Topologie :

Ouverts, Fermés

$A \subset E$. A bornée $\iff$
- $\exists M \in \mathbb{R}_+ \ \forall x \in A \quad N(x) \leq M$
- $\exists M \in \mathbb{R}_+ \ \forall (x,y) \in A^2 \quad N(y-x) \leq M$
- $\forall \omega \in \mathbb{R}_+ \ \exists R \in \mathbb{R}_+^* \quad A \subset \mathcal{B}(\omega, R)$

S'équivalent : (i) $\exists A \in \mathbb{R}_+^* \quad N \leq A\nu$
(ii) Tte partie ν-bornée est N-bornée
(iii) $\forall u \in E^{\mathbb{N}} \quad u_n \to 0 \ (E,\nu) \Rightarrow u_n \to 0 \ (E,N)$

Ω_i ouverts

$\bigcup_{i \in I} \Omega_i$ est un ouvert. $\bigcap_{\text{Dénomb}} \Omega_i$ est ouvert

---

$x \in \mathring{A} \iff \exists r > 0 \quad \mathcal{B}_o(x, r) \subset A$

F_i fermés

$\bigcap_{i \in I} F_i$ fermé $\bigcup_{\text{Dén}} F_i$ est fermé

F fermé $\iff \forall u \in F^{\mathbb{N}} \quad u$ cv dans F

$\omega \in \bar{A} \iff \forall \varepsilon > 0 \quad \mathcal{B}(\omega, \varepsilon) \cap A \neq \emptyset \iff \exists u \in A^{\mathbb{N}} \quad u_n \to \omega$

$\bar{A} = E \setminus (E \overset{\circ}{\setminus} A)$

Densité

S'équivallent :
(i) $\bar{A} = E$
(ii) $\forall x \in E \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists a \in A \quad d(a,x) < \varepsilon$
(iii) $\forall x \in E \quad \exists u \in A^{\mathbb{N}} \quad u_n \to x$
(iv) A rencontre tout ouvert non vide

Théorème de Weierstrass : L'ensemble des polynômes de $[a,b] \to \mathbb{R}$ est dense dans $\mathcal{C}^0([a,b], \mathbb{R})$

E est séparable $\iff \exists D$ dénombrable tq D dense dans E

$X \subset E$ Les ouverts de $(X, d_{|X \times X})$ sont les traces des ouverts de E sur X.

→ Étudier la structure d'une norme N revient à l'étudier sur $\mathcal{B}_N(0,1)$ ou même $S_N(0,1)$.
→ Utiliser des vecteurs direction, $u = \frac{x-\omega}{\|x-\omega\|}$
→ Tout ouvert est une $\bigcup$ de $\mathcal{B}_o$.
→ $E \setminus$ fermé = ouvert
→ $\pm$ Métrique et Norme ; notion de direction u