

PHYSIQUE CHIMIE

Corrigé par :

Pr. A. EDDIB

amine.eddib14@gmail.com

Physique – chimie dans la cuisine !

Partie I

Plaque à induction

1. Équation de Maxwell-Ampère reliant le champ magnétique au champ électrique et au vecteur densité de courant :

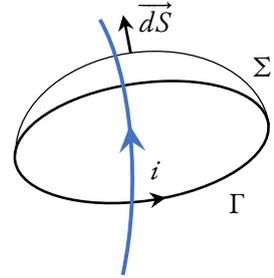
$$\overline{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

2. En régime lentement variable la variation temporelle du champ électrique \vec{E} est négligeable, l'équation de Maxwell-Ampère s'écrit dans ce cas :

$$\overline{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

3. Rappelons le Théorème d'Ampère (que nous cherchons à démontrer) :

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i$$



Γ : Un contour fermé

En utilisant le Théorème de Stokes, on obtient après calcul de la circulation de \vec{B} sur le contour Γ :

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \iint_{\Sigma} \overline{\text{rot}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{\Sigma} \mu_0 \vec{j} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \iint_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{S} = \mu_0 i$$

Σ : Une surface qui s'appuie sur le contour Γ

4. **Symétries** : Tout plan contenant le fil est un plan de symétrie de la distribution du courant, sachant que \vec{B} est toujours orthogonal aux plans de symétrie, on trouve que : $\vec{B} = B_{\theta} \vec{e}_{\theta}$

Invariances : La distribution de courant est invariante par rotation suivant l'angle θ et par translation suivant z , alors :

$$B_{\theta}(r, \theta, z) = B_{\theta}(r)$$

Finalement :

$$\vec{B} = B_{\theta}(r) \vec{e}_{\theta}$$

5. Le contour d'Ampère Γ est un cercle de rayon R et dont l'axe est le fil traversé par le courant électrique d'intensité I
Le Théorème d'Ampère :

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

Le déplacement élémentaire le long du contour Γ : $d\vec{\ell} = dl \vec{e}_{\theta}$ alors la circulation du champ \vec{B} le long du contour Γ :

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint_{\Gamma} B_{\theta} \vec{e}_{\theta} \cdot dl \vec{e}_{\theta} = B_{\theta} \oint_{\Gamma} dl = B_{\theta} \ell = 2\pi R B_{\theta}$$

$$B_{\theta} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Donc à une distance R du fil le champ magnétique est égal à :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \vec{e}_\theta$$

6. Les plans contenant l'axe (Ox) sont tous des plans d'antisymétrie de la distribution de courant, donc : $\vec{B} = B_x \vec{e}_x$

7. D'après le schéma :

$$\sin(\alpha) = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}} \longrightarrow B = B_0 \sin^3(\alpha) = B_0 \frac{r^3}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

8. On peut considérer que $B \approx B_0$ à 10 % près si $B = 0,9 \cdot B_0$ donc :

$$1 - \frac{3x^2}{2r^2} \approx 0,9 \longrightarrow x \approx \sqrt{\frac{2}{30}} r = 0,26 \cdot r$$

9. Le flux à travers la spire (S) de surface $s = \pi r_2^2$:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{s} = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x \cdot \pi r_2^2 \vec{e}_x = B_0 \cos(\omega t) \pi r_2^2$$

10. D'après la loi de Faraday la force électromotrice vaut :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = B_0 \omega \pi r_2^2 \sin(\omega t)$$

11. La spire (S) est équivalente à un générateur idéal de f.e.m e qui alimente la résistance R traversée par un courant d'intensité :

$$i(t) = \frac{e}{R} = \frac{B_0 \omega \pi r_2^2}{R} \sin(\omega t)$$

12. La puissance instantanée dissipée par effet Joule dans la spire (S) :

$$P(t) = ei(t) = \frac{e^2}{R} = \frac{(B_0 \omega \pi r_2^2)^2}{R} \sin^2(\omega t)$$

13. La valeur moyenne de la puissance :

$$P_{moy} = \langle P(t) \rangle = \frac{(B_0 \omega \pi r_2^2)^2}{R} \langle \sin^2(\omega t) \rangle$$

$$\langle \sin^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \sin^2(\omega t) dt = \frac{1}{2} \text{ avec } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$P_{moy} = \frac{(B_0 \omega \pi r_2^2)^2}{2R}$$

14. Par conduction thermique

15. Les plaques à induction ne présentent pas le risque de brûlure au toucher.

16. Dans l'ARQS les dimensions r_1 , r_2 et z_0 doivent être faibles devant la distance caractéristique de propagation des variations des grandeurs électriques $cT = c/f = 5000$ m

Cette condition est largement respectée en réalité.

17. Si on inverse le temps : $t' = -t$, l'équation de diffusion devient :

$$-\frac{\partial T}{\partial t'} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Cette dernière ne représente pas l'équation de la diffusion, on conclut ainsi que le phénomène de diffusion n'est pas réversible.

18. L'équation de diffusion peut s'écrire par approximation sous la forme :

$$\frac{T}{\tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{T}{L^2}$$

$$\tau = \frac{\rho c}{\lambda} L^2 = 20\,000 \text{ s} = 5,55 \text{ h}$$

La manche de la poêle chauffe mais lentement, il n'y a aucun risque pour l'utilisateur.

Partie II

Machine à eau pétillante

19. Les configurations électroniques

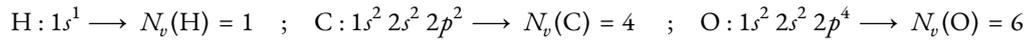


Schéma de Lewis de Eau H_2O :

$$N_v(\text{H}_2\text{O}) = 2 \times 1 + 6 = 8 \longrightarrow D = \frac{8}{2} = 4 \text{ doublets}$$

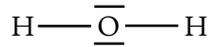
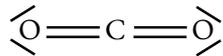


Schéma de Lewis du dioxyde de carbone CO_2 :

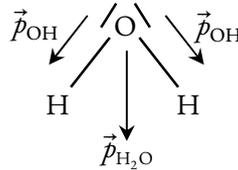
$$N_v(\text{CO}_2) = 2 \times 6 + 4 = 16 \longrightarrow D = \frac{16}{2} = 8 \text{ doublets}$$



20. La molécule de l'eau est coudée du fait de la présence de deux doublets non liants en répulsion électrostatique avec les liaisons OH.

Contrairement à la molécule CO_2 où il n'y pas de doublets non liants sur l'atome central C.

21. Le moment dipolaire de la molécule d'eau est non nul, elle est qualifiée en conséquent de **molécule polaire** (voir schéma).



Les moments dipolaires \vec{p}_{OH} sont orientés de l'oxygène vers l'hydrogène à cause de la différence d'électronégativité $\chi_{\text{O}} > \chi_{\text{H}}$.

22. Entre les molécules d'eau, il existe l'interaction dipôle permanent - dipôle permanent alors qu'elle est absente entre les molécules du dioxyde de carbone qui sont linéaires et par conséquent apolaires.

Conclusion : l'eau nécessite plus d'énergie pour rompre cette interaction et par conséquent sa température d'ébullition est la plus élevée.

23. Enthalpie standard de l'équilibre (1) :

$$\Delta_r H^\circ = \Delta_f H^\circ(\text{CO}_{2(\text{aq})}) - \Delta_f H^\circ(\text{CO}_{2(\text{g})})$$

$$\Delta_r H^\circ = -20,3 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} < 0$$

La réaction est exothermique.

24. D'après la relation de Van't Hoff

$$\frac{d \ln K^\circ(T)}{dT} = \frac{\Delta_r H^\circ}{RT^2} < 0$$

Une augmentation de la température conduit à la diminution de la constante d'équilibre K° , en d'autres termes la réaction est thermodynamiquement défavorisée.

25. On remarque que la solubilité diminue par augmentation de la température, ce qui est en accord avec la réponse à la question précédente. Ceci se justifie par le fait que la solubilité est directement liée à l'avancement de la réaction.

26. Le quotient de la réaction :

$$Q_r = \frac{[\text{CO}_{2(\text{aq})}]}{p_{\text{CO}_2}}$$

27. Le sens direct est un sens où les moles gazeuses diminuent, et d'après le principe de Le Chatelier une augmentation de pression déplace l'équilibre dans le sens diminution des moles gazeuses, donc le système évolue dans le sens direct.

28. Le potentiel chimique de CO_2 gazeux :

$$\mu_{\text{CO}_{2,\text{g}}} = \mu^\circ_{\text{CO}_{2,\text{g}}} + RT \ln \frac{p_{\text{CO}_2}}{p^\circ}$$

$p^\circ = 1 \text{ bar}$: pression standard

$\mu^\circ_{\text{CO}_2\text{g}}$: potentiel chimique standard du CO_2 gazeux

29. Le potentiel chimique de CO_2 aqueux :

$$\mu_{\text{CO}_2\text{aq}} = \mu^\circ_{\text{CO}_2\text{aq}} + RT \ln \frac{[\text{CO}_2(\text{aq})]}{c^\circ}$$

$c^\circ = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$: concentration standard

$\mu^\circ_{\text{CO}_2\text{aq}}$: potentiel chimique standard du CO_2 aqueux

30. Par égalité des potentiels chimiques :

$$\mu_{\text{CO}_2\text{g}} = \mu_{\text{CO}_2\text{aq}}$$

$$\mu^\circ_{\text{CO}_2\text{g}} + RT \ln \frac{p_{\text{CO}_2}}{p^\circ} = \mu^\circ_{\text{CO}_2\text{aq}} + RT \ln \frac{[\text{CO}_2(\text{aq})]}{c^\circ}$$

$$[\text{CO}_2(\text{aq})] = \frac{c^\circ}{p^\circ} \exp\left(\frac{\mu^\circ_{\text{CO}_2\text{g}} - \mu^\circ_{\text{CO}_2\text{aq}}}{RT}\right) p_{\text{CO}_2}$$

$$[\text{CO}_2(\text{aq})] = k p_{\text{CO}_2} \text{ avec } k = \frac{c^\circ}{p^\circ} \exp\left(\frac{\mu^\circ_{\text{CO}_2\text{g}} - \mu^\circ_{\text{CO}_2\text{aq}}}{RT}\right)$$

31. Application numérique : $[\text{CO}_2(\text{aq})] = 0,1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

32. La masse molaire du CO_2 est $M_{\text{CO}_2} = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

La masse du CO_2 dans un litre d'eau :

$$m_{\text{CO}_2} = [\text{CO}_2(\text{aq})] M_{\text{CO}_2} = 4 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

33. Exprimons la constante d'équilibre K_2°

$$K_2^\circ = \frac{[\text{HCO}_3^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{CO}_2]}$$

D'après la stœchiométrie de la réaction on remarque que $[\text{HCO}_3^-] = [\text{H}_3\text{O}^+]$ alors :

$$K_2^\circ = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]^2}{[\text{CO}_2]} \longrightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \sqrt{K_2^\circ [\text{CO}_2]}$$

$$\text{pH} = -\log([\text{H}_3\text{O}^+]) = -\log(\sqrt{K_2^\circ [\text{CO}_2]}) = 3,7$$

34. Le système étudié : {Thé liquide + Glaçons}

L'évolution de produit à pression externe constante et le système est isolé du fait qu'il est placé dans un thermos, le premier principe s'écrit :

$$\Delta H_{\text{Système}} = 0$$

Par extensivité de la fonction enthalpie on peut écrire :

$$\Delta H_{\text{Système}} = \Delta H_{\text{Thé liquide}} + \Delta H_{\text{Glaçons}} = 0$$

On note :

$T_{\text{fus}} = 0^\circ \text{C}$ (Température de fusion), $T_f = 10^\circ \text{C}$ (Température finale du mélange), $T_{\text{liq}} = 20^\circ \text{C}$ (Température initiale du thé liquide),

$T_g = -15^\circ \text{C}$ (Température des glaçons), $V_{\text{liq}} = 100 \text{ cL}$ (Volume du thé liquide) et m_g : masse des glaçons que l'on cherche à déterminer.

La variation d'enthalpie du Thé liquide :

$$\Delta H_{\text{Thé liquide}} = \rho V_{\text{liq}} c_{\text{liq}} (T_f - T_{\text{liq}})$$

Le calcul de la variation d'enthalpie des glaçons nécessite un peu de concentration car les glaçons augmentent de température jusqu'à 0 °C puis il y a transformation totale en liquide à température constante, ce dernier continue de chauffer jusqu'à la température finale 10 °C.

$$\Delta H_{\text{Glaçons}} = m_g c_g (T_{\text{fus}} - T_g) + m_g L_{\text{fus}} + m_g c_{\text{liq}} (T_f - T_{\text{fus}})$$

Remarque : J'ai utilisé la masse m_g dans le terme $m_g c_{\text{liq}} (T_f - T_{\text{fus}})$ qui correspond à l'eau liquide car la glaçons gardent la même masse, même après fusion.

On obtient en remplaçant chaque terme par son expression dans le premier principe :

$$\rho V_{\text{liq}} c_{\text{liq}} (T_f - T_{\text{liq}}) + m_g c_g (T_{\text{fus}} - T_g) + m_g L_{\text{fus}} + m_g c_{\text{liq}} (T_f - T_{\text{fus}}) = 0$$

$$m_g = \frac{\rho V_{\text{liq}} c_{\text{liq}} (T_{\text{liq}} - T_f)}{c_g (T_{\text{fus}} - T_g) + L_{\text{fus}} + c_{\text{liq}} (T_f - T_{\text{fus}})}$$

L'application numérique donne $m_g = 20 \text{ g}$

La masse d'un glaçon vaut $m = 10 \text{ g}$ l'étudiant aura besoin de **deux glaçons**.

Partie III

Réfrigérateur à compresseur

35. $W > 0$: Le fluide reçoit du travail au niveau du compresseur

$Q_c < 0$: Le fluide réchauffe la source chaude au niveau du condenseur

$Q_f > 0$: Le fluide refroidit la source froide au niveau de l'évaporateur

36. Source chaude : air ambiant de la cuisine

Source froide : intérieur du réfrigérateur

37. La température du fluide est supérieure à celle de l'air ambiant pour permettre un échange thermique efficace avec la source chaude.

38. a, b et c) D'après le diagramme enthalpique

$$P_c = 0,85 \text{ bar} ; P_e = 10 \text{ bar} ; x_v = 0,36 ; T_2 = 60 \text{ °C}$$

39. Le premier principe s'écrit :

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = q + w_u$$

h : enthalpie massique

e_c : énergie cinétique massique

e_p : énergie potentielle massique

q : chaleur massique

w_u : travail utile massique (appelé aussi travail autre que celui des forces de pression)

40. Le premier principe devient après avoir négligé Δe_c et Δe_p

$$\Delta h = q + w_u$$

$$q_f = \Delta h_{41} = h_1 - h_4 = 7,3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$q_c = \Delta h_{23} = h_3 - h_2 = -10,1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$w_u = \Delta h_{12} = h_2 - h_1 = 2,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

41. L'efficacité du réfrigérateur vaut :

$$e_1 = \frac{q_f}{w_u} = 2,8 \approx 3,0$$

42. Le premier principe de la thermodynamique appliqué sur un cycle :

$$w_u + q_c + q_f = 0$$

Le second principe de la thermodynamique appliqué sur un cycle :

$$\frac{q_c}{T_c} + \frac{q_f}{T_f} = 0$$

En multipliant la relation précédente par $T_c T_f$ on obtient :

$$T_c q_f + T_f q_c = 0$$

On remplace q_c par $-w_u - q_f$ (D'après le premier principe)

$$T_c q_f - T_f w_u - T_f q_f = 0$$

$$(T_c - T_f) q_f = T_f w_u$$

$$e_{Carnot} = \frac{q_f}{w_u} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

43. $e_{Carnot} = 13,8 > e_1$

Ceci était prévisible car le cycle étudié est un cycle réel où il y a des irréversibilités.

44. Le passage de l'état vapeur à l'état solide est appelé **Condensation**.

45. Si l'on tient compte cette fois des irréversibilités, le second principe s'écrit :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_c = 0$$

$$Q_c = -T_c \left(\frac{Q_f}{T_f} + S_c \right)$$

$$\frac{Q_c}{Q_f} = -\frac{T_c}{T_f} \left(1 + \frac{T_f S_c}{Q_f} \right) = -\alpha \frac{T_c}{T_f}$$

$$\alpha = 1 + \frac{T_f S_c}{Q_f}$$

46. Le rapport entre les efficacités

$$\frac{e_2}{e_1} = 0,5$$

Ceci signifie qu'en fournissant le même travail, on obtient désormais la moitié du transfert de chaleur initial avec la source froide.

Donc pour obtenir le transfert de chaleur initial avec la source froide il faut fournir le double du travail.

La surconsommation est de 100 %.

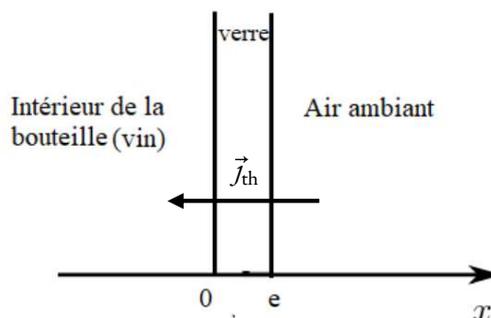
Partie IV

Bouteille de vin

47. Loi de Fourier :

$$\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T = -\lambda \frac{dT}{dx} \vec{e}_x$$

Le vecteur \vec{j}_{th} est orienté dans le sens des températures décroissantes.



48. D'après la loi d'Ohm, l'intensité de courant est liée à la résistance électrique et à la différence de potentiel entre ces bornes par la relation :

$$Ri = \Delta V = (V_2 - V_1) \text{ avec } V_2 > V_1$$

Le flux thermique comme le courant électrique se déplace dans le sens des températures décroissantes. On a donc les analogies suivantes :

$$i \longleftrightarrow \varphi \text{ et } V \longleftrightarrow T \text{ et } R \longleftrightarrow R_{\text{th}}$$

49. Par analogie électrique on peut lier les grandeurs thermiques par la relation :

$$R_{\text{th}} \varphi = \Delta T$$

La résistance thermique vaut :

$$R_{\text{th}} = \frac{\Delta T}{\varphi} = \frac{T_S - T_i}{\varphi}$$

50. Le flux thermique est le flux du vecteurs densité de flux thermique à travers la surface S d'une face de la bouteille

$$\varphi = \iint_S \vec{j}_{\text{th}} \cdot \vec{dS} = \iint_S -\lambda \frac{dT}{dx} \vec{e}_x \cdot (-dS \vec{e}_x) = \iint_S \lambda \frac{dT}{dx} dS = \lambda \frac{dT}{dx} \iint_S dS = \lambda \frac{dT}{dx} S$$

Pour déterminer le terme de dérivée première de la température, il faut revenir à l'équation de diffusion dans le cas du transfert thermique unidimensionnel :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

En régime quasi-stationnaire :

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx 0$$

L'équation de diffusion (la température ne dépend maintenant que de la variable x) :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

La solution à cette équation est une fonction affine : $T(x) = Ax + B$

Les conditions aux limites :

$$T(0) = T_i = B \text{ et } T(e) = T_S = Ae + B$$

$$A = \frac{T_S - B}{e} = \frac{T_S - T_i}{e}$$

$$T(x) = \frac{T_S - T_i}{e} x + T_i$$

Donc, le terme de dérivée première de la température vaut :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_S - T_i}{e}$$

$$\varphi = \lambda S \frac{dT}{dx} = \lambda S \frac{T_S - T_i}{e}$$

Finalement, l'expression de la résistance thermique :

$$R_{\text{th}} = \frac{T_S - T_i}{\varphi} = \frac{T_S - T_i}{\lambda S \frac{T_S - T_i}{e}} = \frac{e}{\lambda S}$$

Remarque : on peut trouver cette expression rapidement en poursuivant le raisonnement de l'analogie électrique en considérant l'épaisseur de la bouteille analogue à la longueur d'un fil électrique, la surface S analogue à la section du fil, et la conductance thermique analogue à la conductivité électrique, mais ce n'est pas ce qui a été demandé par l'énoncé.

51. La surface totale d'échange est $4 \times S$

La résistance thermique vaut :

$$R_1 = \frac{e}{4\lambda S}$$

Ce résultat peut aussi être trouvé en considérant les 4 faces de la bouteille équivalentes à 4 résistances thermiques montées en parallèle vu qu'elles sont toutes placées à la même différence de température.

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_{th}} + \frac{1}{R_{th}} + \frac{1}{R_{th}} + \frac{1}{R_{th}} = \frac{4}{R_{th}}$$

$$R_1 = \frac{R_{th}}{4} = \frac{e}{4\lambda S}$$

$$R_1 = 0,05 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

52. Le flux thermique est en W, la surface est en m², et la différence de températures est en K. Donc l'unité de h est le W · m⁻² · K⁻¹

53. La résistance thermique de convection d'une des faces de la bouteille de surface S est :

$$R_C = \frac{T_S - T_A}{\phi} = \frac{T_S - T_A}{hS(T_S - T_A)} = \frac{1}{hS}$$

La résistance relative à la surface totale est :

$$R_2 = \frac{1}{h(4S)} = \frac{1}{4hLl}$$

54. Les résistances thermiques sont traversées par le même flux thermique ϕ , ce qui est équivalent à un montage en série.

La résistance totale est la somme de R_1 et R_2 :

$$R_{tot} = R_1 + R_2$$

$$R_{tot} = 1,7 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

Un flux de chaleur de 1 W produit une variation de température interne de la bouteille de 1,7 K.

55. Écrivons le premier principe pour le système {Vin + Bouteille} pour une durée de temps dt (il faut uniquement tenir compte du transfert conducto-convectif puisque c'est le seul qui se produit avec le milieu extérieur).

$$dU = -\phi dt$$

$$CdT = -\frac{1}{R_2}(T - T_A)dt = -4hLl(T - T_A)dt$$

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{C/4hLl} = \frac{T_A}{C/4hLl}$$

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = K$$

$$\tau = \frac{C}{4hL} \quad \text{et} \quad K = \frac{4hLlT_A}{C}$$

56. La solution de l'équation différentielle :

$$T(t) = T_p + T_h$$

$$T(t) = \tau K + \alpha e^{-t/\tau}$$

À $t = 0$:

$$T(0) = T_i = \tau K + \alpha$$

$$\alpha = T_i - \tau K$$

On obtient donc :

$$T(t) = \tau K + (T_i - \tau K) e^{-t/\tau}$$

Après une durée Δt la température atteint $T_D = 16^\circ\text{C}$, alors :

$$T(\Delta t) = \tau K + (\tau K - T_i) e^{-\Delta t/\tau} = T_D$$

$$\Delta t = -\tau \ln \left(\frac{T_D - \tau K}{T_i - \tau K} \right) = \tau \ln \left(\frac{T_i - \tau K}{T_D - \tau K} \right)$$

$$\Delta t = 4320 \text{ s} = 72 \text{ min}$$

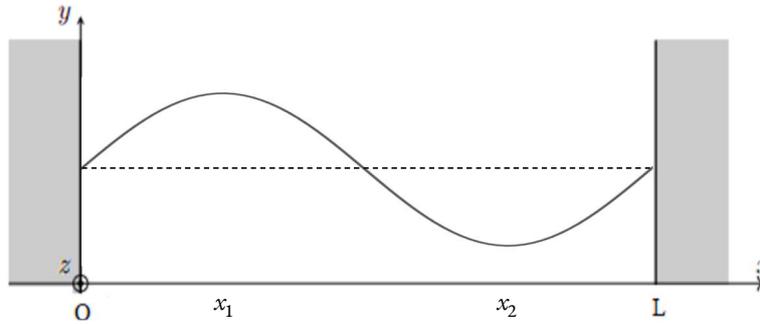
57. Si le coefficient conducto-convectif h augmente, le temps τ diminue et par conséquent la durée Δt diminue.

Remarque : le terme τK reste inchangé même si τ varie d'après le résultat de la question 55 où on a trouvé que $K = T_A / \tau$

58. La réponse à cette question relève d'une initiative personnelle de l'auteur.

On observe que le chocolat fond en deux endroits particuliers ce qui laisse penser que l'onde stationnaire $\vec{E}(x, t)$ est intense en ces deux positions qu'on va repérer par x_1 et x_2 .

Ceci peut s'expliquer par le fait que cette onde stationnaire possède deux ventres et trois nœuds comme sur le schéma ci-dessous :



Pour $x = x_1$:

$$\sin(kx_1) = \frac{\pi}{2} \longrightarrow x_1 = \frac{\pi}{2k}$$

Pour $x = x_2$:

$$\sin(kx_2) = \frac{3\pi}{2} \longrightarrow x_2 = \frac{3\pi}{2k}$$

On peut estimer la distance entre les positions où le chocolat fond d'après l'image fournie par sa largeur $\ell = 70 \text{ mm}$. Donc :

$$\ell = x_2 - x_1 = \frac{\pi}{k} = \frac{\pi c}{\omega} = \frac{\pi c}{2\pi f} = \frac{c}{2f}$$

On trouve l'expression de la fréquence :

$$f = \frac{c}{2\ell}$$

Application numérique : $f = 2,1 \text{ GHz}$

Cette fréquence très élevée, par laquelle les molécules des aliments sont agitées, est à l'origine des frottements qui génèrent de la chaleur à l'intérieur des aliments, augmentant ainsi leur température.