

**ÉPREUVE MUTUALISÉE AVEC E3A-POLYTECH****ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MP****SCIENCES INDUSTRIELLES****Durée : 4 heures**

*N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

**RAPPEL DES CONSIGNES**

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, bleu clair ou turquoise, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

**Les calculatrices sont interdites.**

**Le sujet est composé de quatre parties, toutes indépendantes.**

Énoncé : 21 pages ;

Annexes : 3 pages ;

Document Réponse (DR) : 22 pages.

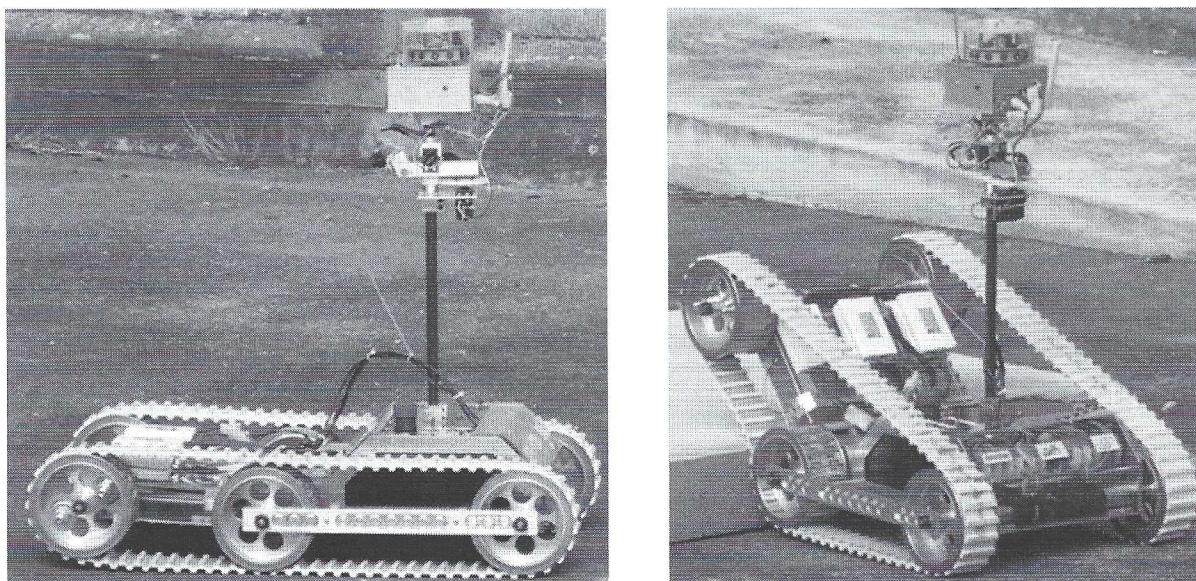
**Seul le Document Réponse doit être rendu dans son intégralité (le QR Code doit être collé sur la première page de ce Document Réponse). Les réponses doivent rentrer dans les cadres prévus, faire une version préalable au brouillon.**

## Robot à géométrie variable

### Présentation

#### 1. Mise en situation

Certains robots mobiles terrestres actuels ont pour vocation d'évoluer dans un milieu inconnu et imprévisible ; ces contraintes nécessitent une automatisation afin de s'adapter aux circonstances d'utilisation et permettre à un seul opérateur de gérer plusieurs robots à la fois. Afin d'accroître les capacités de franchissement des UGVs (« Unmanned Ground Vehicles » - Véhicules terrestre sans pilote) non déformables, une alternative efficace consiste à développer des robots à géométrie variable. Munis plus souvent de chenilles que de roues, ces UGVs peuvent être distingués par l'acronyme anglais VGTVs pour « Variable Geometry Tracked Vehicles ». C'est de cette famille dont fait partie le robot B2P2 élaboré au laboratoire LARIS d'Angers et présenté sur la **figure 1**.



**Figure 1** - Robot B2P2 en position repos et en situation de franchissement

Le franchissement d'un obstacle par le robot B2P2 s'effectue avec une capacité de franchissement plus importante que pour d'autres robots. Ce robot est constitué de trois parties principales : une partie arrière propulsive (châssis) dotée de deux essieux, une partie avant inclinable et une partie avant translatable dotée d'un essieu (visible sur la **figure 2**). Pour franchir un trottoir, il voit sa partie avant s'incliner vers le haut afin de mieux accoster l'obstacle pour ensuite incliner sa partie avant vers le bas dans la deuxième partie du franchissement.

#### 2. Analyse système partielle

Le diagramme des exigences, en **annexe 1**, présente un extrait du cahier des charges du robot B2P2.

Concernant la partie propulsive (châssis), le robot B2P2 dispose de deux moteurs à courant continu dédiés à la propulsion (1<sup>re</sup> chaîne fonctionnelle). Comme le présente la **figure 2**, un moteur pilote l'inclinaison de la partie inclinable (2<sup>e</sup> chaîne fonctionnelle), tandis qu'un second moteur actionne une vis mère pour modifier la distance entre le second essieu et la partie translatable supportant le troisième essieu (3<sup>e</sup> chaîne fonctionnelle). L'utilisation conjointe de ces deux moteurs permet de garantir la tension de la chenille. Enfin, les compartiments blancs sur les flancs du véhicule renferment 4 (2 de chaque côté) batteries polymères 12 Volts 3 200 mAh qui assurent un peu plus d'une heure d'autonomie à ses 4 moteurs et à l'informatique de contrôle.

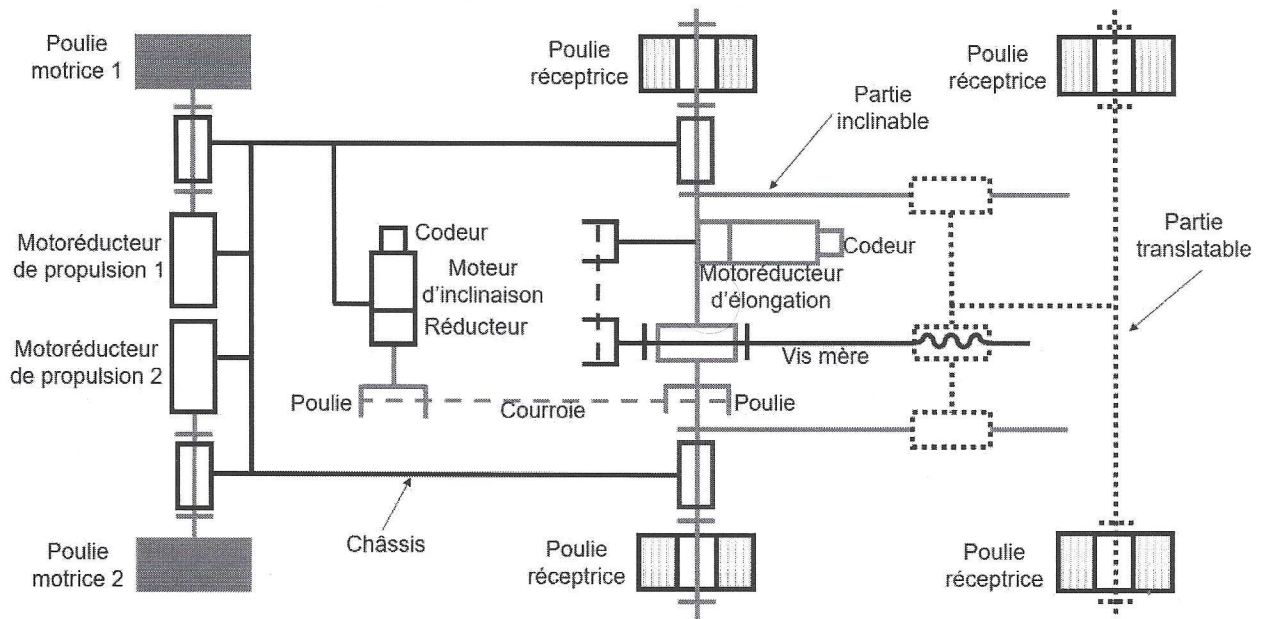


Figure 2 - Structure du robot B2P2 (chenilles non représentées)

### 3. Problème posé

Afin de franchir un obstacle de grande taille en toute autonomie, le robot doit identifier l'obstacle et modifier sa géométrie en conséquence. Cette modification impose de s'intéresser aux conditions suivantes :

- contraintes géométriques garantissant le bon fonctionnement de la chenille ;
- contrôle de la stabilité du robot ;
- autonomisation du processus.

L'objectif de cette étude est de vérifier certaines performances du système afin de valider partiellement le respect des exigences liées à la modification de la géométrie du robot lors d'un franchissement d'obstacle en autonomie.

### 4. Démarche proposée

Le respect des exigences (et sous exigences) 1.2.3 relatives à l'adaptation de la configuration géométrique du robot fait l'objet de la **Partie I**. Celle-ci a pour objectifs :

- de définir le ratio de franchissement et vérifier celui du robot B2P2 (exigence 1.2.1),
- de vérifier, d'un point de vue géométrique, que la mise en place de l'inclinaison de la partie avant nécessaire au franchissement de l'obstacle s'effectue en accord avec le bon fonctionnement de la chenille.

Pour ce deuxième point, il faudra s'assurer que l'adaptation de la longueur de la partie avant (élongation) soit en accord avec l'angle d'inclinaison de la partie avant ainsi que la longueur de la chenille (exigence 1.2.3.2).

Dans la **Partie II**, nous allons aborder indépendamment le principe de commande de l'inclinaison (exigence 1.2.3.1.2) de la partie inclinable en prérequis d'un bon fonctionnement de la commande synchronisée des deux commandes d'élongation et inclinaison.

Dans la **Partie III**, nous allons étudier le principe du traitement de données permettant le contrôle de la stabilité du châssis (exigence 1.2.4) avec en particulier le contrôle de l'inclinaison du châssis vis-à-vis de l'horizontalité.

Dans la **Partie IV**, nous allons étudier comment sont traitées les données de mesure enregistrées sur site par le robot lors d'exploration et comment, par des requêtes SQL, il est possible d'établir des rapports d'étude.

## Partie I - Caractérisation des performances de franchissement du robot et établissement de la condition de fonctionnement à géométrie variable

**Objectifs :** vérifier que l'exigence 1.2.1 relative au ratio de franchissement du robot peut être satisfaite et établir la condition de compatibilité géométrique entre l'élongation et l'inclinaison de la partie avant du robot B2P2.

### I.1 - Caractérisation du franchissement par le ratio de franchissement

**Objectif :** définir le ratio de franchissement et vérifier celui du robot B2P2.

Le ratio de franchissement permet de qualifier la capacité de franchissement de robots. Cette capacité de franchissement est limitée par la taille des roues. Pour un robot à roues ou à chenilles à structure non déformable, on retient généralement la définition suivante : si  $D$  représente le diamètre des roues (ou des poulies pour le cas d'un robot à chenilles), la hauteur de la plus grande marche que pourra franchir le véhicule (en avançant droit sur l'obstacle) est donnée par  $D/2$ . Ainsi, quelle que soit la taille de ce type d'engin, son ratio de franchissement n'excédera jamais 0,5.

Dans le cas général, on définira le ratio de franchissement comme le rapport entre la dimension du plus haut obstacle franchissable et la dimension caractéristique de la roue (ou de la poulie pour le cas d'un robot à chenilles). Pour une comparaison claire, les ratios de franchissement de certains robots qui ont fait leur preuve figurent dans le **tableau 1**.

On nomme les robots terrestres « UGV » pour « Unmanned Ground Vehicles » et en particulier les robots à structures variables « VGTV » pour « Variable Geometry Tracked Vehicles », classe à laquelle appartient le robot B2P2.

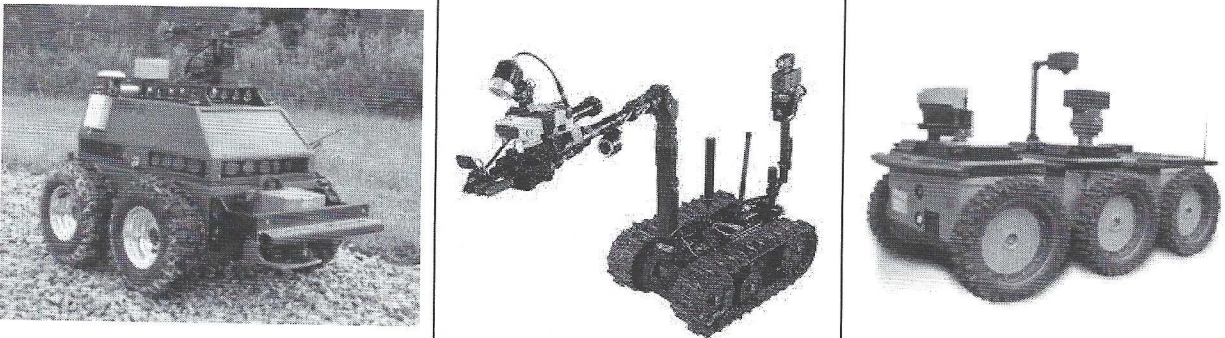
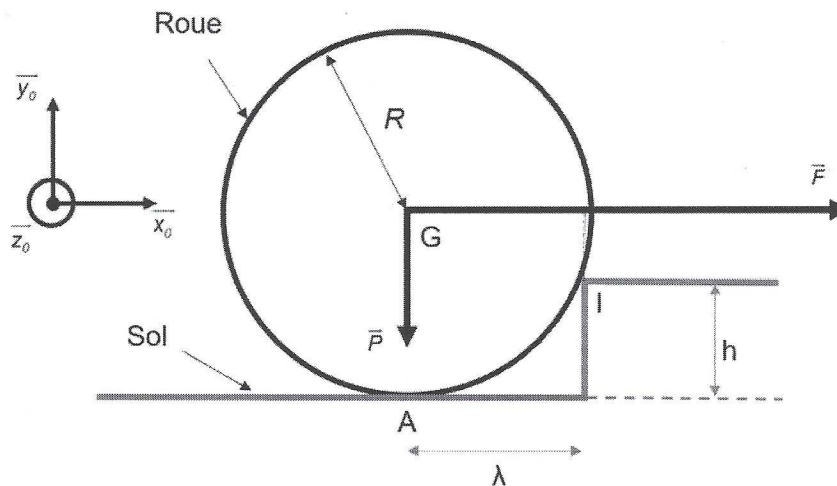
| Robot                                                                                | Vitesse max. (m/s) | Poids (kg)         | Diamètre de la roue (cm) | Plus haute marche (cm) | Ratio |
|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------------|------------------------|-------|
| ATRV-JR                                                                              | 1                  | 50                 | 30                       | 15                     | 0,5   |
| TALON-HAZMAT                                                                         | 1,8                | 22 à 64            | 30                       | 15                     | 0,5   |
| ROBUROC6                                                                             | 3,6                | 160                | 45                       | 40                     | 0,88  |
| B2P2 (VGTV)                                                                          | 1,5                | 8                  | 12                       | 35                     | 2,5   |
|  |                    |                    |                          |                        |       |
| ATRV-JR (UGV)                                                                        |                    | TALON-HAZMAT (UGV) |                          | ROBUROC6 (VGTV)        |       |

Tableau 1 - Comparatif de performances

### Modélisation du franchissement d'un obstacle par une roue simple

La **figure 3** précise la modélisation choisie pour cette étude. On suppose une force motrice  $\vec{F} = F\vec{x}_0$  s'appliquant en G et résultant de la présence d'une motorisation non détaillée. La **roue** de masse  $M$ , de rayon  $R$  et de centre de gravité G est en contact avec le **sol** aux points A et I et subit la force de pesanteur  $\vec{P} = -Mg\vec{y}_0$ . La base liée au sol est  $B_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ . On supposera l'absence de glissement au point de contact I. Les actions mécaniques exercées au niveau du point I de la part du sol sur la roue sont notées :

$$\{T_{\text{Sol} \rightarrow \text{Roue}}\} = \begin{Bmatrix} X_I \vec{x}_0 + Y_I \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I$$



**Figure 3** - Modèle pour le franchissement d'un obstacle pour une roue

**Étude statique :** on supposera une évolution quasi-statique et on s'intéressera à l'équilibre, précisément au moment du décoller, au point de contact A, de la roue avec le sol. On souhaite expliquer pourquoi le ratio de franchissement d'un robot classique vaut 0,5. Pour cela, on se propose de calculer la force motrice  $F$ , notée dans ce cas  $F_S$ , permettant le franchissement du trottoir de hauteur  $h$  telle que  $0 \leq h \leq R$ .

- Q1.** En isolant la roue, quel théorème doit-on appliquer pour déterminer  $F_S$  sans faire intervenir les actions au niveau du point I ?
- Q2.** Déterminer  $F_S$  en fonction de  $M$ ,  $g$  et des dimensions caractéristiques du problème  $h$  et  $R$ .
- Q3.** Que vaut  $F_S$  dans les cas extrêmes où  $h = R$  et  $h = 0$  ? Expliquer pourquoi le ratio de franchissement d'un robot classique vaut 0,5.

**Étude dynamique :** analysons maintenant la contribution des effets dynamiques dans la possibilité d'effectuer le basculement autour du point I à l'instant  $t_i$  quand il y a décoller au point de contact A avec le sol.

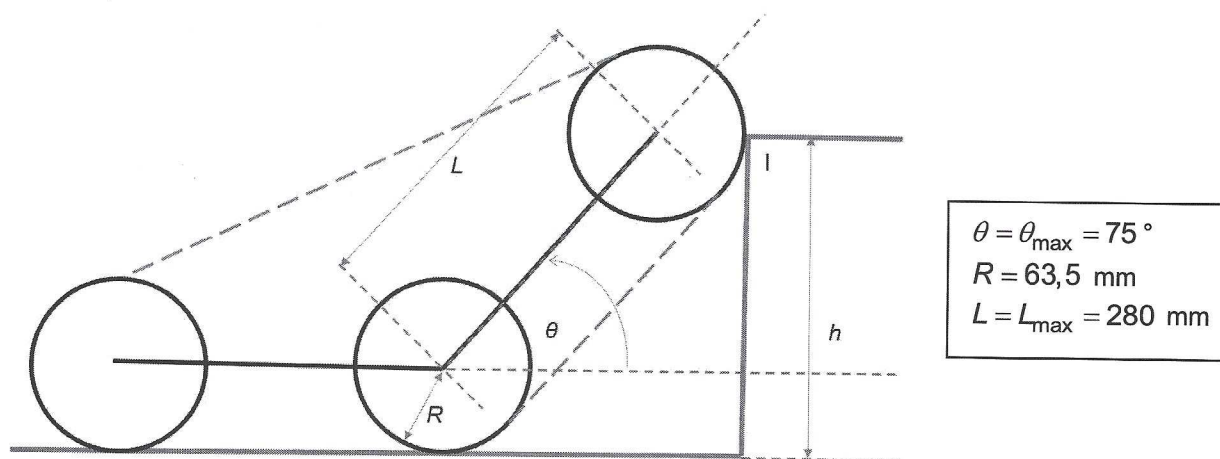
Pour cela, supposons l'accélération du point G notée  $\vec{a}_{G,roue/0}(t) = \ddot{x}(t)\vec{x}_0 + \ddot{y}(t)\vec{y}_0 \approx \ddot{x}(t)\vec{x}_0$  et le vecteur taux de rotation noté  $\vec{\Omega}_{roue/0} = \Omega(t)\vec{z}_0$ . Le moment d'inertie de la roue selon l'axe  $(G, \vec{z}_0)$  est noté  $J$ .

$F$  sera noté  $F_D$  dans ce cas.

- Q4.** En adaptant la démarche de l'étude statique, calculer  $F_D$  sous la forme  $F_D = F_S + \Delta F$ . Déterminer  $\Delta F$  en fonction de  $J$ ,  $\dot{\Omega}(t_i)$ ,  $M$ ,  $\ddot{x}(t_i)$  et des dimensions caractéristiques du problème  $R$  et  $h$ .
- Q5.** En étudiant le signe de  $\ddot{x}(t_i)$  et de  $\dot{\Omega}(t_i)$  au moment où la roue entre en contact avec l'obstacle, comparer  $F_S$  et  $F_D$  et indiquer si l'on doit utiliser davantage de force en dynamique ou en statique pour effectuer le basculement.

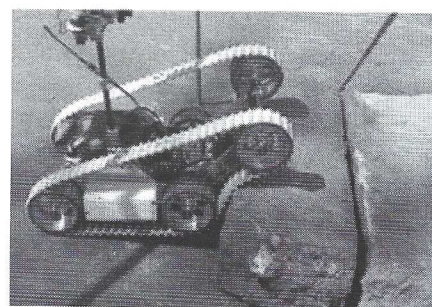
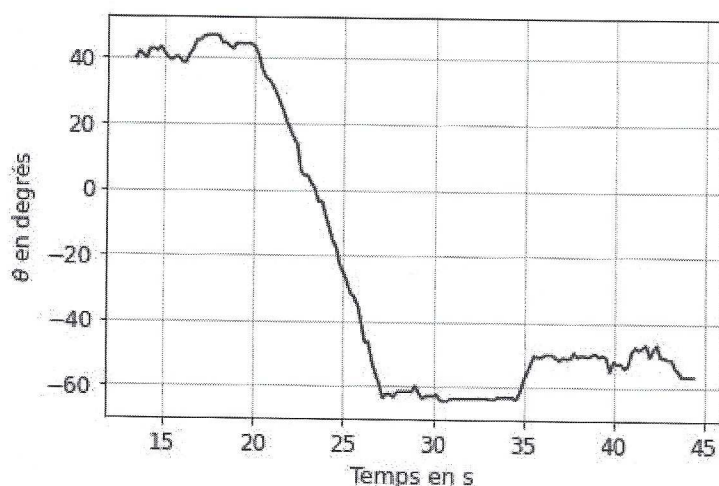
### Ratio de franchissement pour un robot B2P2

La **figure 4** précise la modélisation du franchissement d'un obstacle par le robot B2P2 dans la situation où l'inclinaison d'angle  $\theta$  est maximale dans la phase d'accostage.



**Figure 4** - Modèle pour le franchissement d'un obstacle par le robot B2P2

Expérimentalement, lors d'un franchissement d'une marche, on effectue une mesure de l'angle  $\theta$  (angle entre le châssis et la partie avant inclinable). La mesure est donnée sur la **figure 5**.



Situation initiale

Évolution de l'angle  $\theta$  lors du franchissement

**Figure 5** - Rélevé expérimental pour l'angle  $\theta$  en fonction du temps

- Q6.** Donner la plage de variation approximative sur laquelle évolue l'angle  $\theta$  lors du franchissement de cet obstacle de type « marche ». Est-ce compatible avec le cahier des charges ?
- Q7.** Numéroté, dans l'ordre, les différentes phases de franchissement d'une marche de 22 cm (étape 1, étape 2, étape 3 et étape 4).
- Q8.** Exprimer à l'aide de la **figure 4**, le ratio de franchissement dans le cas du robot B2P2 en fonction de  $R$ ,  $L$  et de  $\theta$ . Donner un ordre de grandeur pour la valeur maximale de  $\theta = \theta_{\max}$  et vérifier la valeur du ratio de franchissement de l'exigence 1.2.1. Conclure.

## 1.2 - Condition géométrique de fonctionnement

**Objectif :** établir la condition de compatibilité géométrique entre l'élongation et l'inclinaison de la partie avant du robot B2P2.

La longueur des deux chenilles étant constante (les chenilles étant considérées inextensibles), le robot doit s'adapter afin de maintenir la tension dans la chenille lorsque  $\theta$  évolue lors du franchissement d'une marche et éviter de décheniller.

### Modèle géométrique

Les **figures 6 et 7** correspondent aux modèles cinématique et géométrique dans le plan médian du robot et présentent le paramétrage de l'étude. Les points A, B et C sont positionnés à l'intersection du plan médian et des axes de rotation des essieux. On a  $\vec{z}_0 = \vec{z}_1 = \vec{z}_2$ .

Le repère  $R_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est associé au châssis du robot.

Le repère  $R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , obtenu par rotation d'angle  $\alpha$  du repère  $R_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , est associé à la partie haute de la chenille.

Le repère  $R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  ; obtenu par rotation d'angle  $\theta$  du repère  $R_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , est associé à la partie avant du robot.

L'élongation, notée  $e(\theta)$ , est telle que  $\overrightarrow{BC} = L_2 \vec{x}_2 + e(\theta) \vec{x}_2$  ; on prendra  $e(0) = 0$ .

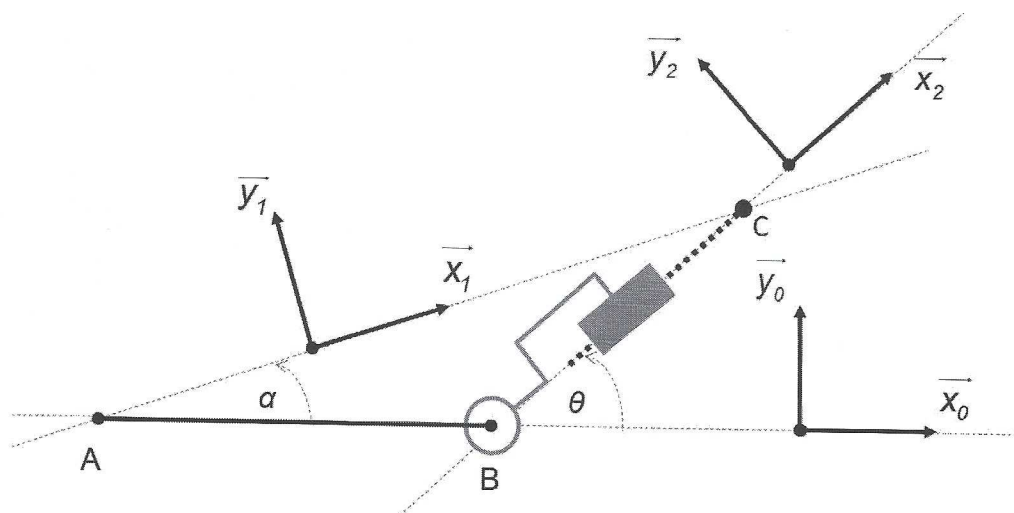
On définit également  $\overrightarrow{AC} = L(\theta) \vec{x}_1$  et  $\overrightarrow{AB} = L_1 \vec{x}_0$ . Enfin,  $D$  est le diamètre de la roue et  $L_c$  la longueur totale de la chenille qui est constante.

- Q9.** Distinguer parmi les paramètres  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $e$ ,  $L$ ,  $\theta$  et  $\alpha$  ceux qui sont des paramètres constants et ceux qui sont des paramètres variables.
- Q10.** Dans la situation où  $\theta = \alpha = 0$ , faire un croquis et exprimer la relation entre  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $D$  et  $L_c$ .
- Q11.** À l'aide de la **figure 7** et sachant que la longueur de la chenille est constante, indiquer la relation entre les grandeurs  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $e$ ,  $L$ ,  $D$  et  $L_c$  dans le cas général.
- Q12.** En associant les deux relations obtenues dans les deux questions précédentes, montrer que  $L(\theta) + e(\theta) = \text{cste}$  et préciser cette constante en fonction des données du problème.
- Q13.** Donner la fermeture géométrique entre les points A, B et C sous forme vectorielle, ainsi que les deux projections dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$ .

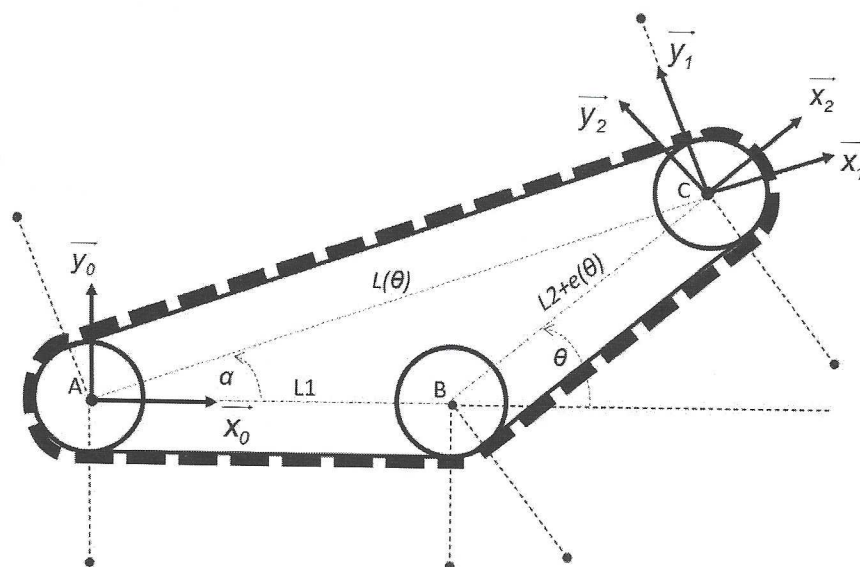
**Q14.** À l'aide des deux relations scalaires précédentes, exprimer la relation  $L(\theta)^2$  en fonction de  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $e(\theta)$  et de  $\theta$ .

**Q15.** En utilisant la relation mise en place à la question **Q12.**, exprimer la relation  $e(\theta)$  en fonction de  $L_1$ ,  $L_2$  et de  $\theta$  en la mettant sous la forme :  $e(\theta) = \frac{F[1 - \cos(\theta)]}{G + H\cos(\theta)}$ . On explicitera  $F$ ,  $G$  et  $H$  en fonction de  $L_1$  et de  $L_2$ .

Fort de la connaissance de la relation  $e(\theta)$ , nous allons pouvoir étudier les performances du système de commande de la structure à géométrie variable.



**Figure 6** - Modèle cinématique du robot B2P2 de la structure (sans poulie et chenille)



**Figure 7** - Modèle géométrique du robot B2P2 (avec les poulies et la chenille)

## Partie II - Vérification des performances des systèmes de commande inclinaison et élongation pour faire varier la géométrie du robot

**Objectifs :** vérifier que l'exigence 1.2.3.1.2 relative aux performances de la commande asservie d'inclinaison peut être satisfaite.

### II.1 - Principe de la commande pour l'inclinaison

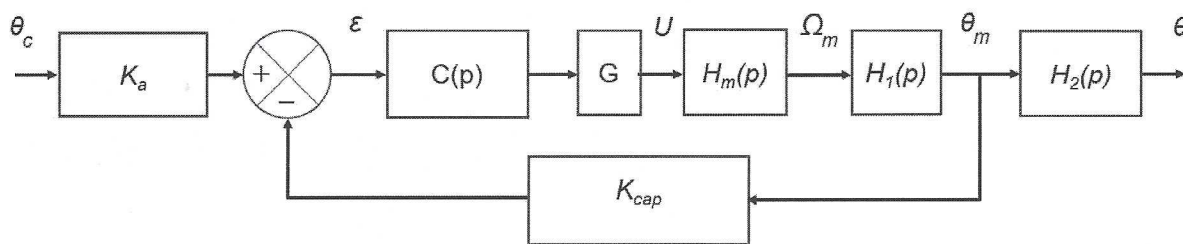
Le cahier des charges de la commande d'inclinaison introduit dans l'exigence 1.2.3.1.2 est détaillé et précisé dans le **tableau 2**.

| Performance      | Critère                                                      | Niveau                                                  | Remarques                                                                                                                      |
|------------------|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Stabilité</b> | Marge de Phase                                               | 80°                                                     | Limiter le dépassement                                                                                                         |
|                  | Marge de Gain                                                | 20 dB                                                   |                                                                                                                                |
|                  | Dépassement                                                  | 2 %                                                     |                                                                                                                                |
| <b>Précision</b> | Erreur statique                                              | 1°                                                      |                                                                                                                                |
|                  | Contribution à l'erreur vis-à-vis d'une perturbation échelon | 1°                                                      |                                                                                                                                |
| <b>Rapidité</b>  | Temps de réponse à 5 %                                       | De l'ordre de la seconde (ni trop lent, ni trop rapide) | Facilite le couplage des commandes et permet le contrôle visuel et la reprise en main manuelle en cas de risque de décheniller |

**Tableau 2** - Détails sur l'exigence 1.2.3.1.2

### Commande de l'axe d'inclinaison

On se limite ici à l'étude de la commande de l'inclinaison de la partie avant du robot décrite sur la **figure 2** et ceci indépendamment de la possibilité de commander l'élongation de la partie avant. La courroie est donc absente ou bien totalement détendue. Le principe associé à cette commande est décrit par la **figure 8**.



**Figure 8** - Structure de l'asservissement de l'axe d'inclinaison

Un codeur incrémental, solidaire de l'axe moteur, permet d'obtenir l'image de l'angle de l'axe moteur  $\theta_m$ . Cette image est mise en œuvre au niveau de la boucle d'asservissement pour construire un écart  $\varepsilon$  avec la consigne d'inclinaison  $\theta_c$  transformée par l'adaptateur de gain  $K_a$ . Cet écart  $\varepsilon$ , via le correcteur de fonction de transfert  $C(p)$  et l'amplificateur-variateur de gain  $G$ , va permettre de produire la tension de commande  $U$  du moteur à courant continu de fonction de transfert  $H_m(p)$ . L'inclinaison  $\theta$  est obtenue à la sortie du réducteur avec un gain de réduction  $H_2(p)$  de l'angle de rotation du moteur  $\theta_m$  tel que  $K_r = \frac{\theta}{\theta_m} = \frac{1}{43}$ . Notons la présence d'une transmission par poulies-courroie crantées sans rapport de réduction.

## II.2 - Modélisation de l'axe d'inclinaison

**Objectif :** élaborer un modèle de connaissance de l'axe d'inclinaison et réaliser la synthèse de la commande.

### Modélisation de la motorisation

La motorisation de l'axe 1 est réalisée à l'aide d'un moteur électrique à courant continu et aimants permanents, dont le comportement peut être modélisé par les équations suivantes.

$$u(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (1) \quad C_m(t) = k_c i(t) \quad (2)$$

$$e(t) = k_e \omega_m(t) \quad (3) \quad C_m(t) - C_{re}(t) = J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad (4)$$

Les différentes grandeurs intervenant dans le modèle sont définies dans le **tableau 3**.

| Symbole       | Désignation                                         | Unités / valeurs                     |
|---------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------------|
| $u(t)$        | Tension d'induit                                    | V                                    |
| $e(t)$        | Force contre-électromotrice                         | V                                    |
| $i(t)$        | Courant d'induit                                    | A                                    |
| $\omega_m(t)$ | Vitesse de rotation du moteur                       | rad/s                                |
| $C_m(t)$      | Couple moteur                                       | N·m                                  |
| $C_{re}(t)$   | Couple résistant équivalent ramené sur l'axe moteur | N·m                                  |
| $R$           | Résistance de l'induit                              | 0,41 $\Omega$                        |
| $L$           | Inductance de l'induit                              | 0,07 mH                              |
| $k_e$         | Constante de force contre-électromotrice            | $1,91 \cdot 10^{-2}$ V/(rad/s)       |
| $k_c$         | Constante de couple                                 | $1,91 \cdot 10^{-2}$ N·m/A           |
| $J$           | Inertie du rotor                                    | $42 \cdot 10^{-7}$ kg·m <sup>2</sup> |

**Tableau 3** - Grandeurs associées au modèle de la motorisation

On note  $\Omega_m(p)$ ,  $U(p)$ ,  $E(p)$ ,  $I(p)$ ,  $C_m(p)$  et  $C_{re}(p)$ , les transformées de Laplace respectives de  $\omega_m(t)$ ,  $u(t)$ ,  $e(t)$ ,  $i(t)$ ,  $C_m(t)$  et  $C_{re}(t)$ . On négligera tout d'abord le couple résistant  $C_{re}(t)$ . On supposera les conditions initiales nulles.

Le tableau précédent donne l'inertie à vide  $J$  du rotor du moteur. On néglige les inerties des poulies et de la courroie. Seule la rotation de la partie orientable est prise en compte ; cette dernière étant constituée d'ensemble de solides de masse  $m = 2$  kg. En première approche, afin d'obtenir un ordre de grandeur, on assimilera la partie orientable à une masse ponctuelle située à une distance  $d$  de l'axe de rotation de la roue telle que  $d = 15$  cm.

**Q16.** Déterminer l'expression du moment d'inertie équivalent  $J_{eq}$  de la partie orientable, ramenée sur l'axe de rotation du moteur. Comparer son ordre de grandeur avec  $J$  et conclure.

**Q17.** Déterminer les transformées de Laplace des équations (1) à (4) du moteur en considérant des conditions initiales nulles. Compléter les blocs correspondants sur le schéma bloc par les transmittances manquantes.

**Q18.** Calculer  $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$  et la mettre sous la forme  $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_{em}p + \tau_{em}\tau_e p^2}$ .

**Q19.** À partir de la réponse  $H_m(p)$  à un échelon de 10 V, identifier  $H_m(p)$  et la mettre sous la forme canonique.

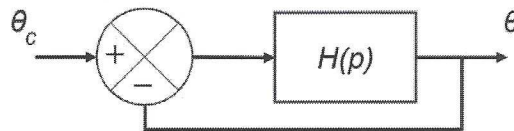
**Q20.** Comparer les résultats des questions **Q18** et **Q19**. Expliquer les éventuels écarts.

### Modélisation de la boucle d'asservissement en position de l'axe d'inclinaison

À partir de maintenant, on prendra  $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau p}$  et le correcteur sera de type proportionnel  $C(p) = K_{cor}$ .

**Q21.** Déterminer  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  et l'expression de  $K_a$  pour que le système soit correctement contrôlé.

On se propose par la suite de mettre le schéma bloc de la **figure 8** sous la forme d'un schéma bloc équivalent à retour unitaire comme décrit sur la **figure 9**.



**Figure 9** - Schéma équivalent de l'asservissement de l'axe d'inclinaison

**Q22.** Déterminer  $H(p)$  en fonction de  $K_{cor}$ ,  $K_{cap}$ ,  $G$ ,  $K_m$  et de  $\tau$ .

### II.3 - Analyse des performances de l'asservissement de l'axe d'inclinaison

À ce stade, on prendra la fonction de transfert  $H(p)$  non corrigée (avec  $K_{cor} = 1$ ) telle que :

$$H(p) = \frac{K}{(1 + \tau p)p} = \frac{25}{(1 + 0,05p)p}.$$

**Q23.** Représenter l'allure des diagrammes asymptotiques et réels pour le gain et la phase de la fonction de transfert  $H(p)$  non corrigée (avec  $K_{cor} = 1$ ). On précisera les caractéristiques particulières (valeur de pulsation, pente en dB/dec, etc.).

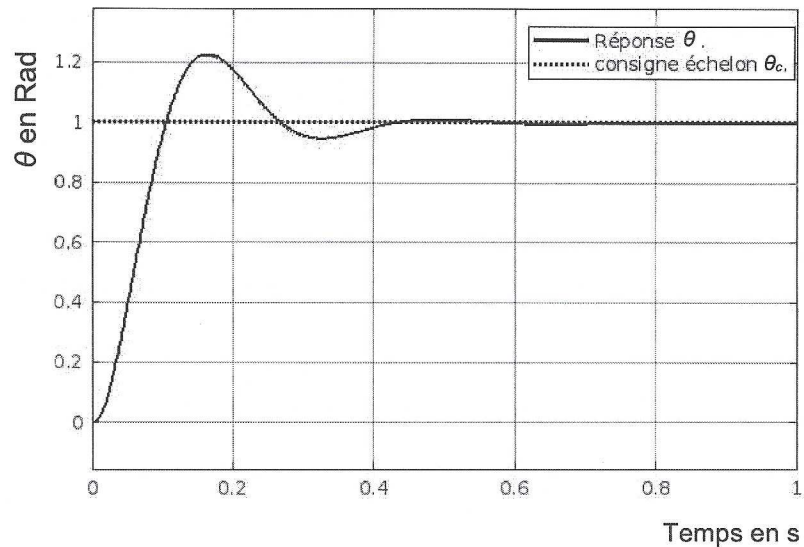
On donne sur la **figure 10**, la réponse temporelle du système à un échelon unitaire.

**Q24.** Compléter le tableau des performances pour le système non corrigé dans le cas d'un système non perturbé.

On considère maintenant la présence d'un couple de charge pris en compte dans l'équation mécanique (4) dans le cas où le couple résistant équivalent ramené sur l'axe moteur  $C_{re}(t)$  peut se mettre sous la forme d'un échelon de perturbation.

**Q25.** Proposer une origine physique du couple résistant équivalent ramené sur l'axe moteur  $C_{re}(t)$  (en dehors des frottements). Préciser dans quel bloc du schéma de la **figure 8** intervient cette perturbation.

**Q26.** Déterminer si l'exigence sur la contribution à l'erreur due à cette perturbation de type échelon est validée en justifiant votre réponse. Proposer et justifier le choix d'un correcteur approprié.



**Figure 10** - Réponse temporelle du système à l'échelon unitaire en fonction du temps

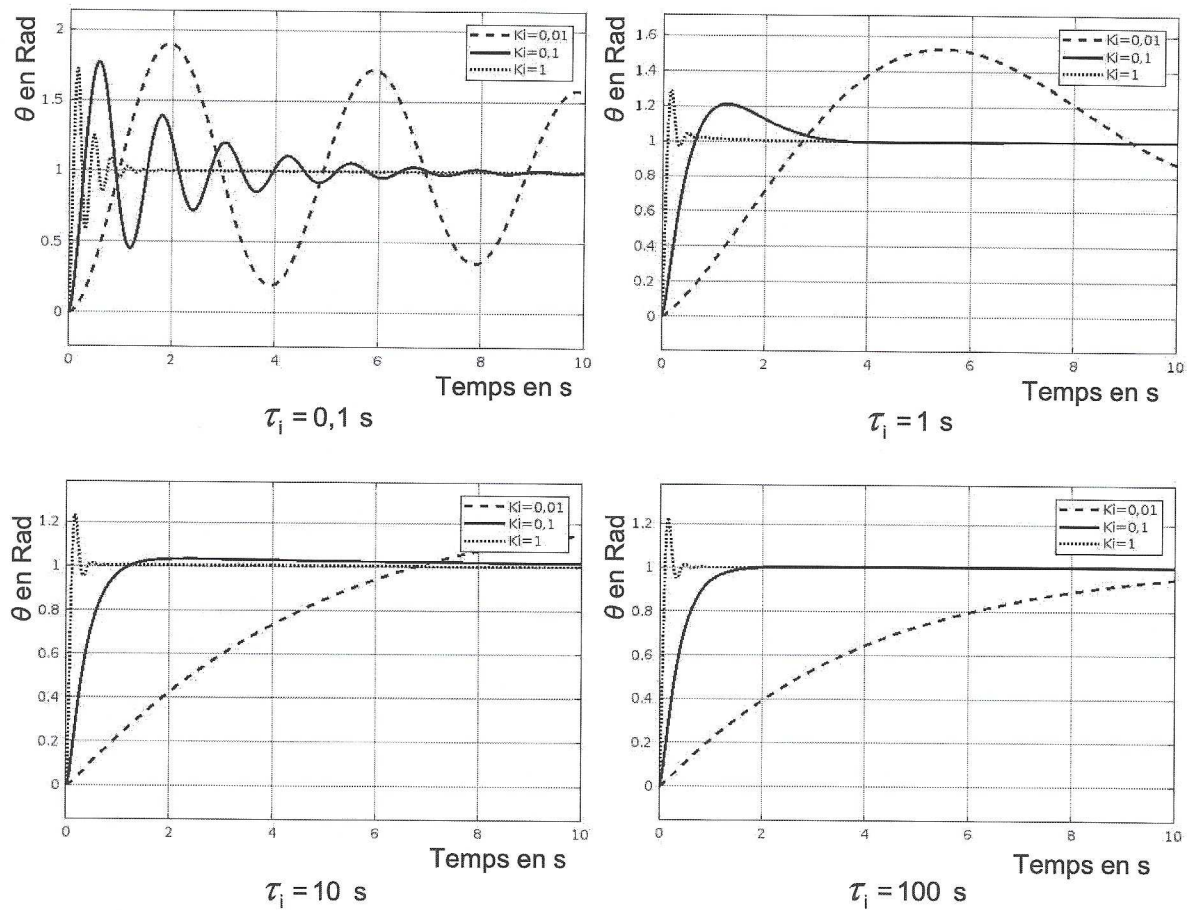
#### II.4 - Amélioration des performances de l'asservissement de l'axe d'inclinaison

On donne sur les **figures 11a et 11b**, la réponse à l'échelon unitaire du système ainsi que le tracé des diagrammes de Bode de la fonction de transfert  $H_c(p)$  corrigée (avec le correcteur sélectionné à l'issue de **Q26**).

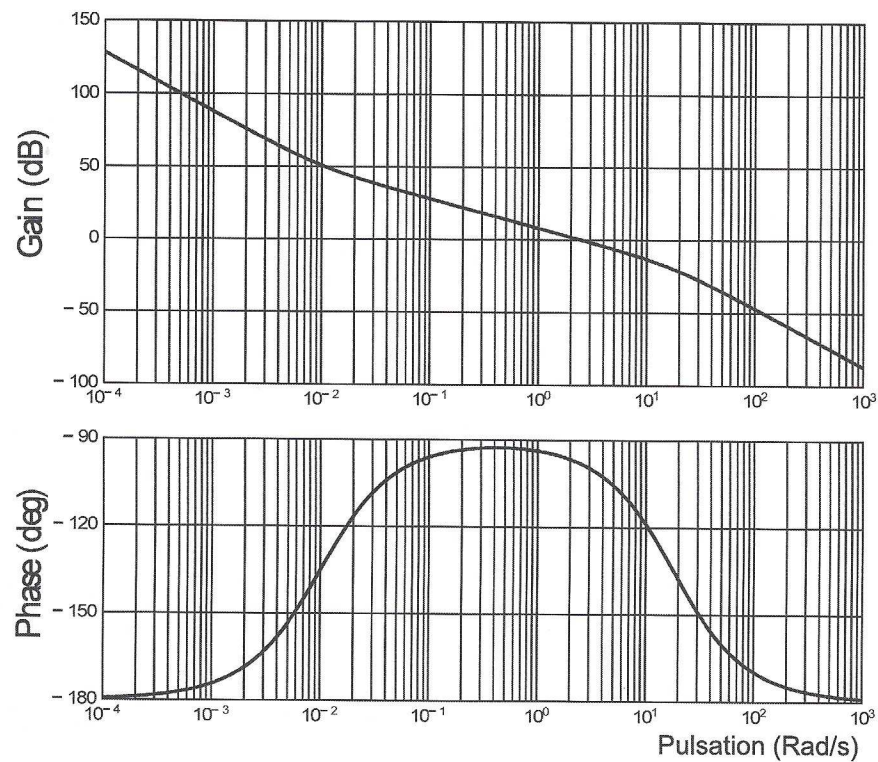
À ce stade, on prendra :

$$H(p) = \frac{K}{(1+\tau p)p} \cdot \frac{K_i(1+\tau_i p)}{\tau_i p} = \frac{25K_i(1+\tau_i p)}{\tau_i(1+0,055p)p^2}.$$

**Q27.** Proposer un couple de valeur pour  $K_i$  et  $\tau_i$  parmi les valeurs proposées afin de valider les exigences du cahier des charges. Faire une synthèse.



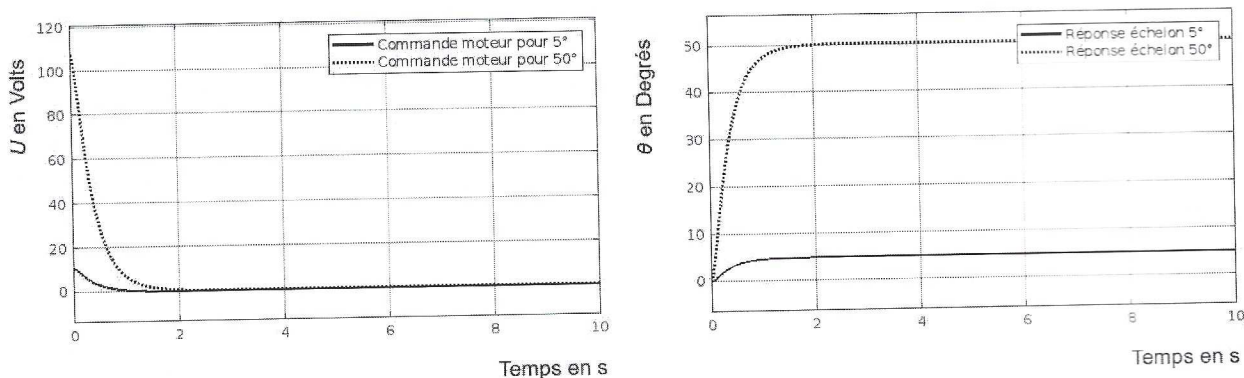
**Figure 11a** - Réponse temporelle du système corrigé à l'échelon unitaire pour différentes valeurs de  $K_i$  et  $\tau_i$  en fonction du temps



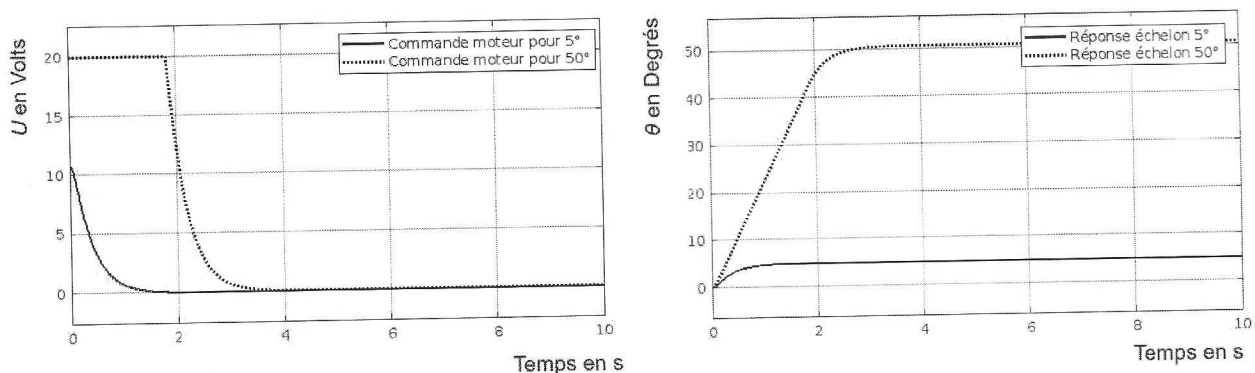
**Figure 11b** - Diagrammes de Bode de la fonction de transfert  $H_c(p)$  pour de  $K_i = 0.1$  et  $\tau_i = 100$  s

### Vérification du non dépassement de la tension maximale supportable par le moteur

On souhaite s'assurer que la tension maximale admissible par le moteur ( $U_{max} = 20V$ ) ne soit pas dépassée en fonctionnement indépendamment de l'amplitude de l'échelon imposé. Des résultats de simulation sont donnés dans les **figures 12a** et **12b** pour deux sollicitations de type échelon, soit pour un angle de faible amplitude ( $5^\circ$ ), soit pour un angle de forte amplitude ( $50^\circ$ ), avec ou sans protection pour le moteur. On visualisera la réponse temporelle du système ainsi que la tension de commande du moteur en fonction du temps.



**Figure 12a** - Tension de commande et réponse du système **sans** protection du moteur en fonction du temps



**Figure 12b** - Tension de commande et réponse du système **avec** protection du moteur en fonction du temps

- Q28.** Déterminer dans quel cas la tension maximale admissible pour le moteur a été dépassée. Proposer un composant à disposer en sortie de variateur afin de limiter la tension d'alimentation du moteur. Préciser l'influence de ce composant sur la performance de rapidité pour le cas d'échelon de forte amplitude.

## Partie III - Contrôle de la stabilité du robot B2P2

### Certaines questions relèvent de l'Informatique Tronc Commun. Elles sont traitées en langage Python.

NB : pour ce sujet, on admettra que la ligne « `import numpy as np` » a été exécutée.

**Objectif :** mettre en place le traitement des informations reçues de l'accéléromètre afin de les rendre utilisables par la carte de commande dans le but de vérifier la stabilité lors de la modification de la géométrie (exigence 1.2.4).

Lors de phase de franchissement et avec la possibilité de faire varier la géométrie, il est utile de mesurer l'orientation du châssis dans l'espace afin de ne pas dépasser les limites de positionnement du châssis pouvant altérer la stabilité du robot. Dans le cas où ces limites sont dépassées, une information sera transmise à l'opérateur et la possibilité de reprendre le contrôle manuel du robot sera permis.

#### III.1 - Étalonnage du capteur ADXL335

**Objectif :** montrer que la mesure par un accéléromètre associé à un traitement de données va permettre de connaître le positionnement du châssis par rapport au sol.

#### Étalonnage du capteur ADXL335

Nous allons d'abord connecter l'accéléromètre triaxial ADXL335 à une carte d'acquisition afin de déterminer l'offset (valeur de sortie du capteur pour une valeur d'entrée nulle) et le gain du capteur. La **figure 13** donne un aperçu du capteur et de son orientation dans l'espace et précise les définitions de gain et d'offset. Les caractéristiques du composant sont données dans la documentation technique (sur le **Document Réponse**). Les 3 mesures délivrées par l'accéléromètre sont notées  $A_x$ ,  $A_y$  et  $A_z$ . Pour ce type de carte, la pleine échelle de 5V correspond à 1024 incréments.

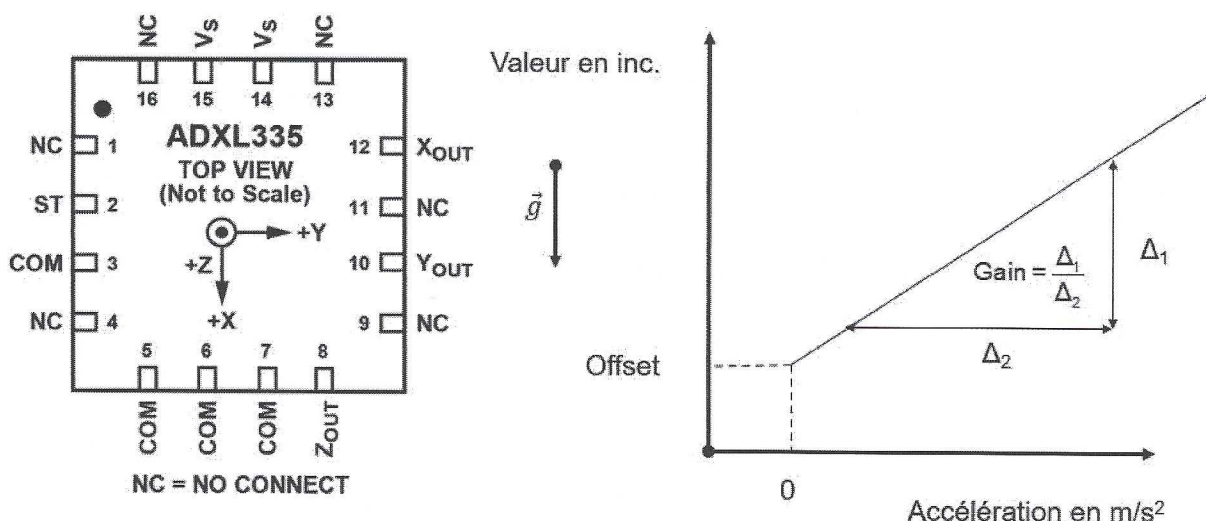


Figure 13 - Positionnement du capteur lors de l'essai

Un étalonnage rapide nous montre que, lorsque le capteur est immobile, les mesures d'accélération donnent :  $A_y = A_z = 336$  incréments et  $A_x = 409$  incréments.

- Q29.** Que mesure-t-on avec  $A_x$  ? Déterminer les grandeurs permettant d'obtenir l'offset en incréments. Donner la valeur de l'offset en tension exprimé en Volt. Est-ce en accord avec la documentation technique ?
- Q30.** Déterminer le gain du capteur en mV/g avec g, l'accélération de la pesanteur. Est-ce en accord avec la documentation technique ?

### III.2 - Traitement de données avec Python : création de listes de données

Les mesures obtenues sont exportées sous la forme d'un fichier (.txt) dont un extrait est donné ci-dessous. Il est constitué de 4 colonnes et de 121 lignes. La **figure 14** donne un aperçu partiel du fichier de données ainsi qu'un extrait du programme permettant l'exploitation du fichier de données.

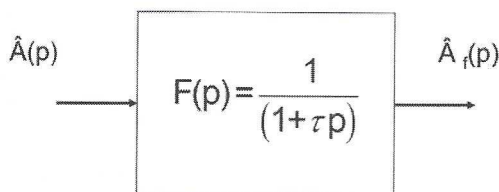
| Temps | $A_x$     | $A_y$     | $A_z$     |                                 |
|-------|-----------|-----------|-----------|---------------------------------|
| 0     | -0,040649 | 0,013535  | -1,00293  | 15 f=open('./accel.txt')        |
| 0,1   | -0,031296 | 0,012177  | -0,997635 | 16 fichier=f.readlines()        |
| 0,2   | -0,031555 | 0,004181  | -0,997742 | 17 f.close()                    |
| 0,3   | -0,037506 | 0,011856  | -0,997635 | 18                              |
| 0,4   | -0,027664 | -0,00679  | -0,992355 | 19 resu=[]                      |
| 0,5   | -0,031372 | 0,00351   | -0,996078 | 20 resul=[]                     |
| 0,6   | -0,032181 | 0,005615  | -0,996262 | 21 for ligne in fichier:        |
| 0,7   | -0,031052 | 0,004257  | -0,99678  | 22                              |
| 0,8   | -0,031189 | 0,003021  | -0,996338 | 23 ligne=ligne.rstrip("\n")     |
| 0,9   | -0,030319 | -0,008835 | -0,995956 | 24 ligne=ligne.replace(",",".") |
| 1     | -0,034225 | 0,004135  | -1,003159 | 25 resul=ligne.split("\t")      |
| 1,1   | -0,033127 | 0,013748  | -0,998627 | 26 resu.append(resul)           |
| 1,2   | -0,028732 | 0,000214  | -0,987091 | 27                              |
| 1,3   | -0,032013 | 0,034393  | -0,987839 | 28 legende=resu.pop(0)          |
| 1,4   | -0,034195 | 0,068863  | -0,97142  | 29                              |
| 1,5   | -0,033173 | 0,126282  | -0,984512 | 30 resufloat = []               |
| 1,6   | -0,035141 | 0,186691  | -0,951492 | 31 for L in resu:               |
| 1,7   | -0,047363 | 0,292587  | -0,922256 | 32 lresu=[float(x) for x in L]  |
|       |           |           |           | 33 resufloat.append(lresu)      |

**Figure 14** - Fichier de données et extrait de script

- Q31.** Compléter le tableau en donnant la signification des lignes 23, 24, 25, 26 et 28 à l'aide de l'annexe 2.
- Q32.** Déterminer le type de données « resu » et « resufloat » ? Donner leur premier élément et leur dimension. Donner la ligne de code permettant maintenant d'obtenir la liste temps (float).

### III.3 - Traitement de données avec Python : filtrage des données brutes

Le signal  $A(t)$  de transformée de Laplace  $A(p)$  délivré par l'accéléromètre étant bruité, on effectue une étape de filtrage des données en programmant un filtre passe-bas du premier ordre approximé à l'aide de la méthode d'Euler explicite. On obtient le signal filtré  $A_f(t)$  de transformée de Laplace  $A_f(p)$ . Cette méthode revient à appliquer le principe décrit sur la **figure 15**.



**Figure 15** – Principe du filtrage utilisé

On définit  $f = \frac{1}{2\pi\tau}$  la fréquence de coupure en Hertz. Pour discrétiser les grandeurs, on notera :

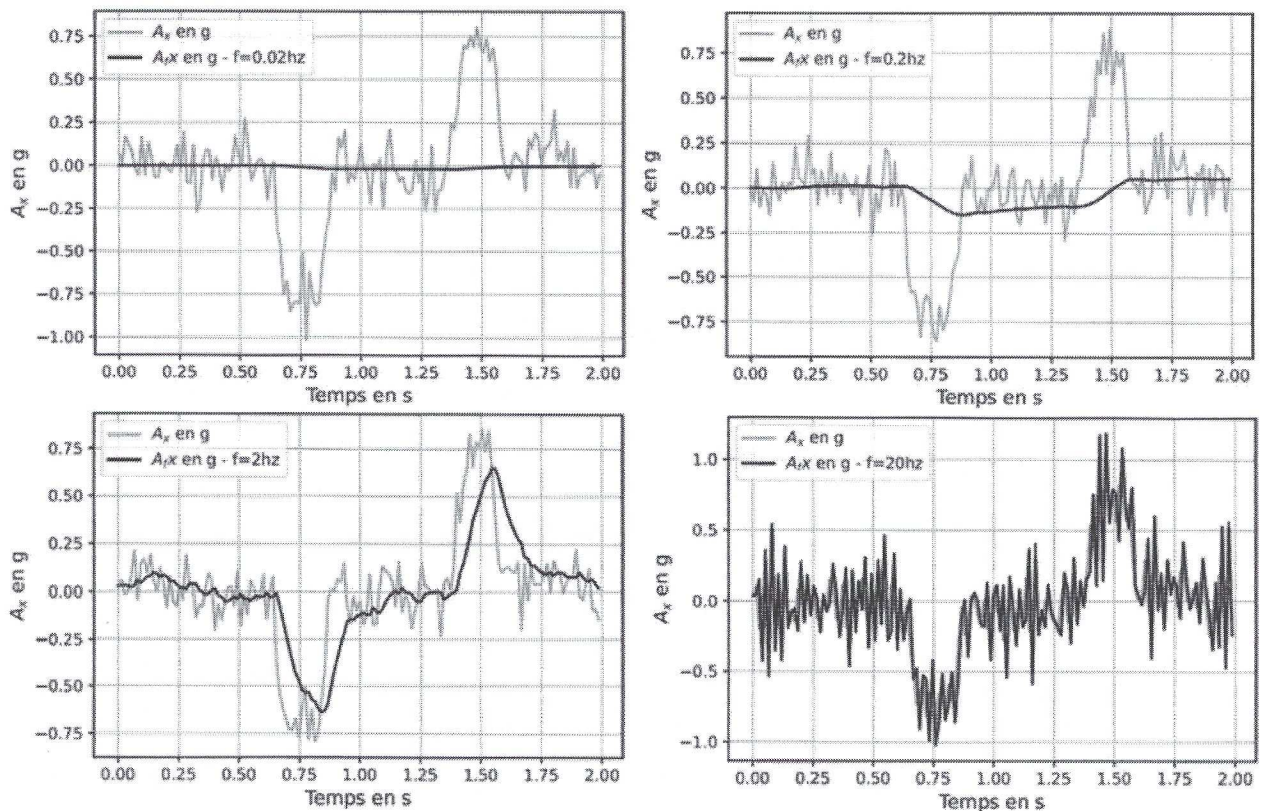
$$A(t_i) = A_i \text{ et } A_f(t_i) = A_{f,i+1}.$$

**Q33.** Donner l'équation différentielle reliant  $A(t)$  et  $A_f(t)$ .

**Q34.** Donner l'expression de  $A_{f,i+1}^f$  en fonction de  $A_i^f$ ,  $A_i$ ,  $t_{i+1}$ ,  $t_i$  et de  $\tau$  en utilisant la méthode d'Euler explicite. Proposer une valeur pour  $A_0^f$ .

**Q35.** Donner la fonction `Filtrage(A, temps, f)` qui prend pour argument une liste A des mesures à filtrer (float), une liste temps (float), de même dimension, représentant le temps et f la fréquence de coupure du filtre passe-bas (float) et qui renvoie une liste Af (float) des mesures filtrées par cette méthode.

La figure 16 présente le résultat du filtrage passe-bas pour différentes valeurs de  $f$  :



**Figure 16** - Accélérations  $A(t)$  et  $A_f(t)$  pour différentes fréquences de coupure  $f$

**Q36.** Quelle est l'influence de la fréquence de coupure  $f$  sur la qualité du filtrage ?

On se satisfait du filtrage dont les résultats sont présentés sur la figure 17.

**Q37.** Donner un encadrement de la fréquence de coupure  $f$  utilisée.

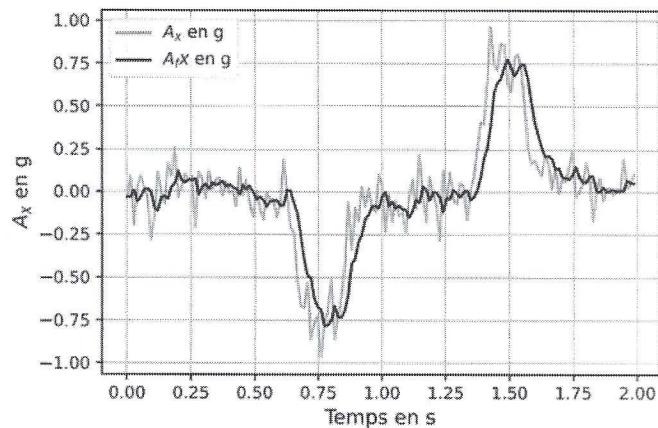


Figure 17 - Accélérations  $A(t)$  et  $A_f(t)$  avec la fréquence de coupure retenue

### III.4 - Détermination des angles de tangage $\beta$ et de roulis $\varphi$ dans le cas général

On rappelle quelques éléments de positionnement dans l'espace d'un solide. On définit les bases suivantes, bases qui sont complètement indépendantes de celles de la partie I :

- l'angle de rotation de tangage  $\beta = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_1) = (\vec{Z}_0, \vec{Z}_1)$  permettant le passage de la base 0 :  $(\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$  à la base 1 :  $(\vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$ ;
- l'angle de rotation de roulis  $\varphi = (\vec{X}_1, \vec{X}_2) = (\vec{Z}_1, \vec{Z}_2)$  permettant le passage de la base 1 :  $(\vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$  à la base 2 :  $(\vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$ .

**Q38.** Représenter les deux figures planes de travail.

Hypothèse : on supposera que les accélérations liées à un mouvement par rapport au sol sont soit faibles (moins de 5 % de  $g$ ), soit nulles, ce qui est généralement constaté lorsque l'accéléromètre équipe le robot. Ceci permettra d'utiliser les mesures de l'accéléromètre pour en déduire les inclinaisons  $\beta$  et  $\varphi$ . Le repère 2 est associé au capteur triaxial ADXL335 (ce repère correspond à celui représenté sur le capteur) et le repère 0 est associé au sol. Les accélérations  $A_{x2}$ ,  $A_{y2}$  et  $A_{z2}$  sont les accélérations mesurées par le capteur. On sait que le vecteur accélération de la pesanteur s'écrit  $\vec{g} = -g \vec{Z}_0$ . On mesure donc l'accélération  $A_{z0} = A_{z1} = A_{z2} = g$  avec le capteur lorsque  $\beta = \varphi = 0$ .

**Q39.** Après avoir déterminé l'expression des accélérations  $A_{x2}$ ,  $A_{y2}$  et  $A_{z2}$  en fonction de  $g$ ,  $\beta$  et de  $\varphi$ , déterminer les expressions de  $\beta$  et de  $\varphi$  en fonction de  $A_{x2}$ ,  $A_{y2}$  et de  $A_{z2}$  dans le cas où  $\beta$  et  $\varphi$  varient de 0 à  $\pi/2$ .

### III.5 - Traitement de données avec Python : détermination des angles de tangage $\beta$ dans le cas test particulier de retournement du capteur ( $\varphi = 0$ )

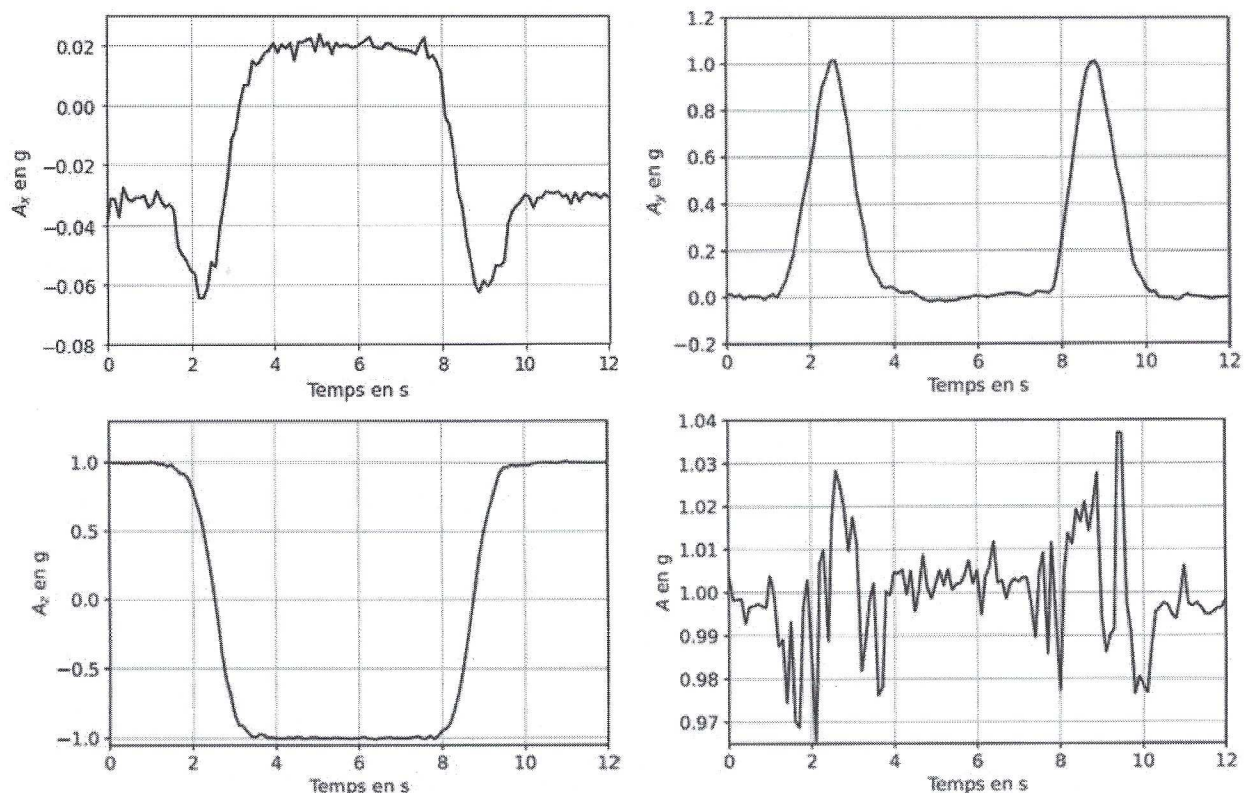
On souhaite effectuer un test sur une séquence de retournement du capteur (correspondant à la situation extrême du retournement du robot sur lui-même) suivi d'un retour en position initiale du capteur comme décrit dans le **tableau 4**. Le point de mesure sur le micro capteur est M, la distance  $OM = r = 2$  cm.

| Séquence                                                                                                                                       | Durée |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|--|
| Phase 1 : positions 1 à 5<br>Rotation autour de $(O, \vec{X}_0)$ à<br>vitesse de rotation $\dot{\beta}$ constante<br>positive – pas de roulis  | 2,5 s |  |
| Phase 2 : positions 5 et 6<br>Pause dans le mouvement                                                                                          | 5 s   |  |
| Phase 3 : positions 6 à 10<br>Rotation autour de $(O, \vec{X}_0)$ à<br>vitesse de rotation $\dot{\beta}$ constante<br>négative – pas de roulis | 2,5 s |  |

**Tableau 4** - Description de la séquence de retournement pour la phase de test

**Q40.** Déterminer l'expression littérale de l'accélération  $\vec{a}_{M \in \text{capteur} / O}$  du point  $M$  appartenant au capteur par rapport au sol. En déduire une valeur approchée de sa norme. Comparer cette valeur à  $g$ . Conclure sur la validité de la mesure d'inclinaison lors du cas test à l'aide de l'hypothèse de la sous-partie III.4.

Un script non donné qui implémente les formules précédemment trouvées permet de produire et d'afficher les accélérations mesurées par le capteur et filtrées  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$  et la norme de l'accélération  $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$  sur la **figure 18**.



**Figure 18** - Accélérations filtrées  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$  et la norme de l'accélération  $A$  en fonction du temps

Dans le cas où la validité de la mesure pourrait être mise en cause dans la réalité, on se propose de mettre en place, par sécurité, un critère permettant de vérifier que la norme de l'accélération reste comprise entre +/- 5 % de  $g$ .

**Q41.** Donner la fonction `ControleA(A)` qui prend pour argument une liste  $A$  (norme de l'accélération - float) et qui renvoie le nombre de valeurs hors critère (int), le pourcentage de valeurs hors critère (float) et la valeur de la séquence consécutive et maximum de valeurs hors critère sur l'ensemble de l'échantillon (float).

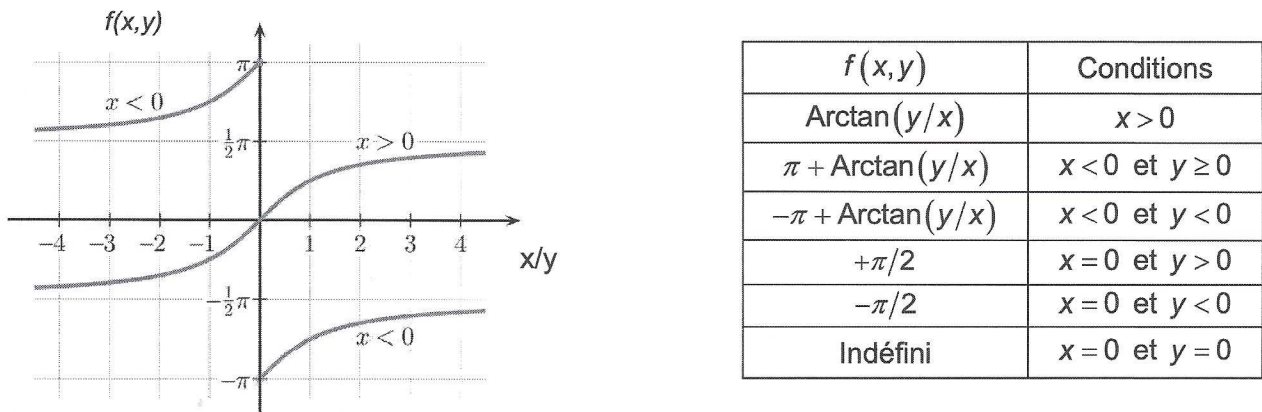
Par la suite, on suppose la validité de ce principe de mesure. Pour rappel, dans ce cas particulier sans roulis, la relation simplifiée (issue des questions précédentes) donnant le tangage est

$\tan \beta = \frac{A_{y2}}{A_{z2}}$ . L'utilisation d'un script non donné mettant en œuvre la formule  $\beta = \text{Arctan}\left(\frac{A_{y2}}{A_{z2}}\right)$

permet d'obtenir la courbe de tangage en degrés pour le cas du test de retournement.

**Q42.** Donner, sur le graphe de la courbe de tangage du **Document Réponse**, l'allure de la courbe que l'on devrait réellement obtenir dans le cas du test de retournement en la superposant à la courbe de tangage fournie. Déterminer la cause de la discontinuité observée.

On se propose de créer un script visant à corriger l'angle  $\beta$  obtenu précédemment. Pour ce faire, on définit une fonction de correction  $f(x,y)$  à deux variables  $x$  et  $y$ . Cette dernière est définie sur la **figure 19** pour tout  $x$  et  $y$  appartenant à  $\mathbb{R}$  tel que  $(x,y) \neq (0,0)$ .



**Figure 19** - Courbe représentative de la fonction  $f(x,y)$

On supposera que le cas de la dernière ligne du tableau de la **figure 19** n'est pas possible pour la suite.

**Q43.** Donner la fonction `Tangagecorrige(beta,accz,accy)` qui prend pour argument une liste  $\text{beta}$  (angle  $\beta$  en degrés - float) précédemment obtenue, une liste  $\text{accz}$  (float) de l'accélération filtrée  $A_z$  et une liste  $\text{accy}$  (float) de l'accélération filtrée  $A_y$  (de même dimension que la liste  $\text{beta}$ ). Cette fonction, effectuant simplement un correctif de l'angle  $\beta$ , renvoie une liste  $\text{betacor}$  (float) de l'angle de tangage  $\beta$  corrigé en tenant compte des différents cas identifiés dans la **figure 19** hormis celui de la dernière ligne.

## Partie IV - Édition d'un rapport d'étude

### (Informatique tronc commun)

**Objectif :** déterminer la méthode pour éditer un rapport d'étude à partir de données récupérées par les capteurs d'un robot B2P2 en situation d'évolution sur des sites explorés. Ces données peuvent ensuite être traitées sur un ordinateur par un logiciel qui permet d'établir des rapports d'étude via des requêtes SQL.

Les données sont enregistrées dans une base de données dont une structure simplifiée est la suivante : une table **Site** répertoriant les sites étudiés, une table **Zone** répertoriant toutes les zones à investiguer sur un site concerné et une table **Mesure** répertoriant toutes les mesures sur une zone considérée d'un site considéré. La structure détaillée est décrite ci-après.

- La table **Site** contient les attributs suivants :
  - **refsite** (de type entier) : numéro indiquant la référence du site,
  - **nom** (de type chaîne de caractères) : désignation du nom du lieu du site,
  - **dates** (de type tuple) : tuple contenant les dates de début et de fin d'étude d'un site considéré.
- La table **Zone** contient les attributs suivants :
  - **refzone** (de type entier) : numéro indiquant la référence de la zone sur site considéré,
  - **refsite** (de type entier) : numéro indiquant la référence du site considéré,
  - **coordGPS** (de type chaîne de caractères) : coordonnées GPS du point central de la zone considérée,
  - **durée** (de type flottant) : durée passée sur zone considérée.
- La table **Mesure** contient les attributs suivants :
  - **refmesure** (de type entier) : numéro indiquant la référence de la mesure réalisée,
  - **refzone** (de type entier) : numéro indiquant la référence de la zone considérée sur site considéré,
  - **refcapteur** (de type entier) : numéro indiquant la référence du capteur utilisé,
  - **date** (de type chaîne de caractères) : date de la mesure,
  - **temps** (de type liste) : liste des instants (en seconde) des prises de mesure des capteurs pendant l'opération considérée,
  - **grandeur1** (de type liste) : liste des mesures de la grandeur1 lors de la mesure,
  - **grandeur2** (de type liste) : liste des mesures de la grandeur2 lors de la mesure,
  - **grandeur3** (de type liste) : liste des mesures de la grandeur3 lors de la mesure.

**Q44.** Donner la différence entre les attributs encadrés et les attributs soulignés.

**Q45.** Écrire une requête SQL permettant de renvoyer les dates de début et de fin de l'étude du site de nom "SITE1".

**Q46.** Écrire une requête SQL permettant de déterminer la durée passée à étudier les zones du site de nom "SITE1".

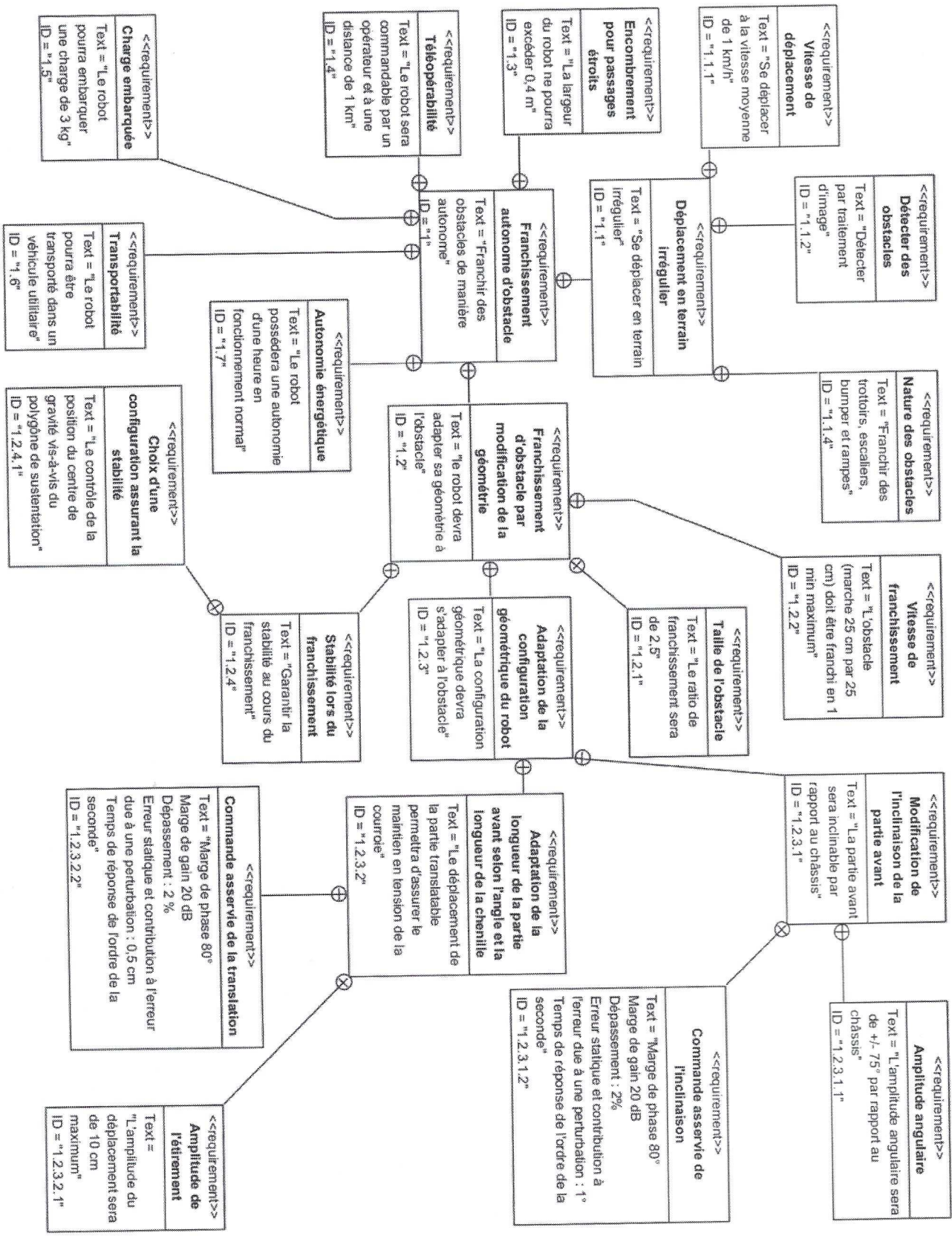
**Q47.** Écrire une requête SQL permettant de renvoyer les listes temps, grandeur1 et grandeur3 de la première mesure (numérotée 1, valeur à utiliser dans la requête) de la deuxième zone (numérotée 2, valeur à utiliser dans la requête) effectué sur le site de nom "SITE1".

### Synthèse globale de l'étude

**Q48.** En prenant comme point de départ l'objectif global fixé et la démarche proposée présentés en début de sujet, réaliser une synthèse reprenant les différents points abordés dans le cadre de cette étude. Conclure sur l'aptitude des solutions retenues à satisfaire les exigences du cahier des charges abordées au cours de l'étude.

ANNEXE 1

DIAGRAMME DES EXIGENCES



## ANNEXE 2

## RAPPEL DE SYNTAXES EN PYTHON

Une **séquence d'échappement** en Python est une combinaison de caractères commençant par un **antislash** (\), utilisée pour représenter des caractères spéciaux ou effectuer des actions spécifiques dans une chaîne. Voici une liste des séquences d'échappement les plus courantes accompagnée d'exemples.

| Séquence d'échappement | Représente             | Exemple              | Résultat          |
|------------------------|------------------------|----------------------|-------------------|
| \n                     | Retour à la ligne      | text = "CCINP\n2025" | 'CCINP<br>2025'   |
| \r                     | Retour chariot         | text = "CCINP\r2025" | '2025'            |
| \t                     | Tabulation horizontale | text = "CCINP\t2025" | 'CCINP      2025' |
| \v                     | Tabulation verticale   | text = "CCINP\v2025" | 'CCINP<br>2025'   |

La fonction `split()` divise une chaîne en une liste. Vous pouvez spécifier le séparateur ; par défaut, le séparateur est un espace. La fonction `split()` prend éventuellement un paramètre :

- **separator(Optional)** : spécifie le séparateur à utiliser lors de division de la chaîne. Par défaut, le séparateur est un espace.

Exemple :

| Script                                           | Résultat                |
|--------------------------------------------------|-------------------------|
| text = "CCINP,2025,MP"<br>print(text.split(",")) | ['CCINP', '2025', 'MP'] |

La fonction `rstrip()` supprime tous les derniers caractères (l'espace est le dernier caractère par défaut à supprimer). La fonction `rstrip()` prend éventuellement un paramètre :

- **characters(Optional)** : une chaîne spécifiant le jeu de caractères à supprimer. Si l'argument `characters` n'est pas fourni, tous les espaces de la chaîne sont supprimés à la fin.

Exemple :

| Script                                                                | Résultat                                     |
|-----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| text = "CCINP\t2025      "<br>print(text)<br>print(text.rstrip("\t")) | 'CCINP      2025      '<br>'CCINP2025      ' |

La fonction `replace()` remplace une chaîne de caractères spécifiée par une autre chaîne de caractères spécifiée. La fonction `replace()` prend deux paramètres :

- **oldStr(Obligatoire)** : la chaîne à rechercher
- **newStr(Obligatoire)** : la chaîne par laquelle remplacer l'ancienne chaîne

Exemple :

| Script                                                                       | Résultat        |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| text = "CCINP 2024 MP"<br>print(text)<br>print(text.replace("2024", "2025")) | 'CCINP 2025 MP' |

La fonction `open()` est utilisée pour ouvrir un fichier et obtenir un objet fichier qui permet de lire ou d'écrire dans ce fichier.

La fonction `readline()` est utilisée avec les objets fichier pour lire toutes les lignes d'un fichier dans une liste. Chaque ligne du fichier devient un élément de la liste, avec le caractère de nouvelle ligne (`\n`) à la fin de chaque élément.

La fonction `close()` est utilisée pour fermer un fichier ouvert dans un programme. Lorsque vous ouvrez un fichier dans un programme en utilisant la fonction `open()`, il est important de le fermer une fois que vous avez terminé de l'utiliser.

La méthode `pop()` est utilisée pour retirer et retourner un élément d'une liste à un indice spécifique. Elle modifie la liste en supprimant l'élément à l'indice spécifié et retourne cet élément.

Exemple :

| Script                                                                                                                             | Résultat                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| <pre> resu = [10, 20, 30, 40, 50] element = resu.pop(2) print("Élément retiré :", element) print("Liste après pop :", resu) </pre> | <pre> '30' [10, 20, 40, 50] </pre> |

**FIN**