# Compléments SE

## Thm de la lim radiale (HP)

$(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$, $\sum_{n\geq 0} a_n$ cv, $\rho(\sum_{n\geq 1} a_n x^n) \geq 1$

$$\lim_{x\to 1^-} \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n$$

## Transmutation des o O ~

▷ $a_n \geq 0$. $(b_n)\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$, $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n = +\infty$, $b_n = o(a_n)$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} b_n x^n \underset{1}{=} o\left(\sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n\right)$$

de même avec O.

▷ $(a_n)\in\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ $a_n \geq 0$ apdcr. $(a_n)$ ne s'stat pas en 0. $b_n = o(a_n)$

$\rho(\sum a_n x^n) = +\infty$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} b_n x^n = o\left(\sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n\right)$$

## Formule de Cauchy

$\rho(\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n) = R > 0$. $0 < r < R$

$$a_n = \frac{1}{2\pi r^n}\int_0^{2\pi} f(re^{i\theta})e^{-in\theta}\,d\theta$$

Abel $\sum a_n u_n$, $\sum a_n$ cv, $u_n \searrow$ Abel → $\sum \varepsilon_n (u_n^{(x)} - u_{n-1}^{(x)})$ ⟵ $\sum \varepsilon(u_n - u_{n-1})$

(cv)

# DSE

## Méthodes d'obtention de DSE

→ fonctions trigonométriques ⇒ linéariser

→ Produit ⇒ Produit de Cauchy.

→ Dériver – Intégrer

→ Inverser les sommes à l'aide des familles sommables $\left(\sum_{n=0}^{+\infty}\sum_{k=0}^{n} \leftrightarrow \sum_{k=0}^{+\infty}\sum_{n=k}^{+\infty}\right)$

→ Identifier la fonction en tant que solution d'un pb, mq la solution est unique, trouver une solution DSE.

→ Pour majorer une somme, utiliser Abel pour majorer les $(a_n)$. $\left[\begin{array}{l} r < \rho \\ a_n \leq M r^{-n} \end{array}\right]$

▷ Ne pas oublier de montrer que la SE est bien définit (ie minorer $\rho$) avant de la définir ⚠

→ Utiliser le reste de Taylor

## Calcul de DSE

$\sum P(n) z^n$ → Changement de base → $(1, x+1, (x+1)(x+2) \ldots\ldots)$

$\sum \frac{P(n)}{n!} z^n$ → dang → $X(X-1)\ldots\ldots$

## DSE Usuelles

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{+\infty} x^n \quad |x|<1$$

$$\ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n} \quad |x|<1$$

$$\arctan(x) = \sum \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1} \quad |x|<1$$

$$\cos(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} \quad |x|<1$$

$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{+\infty} \binom{\alpha}{n} x^n$$