

# Algèbre

▷ Créer un groupe: noyau d'un morphisme.

son cardinal:  $|G| = |\ker \varphi| |\text{Im} \varphi|$

Ex:  $\varphi: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ ,  $|\ker \varphi| = 2$

▷  $H$  distingué  $\Leftrightarrow \exists \varphi: G \rightarrow H$ ,  $H = \ker \varphi$ ;  $A = G/H$ .

▷  $\alpha$  algébrique irrationnel;  $\exists P \in \mathbb{R}[X]$  de d° min tq  $P(\alpha) = 0$ ,  $P$  à pas de racines rationnelles.

▷  $\alpha$  algébrique sur  $\mathbb{R}$   $\Leftrightarrow |\mathbb{K}(\alpha)|$  de dim  $\leq 2$

▷  $P = (X - \lambda_1) \dots (X - \lambda_n) \in \mathbb{Z}[X] \Rightarrow \forall q \in \mathbb{N}^* \exists (X - \lambda_1)^q \dots (X - \lambda_n)^q \in \mathbb{Z}[X]$   
( $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{C}$ )