Polynômes

$\mathbb{K}$ corps : Tout idéal de $\mathbb{K}[X]$ est principal

---

$P = X^n + \sum_{k=0}^{n-1} a_k X^k$, $|z| \leqslant \max(1, \sum_{k=0}^{n-1} |a_k|)$ (z racine)

$\mathbb{L}$ surcorps de $\mathbb{K}$. $A, B \in \mathbb{K}[X]$ $A \underset{\mathbb{L}}{|} B \Leftrightarrow A \underset{\mathbb{K}}{|} B$

$\Rightarrow$ Le PGCD est indépendant du corps où on le calcul

---

Dans $\mathbb{F}_p[X]$; $X^p + \bar{1} = (X + \bar{1})^p$

---

z racine d'ordre ω de P $\Leftrightarrow \begin{cases} P(z) = P'(z) = \dots = P^{(\omega-1)}(z) = 0 \\ \text{et } P^{(\omega)}(z) \neq 0 \end{cases}$

P irréductible dans $\mathbb{Q}$ $\Rightarrow$ Les racines de P dans $\mathbb{C}$ sont simple

---

Les racines primitives n-ième sont les générateurs de $\mathbb{U}_n$

$$\Phi_n = \prod_{\substack{k \wedge n = 1 \\ 1 \leqslant k \leqslant n}} (X - e^{\frac{2ik\pi}{n}})$$

$X^n - 1 = \prod_{d|n} (\Phi_d)$; $\Phi_n \in \mathbb{Z}[X]$

→ $F = \{P \in \mathbb{R}_n[X] \mid P$ unitaire de d° n et scindé $\}$ est fermé

→ Les PS à RS sont denses dans les PS.