Cayley - Hamilton

Deep understanding

Thm: $f \in \mathcal{L}(E)$ $\quad \chi_f(f) = 0$

F ss Estable de E par f. φ induit sur f

$$\chi_\varphi \mid \chi_f$$

Dans la quête vers les sev stable, le plus petit sev stable contenant $u \in E$ est $\underline{\mathbb{K}[f].u}$

- Et si $d = d^\circ \mu_{f,u}$ $(\mu_{f,u}(f).u = 0)$ alors $\mathbb{K}[f].u = \mathrm{Vect}(u, f(u), \dots, f^{d-1}(u))$
- Si E cyclique (39), $\mu_f = \mu_{f,u}$. $\mathcal{B} = (u, f(u), \dots, f^{d-1}(u))$

et $\mathcal{M}_{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & a_0 \\ 1 & \ddots & & \vdots \\ & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & & 1 & a_{d-1} \end{pmatrix}$ Matrice de Frob.

$f^d(u) = \sum_{k=0}^{d-1} a_k f^k(u)$

$$\chi_f = X^d - \sum_{k=0}^{d-1} a_k X^k$$

- Évident pour les cycliques
- Si $v \in E$, on se restreint à $\mathbb{K}[f].v$.

Preuve