Series

CV de Serie

→ CSSA
→ Eq du tg
→ Étude de u_{n+1}/u_n
→ $n^\alpha u_n$
→ Estimation du resultat → Validation (Resultat)$_{n+1} - R_n$
→ Integral
→ Aggrandissement

$u_n \to 0$. On cherche $\sim u_n$
→ On trouve α tq $\frac{1}{u_{n+1}^\alpha} - \frac{1}{u_n^\alpha}$ cv
$\frac{1}{u_n^\alpha} \sim \sum \sim n\ell$ $\downarrow +\infty$ $\downarrow +\infty$
Agrandissement

ABEL

$\forall n \in \mathbb{N}$ $\sum_{k=0}^{n} u_k a_k = \sum_{k=0}^{n} (u_k - u_{k+1}) A_k + u_{n+1} A_n$

$\begin{cases} (u_n) \in \mathbb{R}_+^{\mathbb{N}} \\ u_n \searrow 0 \\ A_n \text{ bornée} \end{cases} \Longrightarrow \sum a_n u_n$ cv

Sommation par paquets

$\boxed{u_n \geq 0}$ $\sum u_n$ cv $\Longleftrightarrow \sum p_n$ cv

$\int$

$\begin{cases} f\ \mathcal{C}^0 \text{pm.} \\ f \searrow \end{cases}$ $\sum_{n \geq 0} \int_n^{n+1} f(t)\,dt - f(n)$ cv , $\int_0^{+\infty} f$ et $\sum_{n \geq 0} f(n)$ sont de même nature

CSSA

$\begin{cases} (a_n)_{n\in\mathbb{N}} \in \mathbb{R}_+^{\mathbb{N}} \\ (a_n) \searrow 0 \end{cases} \Longrightarrow \sum_{n\geq 0} (-1)^n a_n$ cv et $\forall n$, $S \in [S_n, S_{n+1}]$

Si $a_n \sim a_{n+1}$ $\sum_{k=n}^{+\infty} (-1)^k a_k \sim \frac{a_n (-1)^{n+1}}{2}$
$|\ell - S_n| \leq \mu_{n+1}$

d'Alembert

$\begin{cases} \forall n\ u_n, v_n > 0 \\ \exists n_0 \in \mathbb{N}^* \ \forall n \geq n_0\ \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{v_{n+1}}{v_n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sum_{n\geq 0} v_n \text{ cv} \Rightarrow \sum u_n \text{ cv} \\ \sum u_n \text{ dv} \Rightarrow \sum v_n \text{ dv} \end{cases}$

$n^\alpha u_n$

Comparaison d'une serie à la serie de Reimann :
Étude de la limite de $\ln(n^\alpha u_n)$

Sommation des $o, O, \sim$

$(a_n) \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$. $\boxed{(a_n) \geq 0 \text{ apdcr.}}$!! $b_n = o(a_n)$ $(\sim, O)$

$\begin{cases} \sum_{n\geq 0} a_n \text{ cv} \Rightarrow \sum_{n\geq 0} b_n \text{ cv et } \sum_{k=n+1}^{\infty} b_k = o\left(\sum_{k=n+1}^{\infty} a_k\right) \\ \sum_{n\geq 0} a_n \text{ dv} \Rightarrow \sum_{k=0}^{n} b_k \underset{O}{\underset{\sim}{=}} o\left(\sum_{k=0}^{n} a_k\right) \end{cases}$

Methodes

ABEL	
$\int$	cv de suite (u_n) ⟶ eq $u_{n+1} - u_n$ ⟶ cv de serie
Paquets	Validation ⟵ eq $v_{n+1} - v_n$ ⟵ estimation de l'eq (v_n) ⟵ cv de serie DIVINATOIRE !