Champ et potentiels électrostatiques

Distribution volumique

$$Q = \iiint_{P \in D} \rho(P)\, d\tau$$

Distribution surfacique

$$Q = \iint_{P \in D} \sigma(P)\, dS$$

$$Q = \int \lambda(P)\, d\ell$$

Distribution linéique (filiforme

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}(M)}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \|\vec{PM}\|^3} \cdot \vec{PM}$$

créé par une charge Q placée en P.

$$\vec{E}(M) = \iiint d\vec{E}(M) = \iiint_{P \in D} \left(\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 \|\vec{PM}\|^3} \cdot \vec{PM} \right) = \iiint \frac{\rho(P) \cdot d\tau(P)}{4\pi\varepsilon_0 \|\vec{PM}\|^3} \cdot \vec{PM}$$

Volumique

$$\vec{E}(M) = \iint_{P \in S} d\vec{E}(M) = \iint \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 \|\vec{PM}\|^3} \cdot \vec{PM} = \iint \frac{\sigma(P) \cdot dS}{4\pi\varepsilon_0 \|\vec{PM}\|^3} \cdot \vec{PM}$$

Surfacique

$$\vec{E}(M) = \int_{P \in D} d\vec{E}(M) = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 \|\vec{PM}\|^3} \cdot \vec{PM} = \int \frac{\lambda(P) \cdot d\ell}{4\pi\varepsilon_0 \|\vec{PM}\|^3} \cdot \vec{PM}$$

Linéique

Lignes de champ LDC.

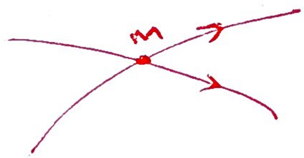
C'est une courbe tangente en chacun de ses pts au champ électrique $\vec{E}$ orientée dans sens.

i.e ; $\vec{E} \wedge \vec{dl} = \vec{0}$.

$\Rightarrow$

$\frac{E_x}{dx} = \frac{E_y}{dy} = \frac{E_z}{dz}$	En coordonnées cartésiennes
$\frac{E_r}{dr} = \frac{E_\theta}{r d\theta} = \frac{E_z}{dz}$	-- -- cylindriques
$\frac{E_r}{dr} = \frac{E_\theta}{r d\theta} = \frac{E_\varphi}{r \sin\theta \, d\varphi}$	-- -- sphérique.

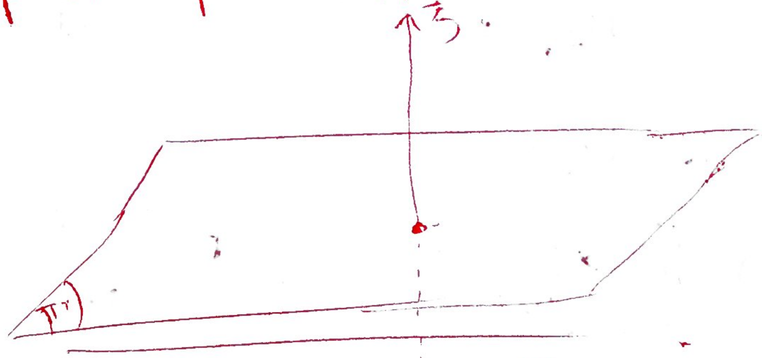
* Si les LDC sont // alors $\vec{E} = \vec{cte}$ (Chp uniforme)
* Si Deux LDC se coupent :



alors $\vec{E}(M) = \vec{0}$

* Plus les lignes de chp sont serrées, plus la norme du chp augmente.

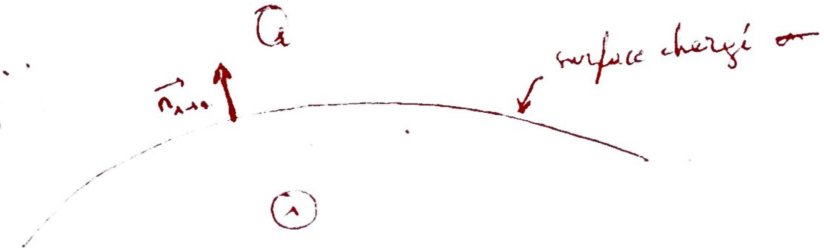
$\longrightarrow$ Chp créé par un plan infini



$$\vec{E}(z>0) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e_z}$$

$$\vec{E}(z<0) = \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e_z}$$

Relation de passage.



On a pour $M_2 \in (2)$ et $M_1 \in (1)$:

$$\boxed{\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \vec{n}_{1\to 2}}$$

Potentiel électrostatique.

$$\boxed{\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V(M)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\int_A^B \vec{E}(M)\, d\vec{\ell} = V_A - V_B}$$

On a :

$V(M) = \iiint \dfrac{\rho(P)\, d\tau}{4\pi \varepsilon_0\, PM}$	Volumique
$V(M) = \iint \dfrac{\sigma(P)\, dS}{4\pi \varepsilon_0\, PM}$	Surfacique
$V(M) = \int \dfrac{\lambda(P)\, d\ell}{4\pi \varepsilon_0\, PM}$	Linéique
$V(r) = \dfrac{q}{4\pi \varepsilon_0\, r}$	Ponctuelle.

Energie d'une distribution :

$E_e = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{n} q_i V_j(M_i)$	$E_e = \frac{1}{2} \int \lambda(M) \cdot V(M) \, dl$
$E_e = \frac{1}{2} \iint \sigma(M) \cdot V(M) \, ds$	$E_e = \frac{1}{2} \iiint \rho(M) \cdot V(M) \cdot d\tau$