Dérivation

- **TAF** : $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ dérivable Rolle !
  $\exists c \in]a,b[\quad f(b) - f(a) = (b-a) f'(c)$

- **IAF !!** (E, N) evn. $f : [a,b] \longrightarrow E$; $\varphi : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}_+$
  f, φ continues sur $[a,b]$; f, φ dérivables sur $]a,b[$.
  $\forall t \in]a,b[\quad N(f'(t)) \leq \varphi'(t)$.
  $$\Longrightarrow \quad N(f(b) - f(a)) \leq \varphi(b) - \varphi(a)$$

$\rightarrow$ Permet de passer, par majoration de E dans $\mathbb{R}$ / $f' \mapsto f$

Dérivation d'une limite

$f_n : I \longrightarrow E$ [I intervalle]

- Chaque f_n $\mathcal{C}^1$
- $\exists \omega \in I$ tq $f_n(\omega)$ cv
- f_n' cvU sur toute partie bornée $\longrightarrow \ell$

$\Rightarrow$

- $f_n \xrightarrow{S} L$
- L $\mathcal{C}^1$ et $L' = \ell$
- $f_n \xrightarrow{U} L$ ∀ partie bornée

Autre formulation
- f_n $\mathcal{C}^1$
- f_n cvS
- f_n' cvU

$\Rightarrow (\lim f_n)$ $\mathcal{C}^1$ et $(\lim f_n)' = \lim f_n'$

Séries

- u_n $\mathcal{C}^1$
- $\exists \omega$ $\sum u_n(\omega)$ cv
- $\sum u_n'$ cvU sur toute partie bornée

$\Rightarrow$

- $\sum_{n \geq 1} u_n$ cvS
- $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ $\mathcal{C}^1$ et $\left(\sum_{n=0}^{+\infty} u_n\right)' = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n'$
- $\sum u_n$ cvU sur toute partie