

si \mathfrak{A} idéal, A/\mathfrak{A} est un anneau quotient (r, + comp.)

A est un corps si ses idéaux sont {0} ou A

Anneaux

$$m \wedge n = 1 \iff \langle m \rangle + \langle n \rangle = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \quad (+) \iff \bar{m} \in \left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}\right)^{\times} (x)$$

$$|\left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}\right)^{\times}| = \varphi(n)$$

$a^p \equiv a \pmod{p}$ si p premier

m_1, \dots, m_p deux à deux premiers entre eux, $\begin{cases} x \equiv a_1 \pmod{m_1} \\ \vdots \\ x \equiv a_p \pmod{m_p} \end{cases}$
admet une unique solution $[n_1, \dots, n_p]$.

$$m \wedge n = 1 \implies \varphi(mn) = \varphi(m)\varphi(n)$$

$$m = p_1^{\alpha_1} \dots p_s^{\alpha_s} \quad \varphi(m) = m \prod_{i=1}^s \left(1 - \frac{1}{p_i}\right)$$

$\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ intègre si n premier

La caractéristique d'un corps est toujours un nb premier

K de caractéristique p ; $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z} \simeq \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$

$$\exists v, |K| = p^v.$$

Idéal prem : $\exists sg \text{ pm} + ; \forall x, \forall a \in \mathfrak{A} \quad ax \in \mathfrak{A}$.

Idéal principal : $\langle a \rangle$.

Idéal principal
Rings $\left| \begin{array}{l} \rightarrow A \text{ comm.} \\ \rightarrow \mathbb{Q} \neq 1 \neq A \\ \rightarrow A \text{ intègre} \end{array} \right.$