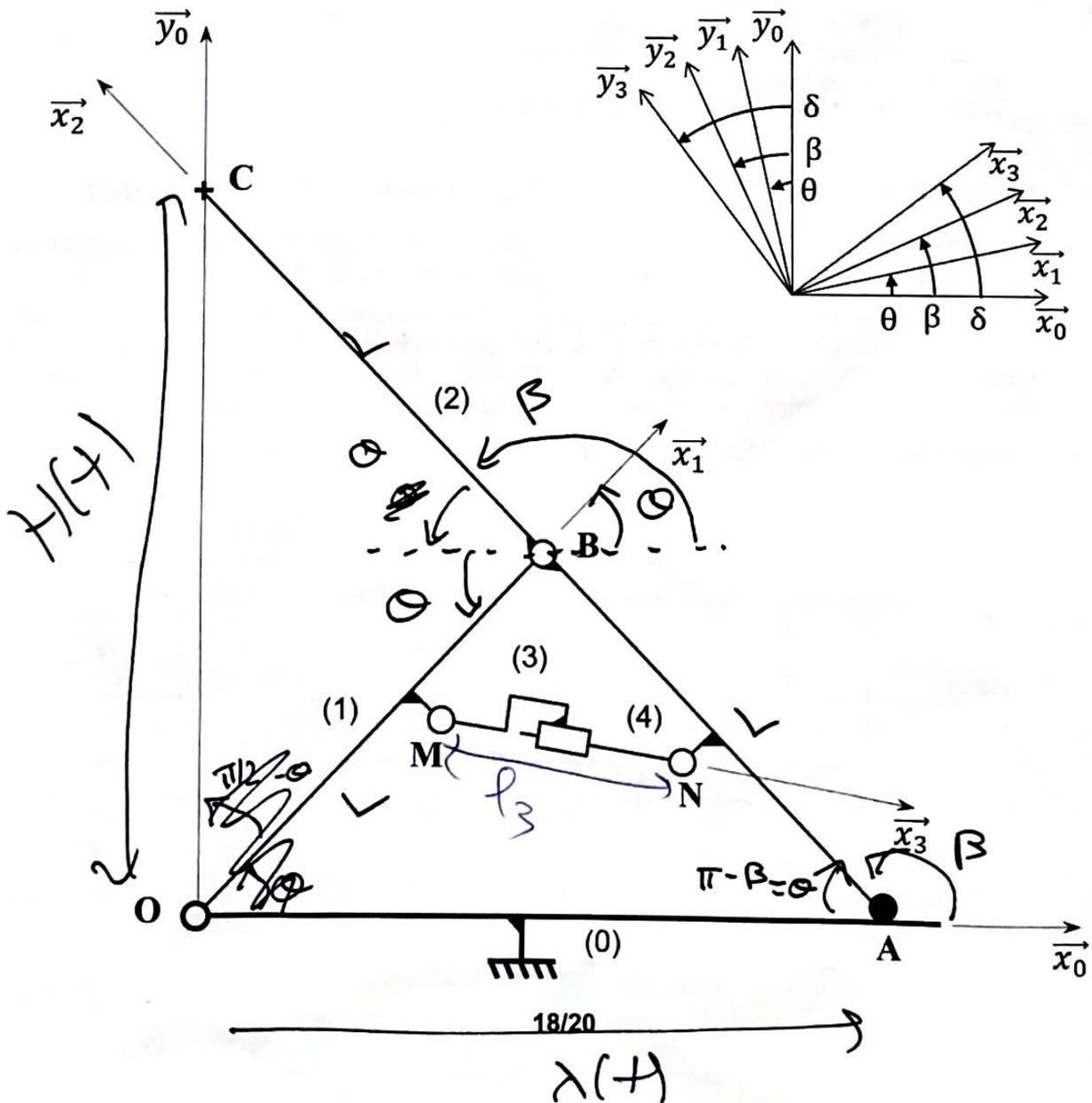
$$\vec{OC} = H(t) \vec{y}_0 \quad ; \quad \vec{OA} = \lambda(t) \vec{x}_0 \quad ; \quad \vec{MN} = l_3(t) \vec{x}_3 ;$$

$$L = OB = AB = BC ;$$

$$\vec{OM} = l_1 \vec{x}_1 + e_1 \vec{y}_1 \quad ; \quad \vec{AN} = l_2 \vec{x}_2 + e_2 \vec{y}_2 \quad ;$$

$$L = 850 \text{ mm} \quad ; \quad l_1 = 632,5 \text{ mm} \quad ; \quad l_2 = 409 \text{ mm} \quad ; \quad e_1 = -90 \text{ mm} \quad ; \quad e_2 = 63 \text{ mm}.$$

On prendra $\beta = \pi - \theta$.



ANNEXE 7 - Diagramme d'état du pilotage des vérins

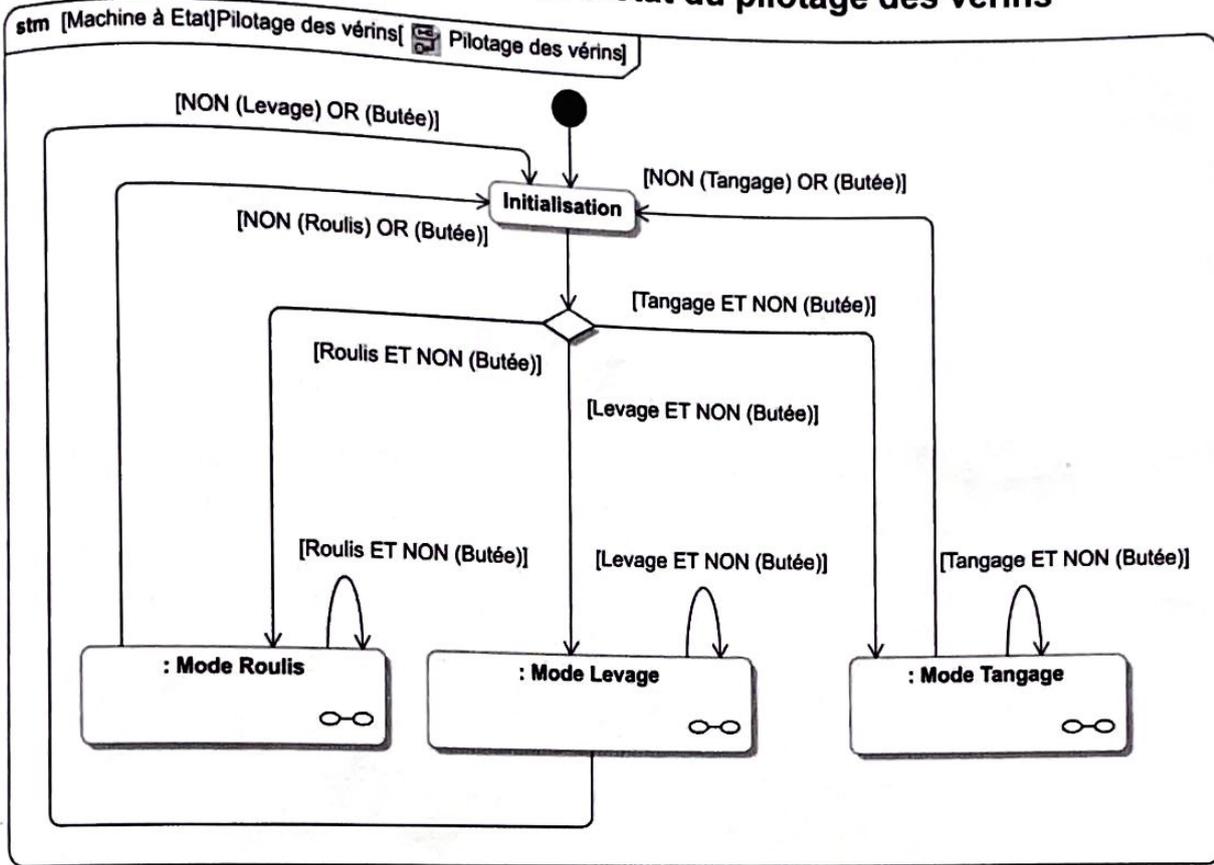
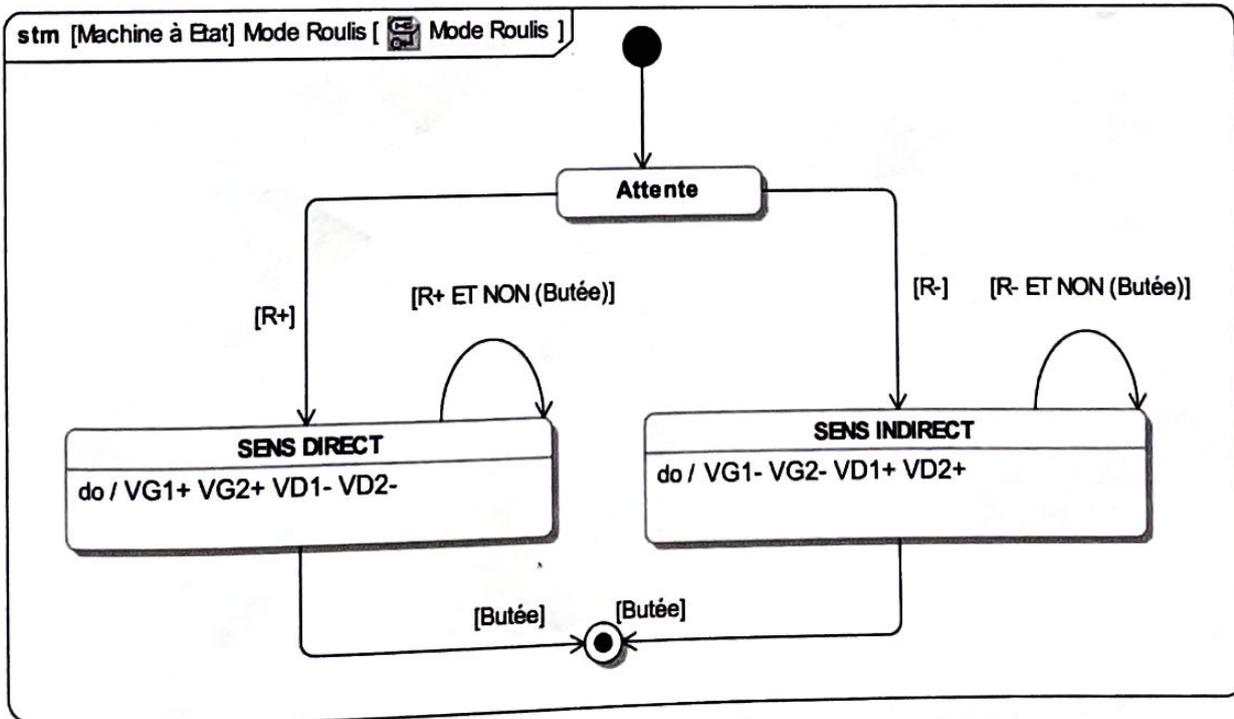


Diagramme d'état du Mode Roulis



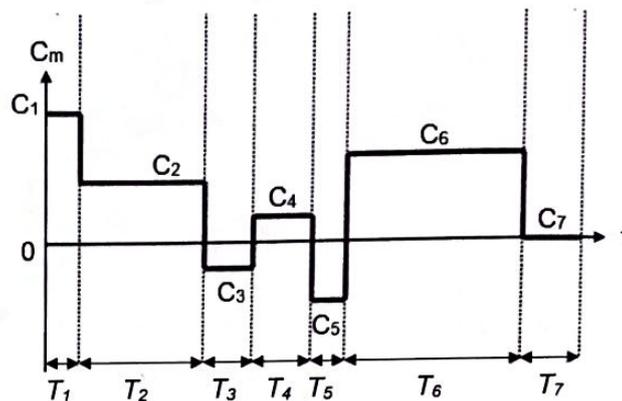
ANNEXE 8 - Calcul du couple thermique équivalent

Lors de cycles répétés, l'ensemble moteur variateur a un échauffement très variable dans le temps suivant les phases du mouvement.

Pour déterminer l'échauffement du moteur, on calcule le **couple thermique équivalent** C_{th}

$$\text{sur un cycle : } C_{th} = \sqrt{\frac{\sum T_i \cdot C_i^2}{T_{cycle}}}$$

Avec T_1, T_2, \dots correspondant à des durées.



ANNEXE 9 - Notations des grandeurs pour l'étude de l'asservissement en position

Notations et spécifications

▪ Consigne de position de la tige du vérin par rapport au corps	$l_{3C}(t)$ [mm]
▪ Position de la tige du vérin par rapport au corps	$l_3(t)$ [mm]
▪ Tension d'alimentation de l'induit de la MCC	$u(t)$ [V]
▪ Courant absorbé par l'induit de la MCC	$i(t)$ [A]
▪ Vitesse de rotation en sortie de la MCC	$\omega(t)$ [rad·s ⁻¹]
▪ Vitesse de rotation en sortie du réducteur	$\omega_r(t)$ [rad·s ⁻¹]
▪ Vitesse de translation en sortie du mécanisme vis-écrou	$V(t)$ [m/s]
▪ Moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre moteur	J_Σ [kg·m ²]
▪ Force contre électromotrice de la MCC	$e(t)$ [V]
▪ Couple moteur de la MCC	$C_m(t)$ [Nm]
▪ Couple résistant total ramené sur l'arbre moteur	$C_r(t)$ [Nm]
▪ Résistance de l'induit de la MCC	$R = 0,24 \Omega$
▪ Inductance de l'induit de la MCC	$L = 500 \mu\text{H}$
▪ Constante de couple	$K_c = 0,24 \text{ Nm} \cdot \text{A}^{-1}$
▪ Constante de fem	$K_e = 0,24 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$
▪ Constante de frottement visqueux	$f = 10^{-2} \text{ Nm} \cdot \text{s}$
▪ Rapport de réduction du réducteur	$r = 1/40$
▪ Pas du système vis-écrou	$p = 5 \text{ mm}$

Transformée de Laplace :

La transformée de Laplace d'une fonction dans le domaine temporel, $h(t)$, sera notée en majuscule : $L[h(t)] = H(p)$.

On se place dans les conditions de Heaviside (conditions initiales nulles) pour les transformées de Laplace du courant dans le moteur, $i(t)$, et de la vitesse de rotation de celui-ci, $\omega(t)$.

FIN