

# Astuces AL

$\triangleright d = \dim E$ ,  $m > d$ .  $(u_1, \dots, u_n)$  liée dans  $E$ .  
 $\exists \lambda_1, \dots, \lambda_n$   $\sum u_i \lambda_i = 0$ . Pour chaque  $\dim$  en  $(n-d)$  on peut imposer une condition en + sur les  $\lambda_i$ :  $E$  par  $E \times \mathbb{K} \rightarrow (u_1, \alpha_1), \dots, (u_n, \alpha_n)$  liée  $\rightarrow \sum \lambda_i \alpha_i = 0$  et  $\sum \lambda_i \alpha_i = 0 \dots$

$\triangleright$  Une matrice échelonnée avec coef diag  $\neq 0$  est inv  
 $\triangleright$  Pour minimer le rang on se fait trouver des mineurs de det  $\neq 0$   
 $\triangleright$  Opérations ne modifiant pas le rg:

- $\rightarrow$  Supprimer ligne / colonne  $\neq 0$
- $\rightarrow$  Ajouter à une CL des autres colonnes (Lignes)
- $\rightarrow$  Multiplier une colonne / ligne par  $\lambda \neq 0$
- $\rightarrow$  Echange  $2 C$ .
- $\rightarrow$   $\times$  par une matrice div.  $\begin{matrix} \lambda_{k1} \\ \vdots \\ \lambda_{kn} \end{matrix}$

$$\triangleright J = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & 0 & \end{pmatrix} \rightarrow J^k = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & 0 & \end{pmatrix}$$

$$\triangleright GL_n(\mathbb{Z}) = \{M \in M_n(\mathbb{Z}) \mid \det M \in \{-1, 1\}\}$$

$$\triangleright M \in GL_n(\mathbb{R}), M^t M = M^c M = \det M I_n$$

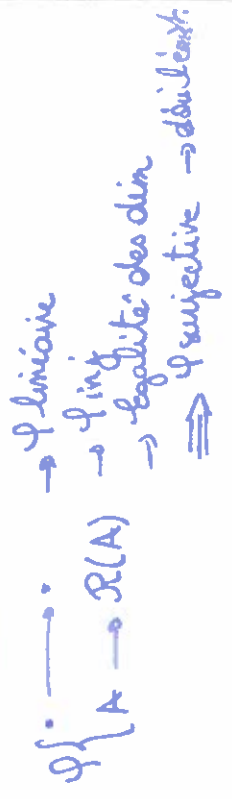
$$\triangleright \text{rg}_{\mathbb{K}} = \text{rg}_{\mathbb{L}}, \mathbb{K} \text{ sous-espace de } \mathbb{L}$$

$$\triangleright \text{en dim } \leq +\infty, \text{ inj} \Leftrightarrow \text{surj} \Leftrightarrow \text{bij. } (L \rightarrow L)$$

$\triangleright$  Tout endomorphisme peut se décomposer en somme de projections

$$\triangleright E^i E^{i+1} = \delta_{ii} E^{i+1}$$

$\triangleright$  En seiche à montrer l'existence de  $A$  vérifiant la relation  $R$



$$\triangleright M^i \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$\triangleright F \text{ sur } E, G \text{ sur } E, W \text{ sous-espace de } E, F \subset W$$

$$E = F \oplus G \Rightarrow W = F \oplus (G \cap W)$$

$$\rightarrow \{AD = DA \Leftrightarrow A \text{ diagonale}\}$$

$$D \in \mathcal{D}_n(\mathbb{K}) \text{ coef } \neq$$

$$\rightarrow M_n(\mathbb{K})^* = \left\{ \varphi \left\{ \begin{matrix} M_n(\mathbb{K}) \rightarrow \mathbb{K} \\ M \rightarrow \text{tr}(AM) \end{matrix} \mid A \in M_n(\mathbb{K}) \right\} \right\}$$

$$\rightarrow A \in M_n(\mathbb{C}) \text{ nilpotent} \Leftrightarrow \text{tr } A = \text{tr } A^2 = \dots = \text{tr } A^n = 0$$

$$\rightarrow X_A = X^n + \sum_{k=0}^{n-1} a_k X^k, \text{tr } A^n + a_{n-1} \text{tr } A^{n-1} + \dots + a_0 \text{tr } I_n = 0$$

Rec linéaire.

$$\triangleright (\text{Ker}(A^k))_{k \in \mathbb{N}} \nearrow \text{ pour } C \text{ plus stationnaire}$$

$$\triangleright (I_m A^k)_{k \in \mathbb{N}} \searrow \text{ pour } C$$