Rayonnement dipôlaire

Moment dipôlaire d'un dipôle

$$\boxed{\vec{P} = \sum_i q_i \vec{ON_i} = q G^- G^+}$$

Dipôle de Hertz :

vérifiant : $\boxed{\vec{P} = \vec{P_0} \cos \omega t}$

Position du problème :

Dans le cadre de la jauge de Lorentz, $\vec{A}$ et V vérifient :

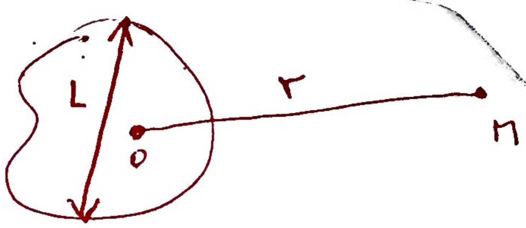
$$\begin{cases} \vec{\Delta}\vec{A} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \vec{0} \\ \Delta V - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0 \end{cases}$$

Solutions intégrales

$$\vec{A}_{(M,t)} = \iiint_{P \in D} \mu_0 \frac{\vec{j}\left(P, t - \frac{PM}{c}\right)}{4\pi \, PM} \, d\tau$$

$$V(M,t) = \iiint \frac{\rho\left(P, t - \frac{PM}{c}\right)}{4\pi \varepsilon_0 \, PM} \, d\tau$$

Approximations :



1) Approximation dipolaire.

$$\boxed{r \gg L}$$

L = dim caractéristique du dipôle

Conséquence :

$\boxed{\dfrac{1}{PM} = \dfrac{1}{r}}$ dans l'amplitude

2) Approximation de la méca non relativiste :

$$\boxed{\|\vec{v}_i\| \ll c}$$

$$\Updownarrow$$

$$\boxed{L \ll c\tau}$$

Pour dipôle de Hertz : $\tau = T$

donc

$$\boxed{L \ll cT = \lambda}$$

Conséquence

ARQS à l'intérieur de la distribution

3) Zone de rayonnement :

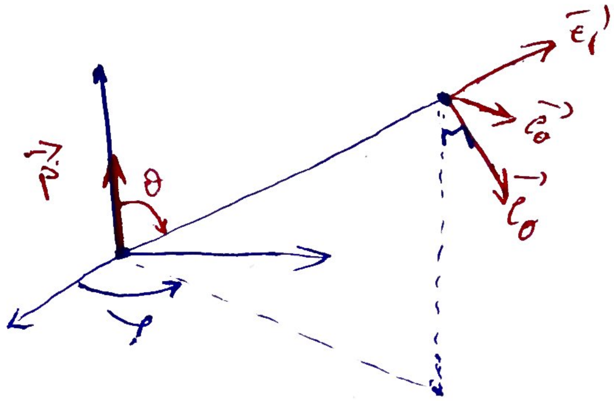
$$\boxed{r \gg \lambda}$$

Conséquence

Retard ressenti (Propagation)

...quences des approximations :

Soit le pb suivant.



Invariances ⊕ Symétries $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \vec{E}(M,t) = E_r(r,\theta,t)\vec{e_r} + E_\theta(r,\theta,t)\vec{e_\theta} \\ \vec{B}(M,t) = B_\varphi(r,\theta,t)\vec{e_\varphi} \end{cases}$$

On a $\vec{A}(M,t) = \iiint \mu_0 \dfrac{\vec{j}(N, t-\frac{NM}{c})}{4\pi NM} d\tau$

→ Approx. dipolaire : $\boxed{\dfrac{1}{NM} \simeq \dfrac{1}{r}}$

→ Approx. de la méc. non rel. $\boxed{t-\dfrac{NM}{c} \simeq t-\dfrac{r}{c}}$

$\Rightarrow$ $\vec{A}(M,t) = \mu_0 \dfrac{\vec{j}(t-\frac{r}{c})\,V}{4\pi r}$ où V est le volume.

or $\vec{j}\,V = \sum_i V n_i q_i \vec{v_i}$

$= \sum_i N_i q_i \vec{v_i}$

$= \sum_k q_k \vec{v_k}$ (où k décrit les particules une à une.)

$\vec{j}\,V = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

d'où $\boxed{\vec{A}(M,t) = \mu_0 \dfrac{\dot{\vec{p}}(t-\frac{r}{c})}{4\pi r}}$

Dans les concours, les expressions (officielles) de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont
en remplaçant $\dot{p} \simeq \frac{p}{T}$ et $\ddot{p} \simeq \frac{p}{T^2}$ (m ordre de gr

Approx. de la zone de rayonnement :

$$\boxed{\vec{E}(M,t) = \frac{\ddot{p}(t-\frac{r}{c})}{4\pi\varepsilon_0 r c^2}\sin\theta\,\vec{e_\theta}}$$

$$\boxed{\vec{B}(M,t) = \mu_0\frac{\ddot{p}(t-\frac{r}{c})\sin\theta}{4\pi r c}\vec{e_\varphi}}$$

Dipôle de Hertz

+

Notation complexe.

$$\boxed{\vec{E}(M,t) = -\frac{\omega^2 p_0 \sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r c^2}e^{j[\omega t - kr]}\vec{e_\theta}}$$

$$\boxed{\vec{B}(M,t) = -\mu_0\frac{\omega^2 p_0 \sin\theta}{4\pi r c}e^{j[\omega t - kr]}\vec{e_\varphi}}$$

$\Downarrow$

avec $k = \frac{\omega}{c}$

L'onde rayonnée se comporte localement ($r \gg \lambda$) comme une OPP selon $\vec{e_r}$ dans la zone de rayonnement

En effet

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\vec{e_r}\wedge\vec{E}}{c}}$$

relation de structure des OPP valable pour l'onde rayonnée.

Cette relation de structure on déduit que :

1) $$\boxed{\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0 c} E^2 \vec{e_r} = \frac{\mu_0 \ddot{p}^2 \sin^2\theta}{16\pi^2 c r^2} \vec{e_r}}$$

2) $$\boxed{\langle \vec{\Pi} \rangle = \mu_0 \frac{\sin^2\theta \langle \ddot{p}^2 \rangle}{16\pi^2 c r^2} \vec{e_r} = \mu_0 \frac{p_0^2 \omega^4 \sin^2\theta}{32\pi^2 c r^2} \vec{e_r}}$$

3) $$\boxed{P_{moy} = \mu_0 \frac{\langle \ddot{p}^2 \rangle}{6\pi c} = \mu_0 \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi c}}$$

<u>Rq</u> :

→ $$\boxed{P_{moy} = \mu_0 \frac{q^2 \langle a^2 \rangle}{6\pi c}}$$ formule de Larmor.

→ $P_{moy} \propto \omega^4$ donc la lumière la plus diffusé est celle avec $\omega \nearrow$ donc $\lambda \searrow$ donc le bleu d'où le bleu du ciel.

Fin !