Electromagnétisme

Outils maths : $\vec{A}(M,t)$ un chp de vecteurs
$f(M,t)$ une fct scalaire

$$\boxed{\overrightarrow{grad}\, f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{e_x} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{e_y} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{e_z}}$$

$$\boxed{df = (\overrightarrow{grad}\, f) \cdot (d\vec{r})}$$

$$\boxed{div\, \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{grad}\, f = \vec{\nabla} f}$$

$$\boxed{div\, \vec{A} = \vec{\nabla} \cdot \vec{A}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{rot}\, \vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{pmatrix}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta f &= div(\overrightarrow{grad}\, f) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} f) \\ &= \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\vec{\Delta} \vec{A} = \Delta A_x \vec{e_x} + \Delta A_y \vec{e_y} + \Delta A_z \vec{e_z}}$$

Scanned with CamScanner

$$\boxed{\mathrm{div}(\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{A}) = 0}$$

$$\boxed{\vec{\mathrm{rot}}(\vec{\mathrm{grad}}\, f) = \vec{0}}$$

$$\boxed{\vec{\mathrm{rot}}(\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{A}) = \vec{\mathrm{grad}}(\mathrm{div}\,\vec{A}) - \vec{\Delta}\vec{A}}$$

Electrostatique :

$\vec{E}$

$$\boxed{\vec{E} = \iiint \left(\frac{dq\,\vec{PM}}{4\pi\varepsilon_0 PM^3}\right)}$$

$$\boxed{\oiint \vec{E}\,\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}}$$ Théorème de Gauss (intégral)

$$\boxed{\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho(M)}{\varepsilon_0}}$$ Théorème de MAXWELL-GAUSS.

$$\boxed{\vec{E}(M) = -\vec{\mathrm{grad}}\,V(M)}$$

V

$$\boxed{V(M) = \iiint_{(D)} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 PM}}$$ si (D) est fini

$$\boxed{\Delta V(M) = -\frac{\rho(M)}{\varepsilon_0}}$$ Equation de Poisson

Si une distribution surfacique :

$$\boxed{\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\vec{n}_{1\to 2}}$$

Dipôle électrostatique

$$\boxed{\vec{p} = \sum_i q_i \overrightarrow{OM_i}} \qquad \boxed{\vec{p} = \int_{M\in(D)} \overrightarrow{OM}\, dq}$$

$G^+ \equiv G^-$ $\oplus$ $\xrightarrow{\text{placé dans } \vec{E}_{ext}}$ $\vec{E}_{ext}$ G^+ G^- $\oplus$ $\ominus$

Dipole induit

$$\vec{p} = \varepsilon_0 \alpha \overrightarrow{E_{ext}}$$

modélisation :

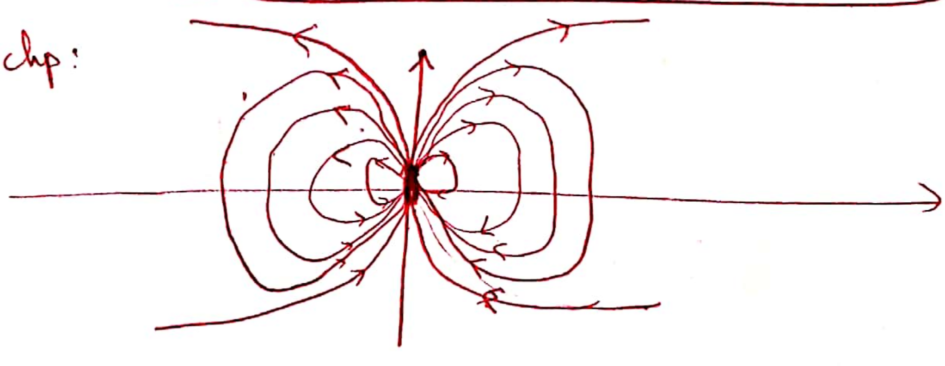
$$\boxed{\vec{p} = q\,\overrightarrow{G^-G^+}}$$

le dipôle crée :

$$\boxed{V(M) = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

$$\boxed{\vec{E}(M) = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_r} + \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_\theta}}$$

Carte du chp :



Si le dipôle est placé dans un champ, il subit :

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{F} &= \left(\vec{p}\cdot\overrightarrow{grad}\right)\overrightarrow{E_{ext}}(M) \\ \vec{\Gamma} &= \vec{p}\wedge\overrightarrow{E_{ext}}(M) \\ E_p &= -\vec{p}\cdot E_{ext} \end{aligned}}$$

Energie électrostatique.

Travail fourni par un opérateur pour amener la particule de façon quasistatique de l'∞ vers sa position actuelle.

→ Pour une particule dans un potentiel V :

$$\boxed{W_e = qV(M)}$$

→ Pour un ensemble discret de particules :

$$\boxed{W_e = \frac{1}{2}\sum_i q_i V_i}$$

$$\boxed{V_i = \sum_{j\neq i}\frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}}$$

→ Pour une dist. continue de charges :

$$\boxed{W_e = \frac{1}{2}\int_{M\in(D)} V(M)\, dq(M)}$$

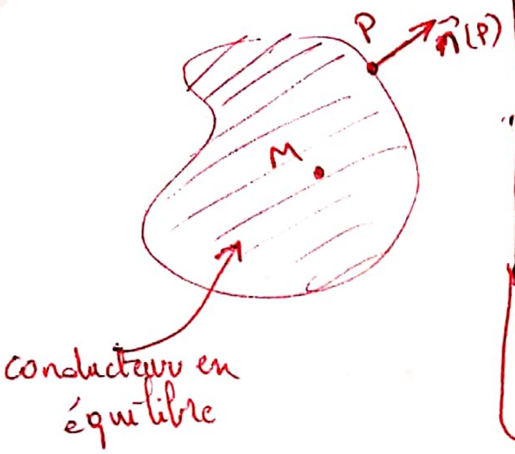
$$\boxed{W_e = \iiint \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2(M)\, d\tau}$$

!

Densité volumique de l'énergie électrostatique :

$$\boxed{u_e(M) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2(M) = \frac{dW_e}{d\tau}}$$

ucteurs en équilibre :

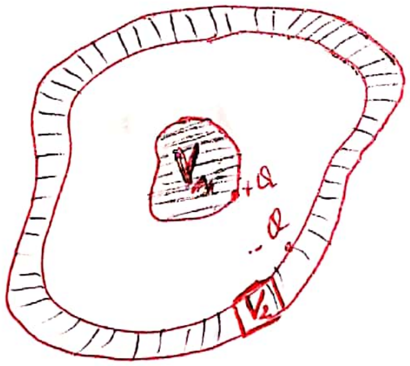


$$\boxed{\vec{E}_{int} = \vec{0}}$$

$$\boxed{V(M) = cte}$$

$$\boxed{W_e = \frac{1}{2} V Q.}$$

Condensateurs :



$$\boxed{C = \frac{Q}{V_1 - V_2}}$$

$$\boxed{V_1 - V_2 = \int \vec{E}(M)\, d\vec{l}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} W_e &= \frac{1}{2} C (V_1 - V_2)^2 \\ W_e &= \frac{1}{2} Q (V_1 - V_2) \\ W_e &= \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \end{aligned}}$$

Scanned with CamScanner