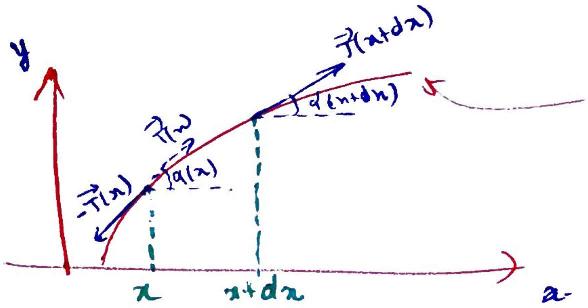
Ondes mécaniques

Corde :

- → Pas de dissipation
- → Pas de gravité
- → Les angles sont petits : $\sin\alpha \simeq \alpha$, $\tan\alpha \simeq \alpha$, $\cos\alpha \simeq 1$
- → Le déplacement se fait selon y : $y(x,t)$



Corde de masse linéique μ.

PFD à la tranche de la corde entre x et $x+dx$:

$$dm\,\vec{a} = \vec{T}(x+dx) - \vec{T}(x)$$

$/\vec{e_x}$: $0 = T(x+dx)\cos(\alpha(x+dx)) - T(x)\cos(\alpha(x)) = T(x+dx) - T(x)$

$$\Rightarrow \boxed{T(x) = T_0 = cte}$$

$/\vec{e_y}$: $\mu\,dx\,\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T(x+dx)\sin(\alpha(x+dx)) - T(x)\sin(\alpha(x))$

$$= T_0\left(\alpha(x+dx) - \alpha(x)\right)$$

$$\Rightarrow \mu\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0\frac{d\alpha}{dx}$$

or $\alpha = \tan\alpha = \dfrac{\partial y}{\partial x} \Rightarrow \dfrac{d\alpha}{\partial x} = \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}$

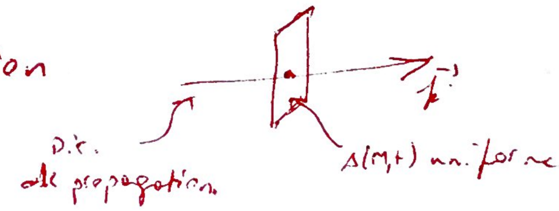
cl :

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\mu}{T_0}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0}$$

A connaître et savoir rapidement démontrer.

Ondes planes progressives :

- Une onde est dite plane si $s(M,t)$ est uniforme en tt pt d'un plan $\perp$ à la direction fixe de propagation



- Solution générale :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0 \Leftrightarrow \boxed{s(x,t) = f\left(t-\frac{x}{c}\right) + g\left(t+\frac{x}{c}\right)}$$

- OPPM (OPPH)

$$\begin{aligned} s(x,t) &= A\cos\left(\omega\left[t-\frac{x}{c}\right]+\varphi\right) \\ &= A\cos(\omega t - kx + \varphi) \end{aligned}$$

$$\boxed{k = \frac{\omega}{c}}$$

$$\underline{s}(x,t) = \underline{A}\, e^{i[\omega t - kx]}$$

$$\boxed{k = \frac{\omega}{c}}$$

Ondes stationnaires :

L'onde $s(x,t)$ est stationnaire si elle vérifie $\boxed{\Box s = 0}$ et $\boxed{s(x,t) = F(x)\,G(t)}$

En injectant dans l'éq. de d'Alembert :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 G}{\partial t^2} - k\,G(t) = 0 \\ \dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \dfrac{k}{c^2} F(x) = 0 \end{cases}$$

si $k > 0 \Rightarrow$ Solutions exponentielles $\Rightarrow$ Impossible physiquement.

donc $k < 0$ on pose $\omega^2 = -k$.

d'où $\begin{cases} G(t) = A\cos(\omega t + \varphi) \\ F(x) = A\cos(kx + \psi) \end{cases}$

donc $\boxed{s(t) = B\cos(\omega t + \varphi)\cos(kx + \psi)}$

onde stationnaire

donc $\boxed{s(x,t) = \dfrac{B}{2}\cos(\omega t + kx + (\varphi + \psi)) + \dfrac{B}{2}\cos(\omega t - kx + (\varphi - \psi))}$

$\underbrace{\qquad}_{\text{OPPM } x \searrow}$ $\underbrace{\qquad}_{\text{OPPM } x \nearrow}$

donc l'O.S est la superposition de 2 OPPM

$\Rightarrow \exists$ obstacle pour avoir une réflexion.

$\rightarrow$ Noeuds : x_n pour lesquels $s(x,t) = 0 \ \forall t$

i.e. $F(x) = 0$

$\Rightarrow k x_n + \psi = (2n+1)\dfrac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow \boxed{x_n = \left(n + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\pi c}{\omega} - \dfrac{\psi}{k} \qquad x_n = \left(n + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda}{2} - \dfrac{\psi}{k}}$

$\boxed{x_{n+1} - x_n = \dfrac{\lambda}{2}}$

$\rightarrow$ Ventres : x_n' tq $|s(x_n')|$ max

$\Rightarrow \quad k x_n' + \psi = n\pi$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} x_n' &= n\frac{\pi c}{\omega} - \frac{\psi}{k} \\ &= n\frac{\lambda}{2} - \frac{\psi}{k} \end{aligned}}$$

$$\boxed{x_{n+1}' - x_n' = \frac{\lambda}{2}}$$

$\rightarrow$ CL $\Rightarrow$ Apperition des entiers

$$\Rightarrow \quad \boxed{s(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{F_n(x)\, G_n(t)}}$$

Modes de propagation