

En dim $< +\infty$, \exists CVS $\Leftrightarrow \exists$ CVU
 \rightarrow Choix de norme adéquate

(Alim)

En de Dim Finie

$$f \in L(E, F) \quad f \in \mathcal{C}^0 \Leftrightarrow f \in \mathcal{C}^1 \Leftrightarrow \exists A \in \mathbb{R}^n, \forall x \in E \quad f'(x) = A$$

Pour montrer que f est non continue, on exile le x tel $\rightarrow 0$
 Mais $\|f'(x)\| \neq 0$

$$\|f\| = \inf \{ A \in \mathbb{R}_+ \mid \forall x \in E, |f(x)| \leq A \|x\| \}$$

Équivalent:

- (i) $N \cup V$
- (ii) $\mathcal{H}_E : (E, N) \rightarrow (E, V)$
- (iii) $\mathcal{C}(E, N) = \mathcal{C}(E, V)$
- (iv) $\mathcal{C}_0(E, N) = \mathcal{C}_0(E, V)$
- (v) $\mathcal{C}(E, N) = \mathcal{C}(E, V)$
- (vi) $\mathcal{B}(E, N) = \mathcal{B}(E, V)$

Toute les normes sont équivalentes en dim finie

- ▶ En dim finie les compacts sont les fermés bornés
- ▶ En dim finie les applications linéaires sont \mathcal{C}^1 .
- ▶ F sev de E de dim finie alors F est fermé
- ▶ Toute suite bornée admet une VA en dim finie (\mathbb{R} ou \mathbb{C}).
- ▶ E de dim finie $x \in E$, $d(x, F)$ est fermé est atteint.
- ▶ E de dim finie: $u \in E^N$, u $\omega \Leftrightarrow u$ de Cauchy.