

Centrale PC : Physique 2 2025

Proposition de corrigé

clementpicard69000@gmail.com

Partie A : Accélérateur linéaire

Q 1. $P = D_m \Delta_{vap} h = 2 \times 10^{-4} \times 23,4 \times 10^3 = 5 \times 10^1 \text{ W}$

Q 2. On applique le premier principe à un élément de paroi de volume $dV = Sdx$ entre une date t et une date $t + dt$.

$$U(x; t + dt) - U(x; t) = \Phi(x; t)dt - \Phi(x + dx; t)dt$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} dt = j(x; t)Sdt - j(x + dx; t)Sdt$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x} Sdx$$

Or, en régime stationnaire, $\frac{dU}{dt} = 0$. Et d'après la loi de Fourier $\vec{j} = -\kappa \overrightarrow{\text{grad}} T = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \vec{e}_x$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

Q 3. Comme $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$, on a $T(x) = Ax + B$.

On sait que $j_0 = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}|_{x=0} = -\kappa A$, donc $A = -\frac{j_0}{\kappa}$

De plus $T(x = e) = T_s = Ae + B$, donc $B = T_s - Ae = T_s + \frac{j_0 e}{\kappa}$. On en conclut :

$$T(x) = -\frac{j_0}{\kappa} x + T_s + \frac{j_0 e}{\kappa}$$

$$T(x) = \frac{j_0}{\kappa} (e - x) + T_s$$

Q 4. On évalue $T(x = 0) = \frac{j_0}{\kappa} e + T_s$

De plus, $j_0 = h(T_s - T_f)$ donc $T_s = \frac{j_0}{h} + T_f$, on a donc :

$$T(x = 0) = \frac{j_0}{\kappa} e + \frac{j_0}{h} + T_f$$

Cas 1 : $T(x = 0) = \frac{30}{2} \times 2,8 \times 10^{-3} + \frac{30}{1,0 \times 10^2} + 2,0 = 2,3 \text{ K.}$

Cas 2 : $T(x = 0) = \frac{30}{28} \times 2,8 \times 10^{-3} + \frac{30}{2,4 \times 10^3} + 2,0 = 2,02 \text{ K}$

Q 5. Dans le vide $\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$

D'après l'équation de Maxwell-Faraday : $\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = \overrightarrow{\text{rot}}(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t})$$

$$\overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}}{\partial t}$$

Or d'après l'équation de Maxwell-Gauss, $\text{div} \vec{E} = 0$ et d'après l'équation de Maxwell-Ampère $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, donc :

$$\begin{aligned} -\Delta \vec{E} &= -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \Delta \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned}$$

On pose $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$, et on projette selon $\vec{e}_z$:

$$\Delta E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

Q 6. On injecte $E(r; t) = E_0 \xi(t) \psi(r)$ dans l'équation de d'Alembert précédente :

$$\begin{aligned} E_0 \xi \Delta \psi - \frac{1}{c^2} E_0 \psi \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= 0 \\ c^2 \frac{\Delta \psi}{\psi} &= \frac{1}{\xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \end{aligned}$$

Les deux membres ne dépendent pas de la même variable, ils sont donc égaux à une constante A , donc :

$$\begin{cases} c^2 \frac{\Delta \psi}{\psi} = A \\ \frac{1}{\xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = A \end{cases} \quad (1)$$

Or $\Delta \psi = \frac{d^2 \psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr}$, donc on obtient bien :

$$\begin{cases} \frac{d^2 \psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} - \frac{A}{c^2} \psi = 0 \\ \frac{d^2 \xi}{dt^2} - A \xi = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Pour éviter la divergence dans le temps de la seconde équation, il faut $A < 0$.

Q 7. Si le champ électrique s'annule en $r = R$, alors $J_0(kR) = 0$. Ainsi les trois premières valeurs de k tel que le champ électrique s'annule sont :

$$k_1 = \frac{x_{01}}{R}; k_2 = \frac{x_{02}}{R}; k_3 = \frac{x_{03}}{R}$$

Come $k = \frac{\omega}{c}$, alors :

$$\omega_1 = \frac{x_{01}c}{R}; \omega_2 = \frac{x_{02}c}{R}; \omega_3 = \frac{x_{03}c}{R}$$

Q 8. $R = \frac{x_{01}c}{\omega_1} = \frac{2,405 \times 3,00 \times 10^8}{2\pi \times 1,3 \times 10^9} = 8,8 \times 10^{-2} \text{ m.}$

Q 9. D'après l'équation de Maxwell-Faraday : $\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$. Calculons $\text{rot}(\vec{E})$ avec le formulaire :

$$\begin{aligned}
\vec{rot}(\vec{E}) &= -\frac{\partial E}{\partial r} \vec{e}_\theta \\
\vec{rot}(\vec{E}) &= -E_0 \xi(t) \frac{\partial \psi}{\partial r} \vec{e}_\theta \\
\vec{rot}(\vec{E}) &= E_0 k \sin(\omega t) J_1(kr) \vec{e}_\theta \\
-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= E_0 k \sin(\omega t) J_1(kr) \vec{e}_\theta \\
\vec{B} &= \frac{E_0 k}{\omega} \cos(\omega t) J_1(kr) \vec{e}_\theta \\
\vec{B} &= \frac{E_0}{c} \cos(\omega t) J_1\left(\frac{\omega}{c} r\right) \vec{e}_\theta
\end{aligned}$$

Q 10. En notant B_0 l'amplitude du champ magnétique :

$$\begin{aligned}
B_0 &= \frac{E_0 k_1}{\omega_1} J_1(k_1 R) \\
B_0 &= \frac{E_0}{c} J_1(k_1 R)
\end{aligned}$$

Or $k_1 R$ est la première valeur où s'annule J_0 donc on lit sur la courbe $J_1(k_1 R) = J_1(2,405) \simeq 0,55$

$$B_0 = \frac{50 \times 10^6}{3,00 \times 10^8} \times 0,55 = 9,2 \times 10^{-2} \text{ T.}$$

Q 11. On a vu que le champ magnétique atteignait en amplitude 92 mT et la température 2,3 K. Il faut donc prendre le Niobium.

Q 12. Calculons le rapport entre le poids P et la force électrique F_e :

$$\frac{P}{F_e} = \frac{m_e g}{e E} = \frac{9,11 \times 10^{-31} \times 9,81}{1,60 \times 10^{-19} \times 10 \times 10^6} = 5,6 \times 10^{-18}.$$

Le poids est donc bien négligeable devant la force électrique.

Q 13. On a $\gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

$$\begin{aligned}
1 - \frac{v^2}{c^2} &= \frac{1}{\gamma^2} \\
\frac{v}{c} &= \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}
\end{aligned}$$

Or, si $\frac{v}{c}$ est proche de 1, γ est grand, donc $\frac{1}{\gamma^2} \rightarrow 0$. On fait donc un DL à l'ordre 1 en $\frac{1}{\gamma^2}$:

$$\begin{aligned}
\frac{v}{c} &= 1 - \frac{1}{2\gamma^2} \\
\frac{1}{2\gamma^2} &= 1 - \frac{v}{c}
\end{aligned}$$

Q 14. Si v est petit devant c , on fait un DL à l'ordre 1 en $\frac{v}{c}$ de $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$:

$$\begin{aligned}\gamma &= 1 + \frac{v^2}{2c^2} \\ \Rightarrow E_c &= (\gamma - 1)mc^2 \\ \Rightarrow E_c &= (1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1)mc^2 \\ \Rightarrow E_c &= \frac{1}{2}mv^2\end{aligned}$$

Q 15. L'expression de $E_c = (\gamma - 1)mc^2$ permet d'écrire :

$$\gamma = 1 + \frac{E_c}{mc^2} = 1 + \frac{2 \times 10^{10} \times 1,60 \times 10^{-19}}{9,11 \times 10^{-31} \times 9,00 \times 10^{16}} = 3,9 \times 10^4$$

L'expression $\gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ permet d'écrire :

$$\begin{aligned}1 - \frac{v^2}{c^2} &= \frac{1}{\gamma^2} \\ \frac{v^2}{c^2} &= 1 - \frac{1}{\gamma^2} = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2} \\ \frac{v}{c} &= \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}} \\ 1 - \frac{v}{c} &= 1 - \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}} \\ 1 - \frac{v}{c} &= 1 - \sqrt{\frac{(3,9 \times 10^4)^2 - 1}{(3,9 \times 10^4)^2}} = 9,9 \times 10^{-10}\end{aligned}$$

Q 16. $H = c \times t = \frac{cT_1}{2} = \frac{c\pi}{\omega_1} = \frac{3,00 \times 10^8 \times \pi}{2\pi \times 1,3 \times 10^9} = 0,12 \text{ m.}$

Q 17. Le théorème de la puissance cinétique donne :

$$\begin{aligned}\frac{dE_c}{dt} &= \vec{F}_e \cdot \vec{v} \\ \frac{dE_c}{dt} &= eE_0 \sin(\omega_1 t) c\end{aligned}$$

On intègre sur toute la trajectoire donc entre $t = 0$ et $t = \frac{T_1}{2} = \frac{\pi}{\omega_1}$, donc :

$$\begin{aligned}\Delta E_c &= eE_0 c \int_0^{\frac{\pi}{\omega_1}} \sin(\omega_1 t) dt \\ \Delta E_c &= -\frac{eE_0 c}{\omega_1} [\cos(\omega_1 t)]_0^{\frac{\pi}{\omega_1}} \\ \Delta E_c &= -\frac{eE_0 c}{\omega_1} [\cos(\pi) - \cos(0)] \\ \Delta E_c &= \frac{2eE_0 c}{\omega_1}\end{aligned}$$

Q 18. Il faut augmenter l'énergie de $9 \text{ GeV} = 9 \times 10^9 \times 1,6 \times 10^{-19} = 1,44 \times 10^{-9} \text{ J}$.

Avec le résultat de la question 17, on peut voir l'augmentation d'énergie cinétique pour un accélérateur :

$$\Delta E_c = \frac{2eE_0 c}{\omega_1} = \frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^6 \times 3,00 \times 10^8}{2\pi \times 1,3 \times 10^9} = 5,9 \times 10^{-13} \text{ J}$$

En notant N le nombre d'accélérateur, on a $N = \frac{1,44 \times 10^{-9}}{5,9 \times 10^{-13}} = 2441$

La longueur de l'accélérateur est $L = NH = 2441 \times 0,12 = 2,9 \times 10^2$ m.

Q 19. D'après la loi des noeuds $i_n = i_{n-1} - i_{Cc} = i_{n-1} - C_c \frac{du_{C,n-1}}{dt}$

La loi des mailles permet d'écrire $u_{C,n-1} = u_{C,n} + u_n + L \frac{di_n}{dt}$

On a donc :

$$i_n = i_{n-1} - C_c \frac{du_{C,n}}{dt} - C_c \frac{du_n}{dt} - LC_c \frac{d^2 i_n}{dt^2}$$

Or $\frac{du_n}{dt} = \frac{i_n}{C}$ donc :

$$i_n = i_{n-1} - C_c \frac{du_{C,n}}{dt} - \frac{C_c}{C} i_n - LC_c \frac{d^2 i_n}{dt^2}$$

De plus, une seconde loi des noeuds permet d'écrire $i_{n+1} = i_n - C_c \frac{du_{C,n}}{dt}$ soit $C_c \frac{du_{C,n}}{dt} = -i_{n+1} + i_n$

On en déduit alors :

$$i_n = i_{n-1} + i_{n+1} - i_n - \frac{C_c}{C} i_n - LC_c \frac{d^2 i_n}{dt^2}$$

$$[\frac{C_c}{C} + 2]i_n = i_{n-1} + i_{n+1} - LC_c \frac{d^2 i_n}{dt^2}$$

Q 20. On pose $i_n = i_0 e^{i(\Omega t + knH)}$. On réintègre dans l'équation précédente :

$$[\frac{C_c}{C} + 2]i_0 e^{i(\Omega t + knH)} = i_0 e^{i(\Omega t + knH - kH)} + i_0 e^{i(\Omega t + knH + kH)} + LC_c \Omega^2 i_0 e^{i(\Omega t + knH)}$$

$$\frac{C_c + 2C}{LC_c C} = \frac{e^{-ikH} + e^{ikH}}{LC_c} + \Omega^2$$

On pose $\frac{1}{\Gamma} = \frac{1}{C} + \frac{2}{C_c} = \frac{C_c + 2C}{C_c C}$

$$\frac{1}{\Gamma L} = \frac{2 \cos(kH)}{LC_c} + \Omega^2$$

$$\Omega^2 = \frac{1}{\Gamma L} - \frac{2 \cos(kH)}{LC_c}$$

$$\Omega^2 = \frac{1}{\Gamma L} [1 - \frac{2 \Gamma \cos(kH)}{C_c}]$$

On pose $\beta = \frac{2\Gamma}{C_c}$ et $\Omega_a^2 = \frac{1}{\Gamma L}$, donc on a bien :

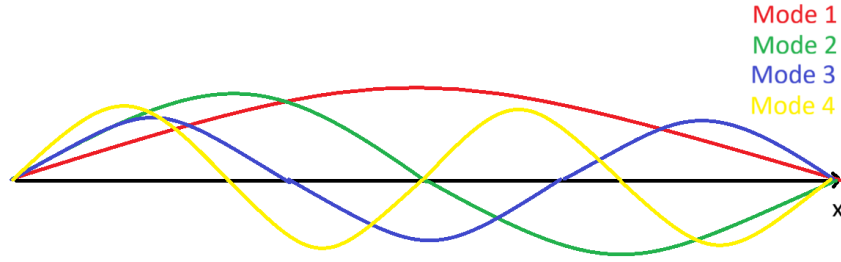
$$\Omega^2 = \Omega_a^2 [1 - \beta \cos(kH)]$$

Q 21. La période diminue quand la valeur du mode augmente, donc la suite des valeurs f_i est croissante.

Q 22. Pour le mode n , il y a exactement $n + 1$ noeuds. Il s'agit donc respectivement des modes 2, 6 et 9. Ce sont donc les fréquences $f_2 = 1,2776$ GHz, $f_6 = 1,2924$ GHz et $f_9 = 1,2983$ GHz.

Par analogie avec la corde de longueur L , pour laquelle $kL = n\pi$, on peut écrire que pour la cavité de longueur $9H$, alors $9kH = n\pi$

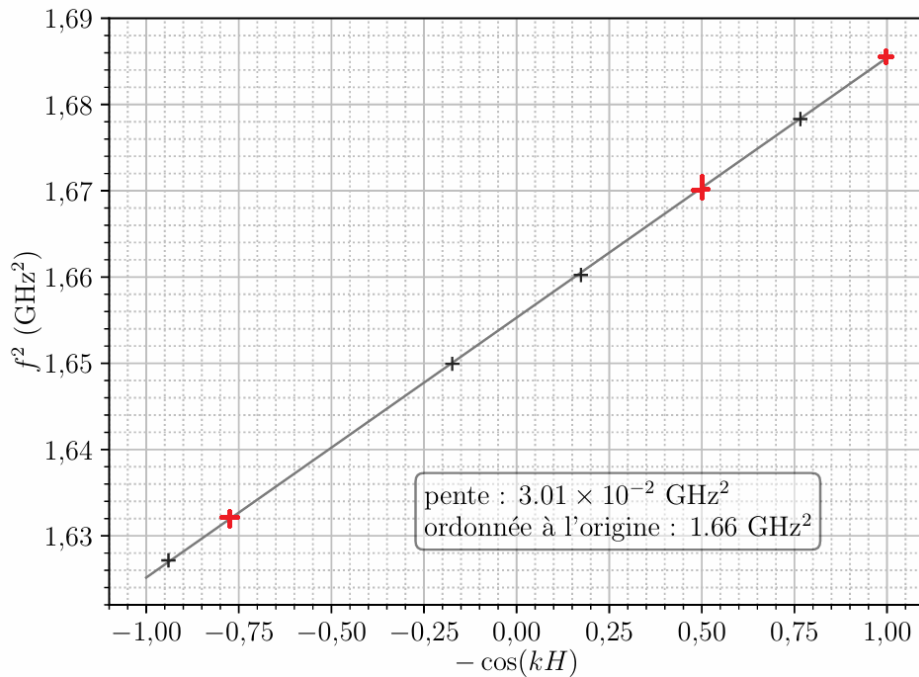
$$kH = \frac{n\pi}{9}$$



Q 23. Pour les modes 2, 6 et 9, les produits kH valent respectivement $kH = \frac{2\pi}{9}$, $kH = \frac{6\pi}{9} = \frac{2\pi}{3}$, et $kH = \pi$, Donc :

Mode	kH	$-\cos(kH)$	f^2 (GHz ²)
2	$\frac{2\pi}{9}$	-0,77	1,632
6	$\frac{2\pi}{3}$	0,50	1,670
9	π	1,00	1,686

On place ces trois points sur la figure en annexe :

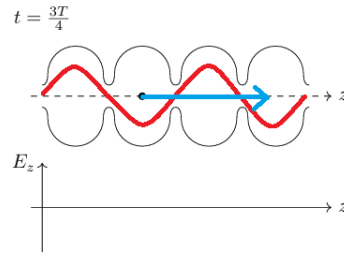
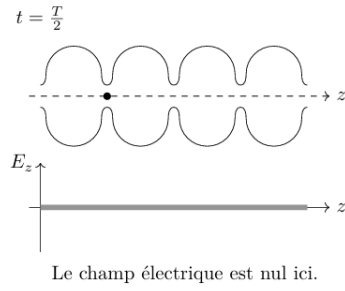
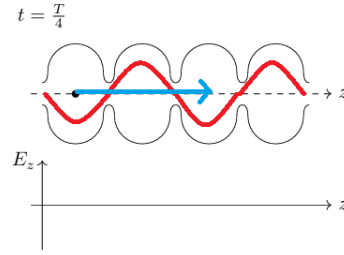
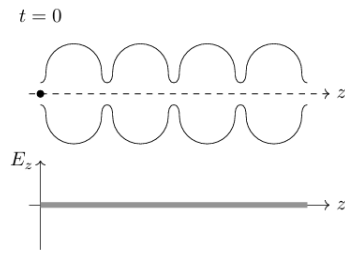


A la question 20, on a trouvé une relation affine entre Ω^2 et $-\cos(kH)$: $\Omega^2 = \Omega_a^2[1 - \beta \cos(kH)]$.

Le tracé de f^2 en fonction de $-\cos(kH)$ étant une droite, il y a relation affine entre f^2 et $-\cos(kH)$. De plus $\Omega = 2\pi f$, comme Ω est proportionnelle à f , alors on peut affirmer aussi qu'il y a relation affine entre Ω^2 et $-\cos(kH)$.

Comme $\Omega^2 = \Omega_a^2[1 - \beta \cos(kH)]$, β est la pente de la droite de la figure 3, donc $\beta = 3,01 \times 10^{-2}$ GHz².

Q 24. On trace le champ électrique en rouge. L'électron subit la force dessinée en bleu $\vec{F} = -e\vec{E}$.



Dans les cas 2 et 4, pour l'électron, la composante selon x du champ $\vec{E}$ étant négative, la force est toujours dirigée selon $+\vec{e}_x$

Partie B : L'ondulateur

Q 25. L'unique force exercée sur l'électron est la force magnétique $\vec{F}_B$, donc d'après le théorème de la puissance cinétique :

$$\frac{dE_c}{dt} = \vec{F}_B \cdot \vec{v}$$

Or, $\vec{F}_B = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$. Donc $\vec{F}_B$ est orthogonale à $\vec{v}$, donc $\vec{F}_B \cdot \vec{v} = 0$

On en déduit alors que :

$$\boxed{\frac{dE_c}{dt} = 0}$$

L'énergie cinétique reste constante au cours du mouvement dans l'onduleur.

De plus, $E_c = (\gamma - 1)m_e c^2$. Comme m_e et c sont des constantes, on en déduit que γ est constant.

De plus, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Comme c et γ sont des constantes, alors v aussi.

Q 26. On applique le PFD à l'électron. Comme γ et m_e sont constants, on peut le sortir de la dérivée :

$$\gamma m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\text{Or } \vec{v} \wedge \vec{B} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ B \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dot{z}B \\ 0 \\ \dot{x}B \end{pmatrix}$$

On projette le PFD sur les 3 axes :

$$\boxed{\gamma m_e \ddot{x} = eB_0 \dot{z} \cos(k_u z)}$$

$$\boxed{\ddot{y} = 0}$$

$$\boxed{\gamma m_e \ddot{z} = -eB_0 \dot{x} \cos(k_u z)}$$

Q 27. Avec les hypothèses, l'équation $\gamma m_e \ddot{x} = eB_0 \dot{z} \cos(k_u z)$ devient :

$$\ddot{x} = \frac{eB_0}{\gamma m_e} v_m \cos(k_u v_m t)$$

On primitive une première fois pour obtenir

$$\dot{x} = \frac{eB_0}{\gamma m_e k_u v_m} v_m \sin(k_u v_m t) + A$$

Or $\vec{v}(t=0) = v_0 \vec{e}_z$ donc $\dot{x}(t=0) = 0$ d'où :

$$0 = \frac{eB_0}{\gamma m_e k_u v_m} v_m \sin(0) + A \Rightarrow A = 0$$

On primitive une seconde fois pour obtenir

$$x(t) = -\frac{eB_0}{\gamma m_e k_u^2 v_m} \cos(k_u v_m t) + C$$

Or $x(t=0) = 0$ donc

$$0 = -\frac{eB_0}{\gamma m_e k_u^2 v_m} \cos(0) + C$$

$$C = \frac{eB_0}{\gamma m_e k_u^2 v_m}$$

On en conclut donc que :

$$x(t) = \frac{eB_0}{\gamma m_e k_u^2 v_m} [1 - \cos(k_u v_m t)]$$

On identifie $K = \frac{eB_0}{m_e k_u v_m}$

Q 28. Avec les hypothèses, l'équation $\gamma m_e \ddot{z} = -eB_0 \dot{x} \cos(k_u z)$ devient :

$$\ddot{z} = -\frac{eB_0}{\gamma m_e} \dot{x} \cos(k_u v_m t)$$

$$\ddot{z} = -\frac{eB_0}{\gamma m_e} \frac{eB_0}{\gamma m_e k_u v_m} v_m \sin(k_u v_m t) \cos(k_u v_m t)$$

$$\ddot{z} = -\frac{e^2 B_0^2}{2\gamma^2 m_e^2 k_u} \sin(2k_u v_m t)$$

$$\ddot{z} = -\frac{K^2}{2\gamma^2} k_u v_m^2 \sin(2k_u v_m t)$$

On primitive une première fois pour obtenir :

$$\dot{z} = \frac{K^2}{4\gamma^2} v_m \cos(2k_u v_m t) + A$$

Or $\dot{z}(t=0) = v_0 = \frac{K^2}{4\gamma^2} v_m \cos(0) + A$ donc $A = v_0 - \frac{K^2}{4\gamma^2} v_m$, donc

$$\dot{z} = \frac{K^2}{4\gamma^2} v_m \cos(2k_u v_m t) + v_0 - \frac{K^2}{4\gamma^2} v_m$$

En approximant $v_m \simeq v_0$, on a :

$$\dot{z} = \frac{K^2 v_0}{4\gamma^2} \cos(2k_u v_m t) + v_0 \left(1 - \frac{K^2}{4\gamma^2}\right)$$

Q 29. On a $\dot{z} = v_m + \delta v(t)$, on identifie alors $v_m = v_0 \left(1 - \frac{K^2}{4\gamma^2}\right)$

De plus, avec la formule de la question 13, on a : $v_0 = c \left(1 - \frac{1}{2\gamma^2}\right)$, donc

$$v_m = c \left(1 - \frac{1}{2\gamma^2}\right) \left(1 - \frac{K^2}{4\gamma^2}\right)$$

Q 30. On a $K = \frac{eB_0}{m_e k_u v_m}$, donc, avec $v_m = c$:

$$B_0 = \frac{K m_e k_u c}{e}$$

$$B_0 = \frac{2K m_e \pi c}{e \lambda_u}$$

$$B_0 = \frac{4\pi \times 9,11 \times 10^{-31} \times 3,00 \times 10^{18}}{1,60 \times 10^{-19} \times 4,0 \times 10^{-2}} = 0,54 \text{ T}$$

C'est un champ magnétique facilement atteignable expérimentalement.

Q 31. C'est l'expression d'une onde plane hamonique progressive dans le sens des z croissants.

Q 32. On passe en complexe : $\underline{s}_p = S_0 e^{i[\alpha(t-p\frac{\lambda_u}{v_m})-k(z-p\lambda_u)]}$:

$$\begin{aligned}\underline{s}_{tot,N} &= \sum_{p=1}^{N-1} S_0 e^{i[\alpha(t-p\frac{\lambda_u}{v_m})-k(z-p\lambda_u)]} \\ \underline{s}_{tot,N} &= S_0 e^{i(\alpha t - kz)} \sum_{p=1}^{N-1} e^{ip\lambda_u(k - \frac{\alpha}{v_m})} \\ \underline{s}_{tot,N} &= S_0 e^{i(\alpha t - kz)} \sum_{p=1}^{N-1} [e^{i\lambda_u(k - \frac{\alpha}{v_m})}]^p \\ \underline{s}_{tot,N} &= S_0 e^{i(\alpha t - kz)} \frac{1 - e^{i\lambda_u N(k - \frac{\alpha}{v_m})}}{1 - e^{i\lambda_u(k - \frac{\alpha}{v_m})}} \\ \underline{s}_{tot,N} &= S_0 e^{i(\alpha t - kz)} \frac{e^{i\lambda_u \frac{N}{2}(k - \frac{\alpha}{v_m})}}{e^{i\lambda_u \frac{1}{2}(k - \frac{\alpha}{v_m})}} \frac{e^{-i\lambda_u \frac{N}{2}(k - \frac{\alpha}{v_m})} - e^{i\lambda_u \frac{N}{2}(k - \frac{\alpha}{v_m})}}{-e^{i\lambda_u \frac{1}{2}(k - \frac{\alpha}{v_m})} - e^{i\lambda_u \frac{1}{2}(k - \frac{\alpha}{v_m})}}\end{aligned}$$

Or $s_{tot,N} = |\underline{s}_{tot,N}|$, donc :

$$\begin{aligned}s_{tot,N} &= S_0 \left| \frac{e^{-i\lambda_u \frac{N}{2}(k - \frac{\alpha}{v_m})} - e^{i\lambda_u \frac{N}{2}(k - \frac{\alpha}{v_m})}}{-e^{i\lambda_u \frac{1}{2}(k - \frac{\alpha}{v_m})} - e^{i\lambda_u \frac{1}{2}(k - \frac{\alpha}{v_m})}} \right| \\ s_{tot,N} &= S_0 \left| \frac{2i \sin(\lambda_u \frac{N}{2}(k - \frac{\alpha}{v_m}))}{2i \sin(\lambda_u \frac{1}{2}(k - \frac{\alpha}{v_m}))} \right| \\ s_{tot,N} &= S_0 \left| \frac{\sin(\alpha \lambda_u \frac{N}{2}(\frac{k}{\alpha} - \frac{1}{v_m}))}{\sin(\alpha \lambda_u \frac{1}{2}(\frac{k}{\alpha} - \frac{1}{v_m}))} \right| \\ s_{tot,N} &= S_0 \left| \frac{\sin(\alpha \lambda_u \frac{N}{2}(\frac{1}{c} - \frac{1}{v_m}))}{\sin(\alpha \lambda_u \frac{1}{2}(\frac{1}{c} - \frac{1}{v_m}))} \right| \\ s_{tot,N} &= S_0 \left| \frac{\sin(\alpha \lambda_u \frac{N}{2}(\frac{1}{v_m} - \frac{1}{c}))}{\sin(\alpha \lambda_u \frac{1}{2}(\frac{1}{v_m} - \frac{1}{c}))} \right|\end{aligned}$$

Q 33. L'amplitude est maximale pour $\sin(\alpha \lambda_u \frac{1}{2}(\frac{1}{v_m} - \frac{1}{c})) = 0$

$$\alpha \lambda_u \frac{1}{2}(\frac{1}{v_m} - \frac{1}{c}) = q\pi$$

$$\alpha = \frac{2q\pi}{\lambda_u(\frac{1}{v_m} - \frac{1}{c})}$$

$$\alpha = \frac{2q\pi c v_m}{\lambda_u(c - v_m)}$$

$$F_p = \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{q c v_m}{\lambda_u(c - v_m)}$$

On utilise la relation de la question 29 : $v_m = c(1 - \frac{1}{2\gamma^2})(1 - \frac{K^2}{4\gamma^2})$:

$$F_p = \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{q c}{\lambda_u} v_m c - v_m$$

$$F_p = \frac{q c}{\lambda_u} c(1 - \frac{1}{2\gamma^2})(1 - \frac{K^2}{4\gamma^2})c - c(1 - \frac{1}{2\gamma^2})(1 - \frac{K^2}{4\gamma^2})$$

$$F_p = \frac{q c}{\lambda_u} \frac{1 - \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{K^2}{4\gamma^2} + \frac{K^2}{8\gamma^4}}{\frac{1}{2\gamma^2} + \frac{K^2}{4\gamma^2} - \frac{K^2}{8\gamma^2}}$$

Les termes $\frac{1}{2\gamma^2}$; $\frac{K^2}{4\gamma^2}$ et $\frac{K^2}{8\gamma^4}$ sont négligeables devant 1, donc :

$$F_p = \frac{qc}{\lambda_u} \frac{1}{\frac{1}{2\gamma^2} + \frac{K^2}{4\gamma^2}}$$

$$F_p = \frac{qc}{\lambda_u} \frac{2\gamma^2}{1 + \frac{K^2}{2}}$$

Q 34.

$$F_1 = \frac{c}{\lambda_u} \frac{2\gamma^2}{1 + \frac{K^2}{2}}$$

$$\lambda = \frac{c}{F_1} = \frac{\lambda_u(1 + \frac{K^2}{2})}{2\gamma^2}$$

$$\lambda = \frac{4,0 \times 10^{-2} (1 + \frac{2^2}{2})}{2 \times (3,4 \times 10^4)^2} = 5,2 \times 10^{-11} \text{ m.}$$

Q 35.

$$N = \frac{F_1}{\Delta F} = \frac{1}{1,5 \times 10^{-3}} = 667$$

Cela signifie que la distance entre chaque source est $\frac{175}{667} = 0,26 \text{ m}$

Q 36. Dans le passage en discret, la dérivée $\frac{d\phi}{dt}$ est remplacé par le quotient d'une variation de ϕ par une variation de temps : $\frac{d\phi}{dt} \rightarrow \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\delta t}$

On en déduit les relations de récurrence :

$$\frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\delta t} = 2k_u c \eta_i$$

$$\frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{\delta t} = -\frac{C^2}{2k_u c} \sin(\phi_i)$$

Q 37. Sous l'influence de l'onde électromagnétique émise, on voit que la distribution des électrons n'est plus uniforme. En effet, on voit que les électrons se localisent sur des zones spatiales similaires à des franges d'interférences, caractérisant le côté ondulatoire des électrons. Les électrons semblent interférer avec l'onde qu'ils émettent en accélérant.

FIN DU CORRIGE