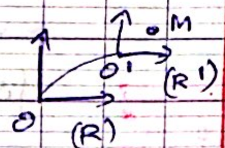
# Référentiel non-galiléen

## I) Référentiel R' en translation par rapport à un autre réf. R :

→ Translation ⇒ m̂ axes

- Composition de vitesse :




$$\vec{v}_{/R}(M) = \vec{v}_{/R'}(M) + \vec{v_e}$$

avec $\underbrace{\vec{v_e} = \vec{v}_{/R}(O')}_{\text{Vitesse d'entraînement}}$

- Composition d'accélération :

$$\vec{a}_{/R}(M) = \vec{a}_{/R'}(M) + \vec{a_e}$$

avec $\vec{a_e} = \vec{a}_{/R}(O')$.

## II) Réf (R') en rotation uniforme / à réf. (R) :

- Formule de dérivation vectorielle :

$$\left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_{/R} = \left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_{/R'} + \vec{\omega}_{R'/R} \wedge \vec{A}$$

- Composition de vitesse :

$$\vec{v}_{/R}(M) = \vec{v}_{/R'}(M) + \overbrace{\vec{\omega}_{R'/R} \wedge \vec{OM}}^{\text{Vitesse d'entraînement}}$$

⚠ avec $O \in (\Delta)$ point fixe dans (R') appartenant à l'axe de rotation.

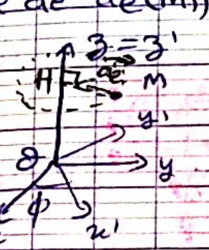
- Composition des accélérations :

$$\vec{a}_{/R}(M) = \vec{a}_{/R'}(M) + \vec{a_e}(M) + \vec{a_c}(M)$$

avec :
- $\vec{a_e}(M) = \vec{\omega}_{R'/R} \wedge (\vec{\omega}_{R'/R} \wedge \vec{OM})$.
- $\vec{a_c}(M) = 2\,\vec{\omega}_{R'/R} \wedge \vec{v}_{/R'}(M)$.

⚠ • Rmq : (Astuce pour le calcul de $\vec{a_e}(M)$) :

→ On montre que :




$$\vec{a_e}(M) = -\omega^2\,\vec{HM}$$

à utiliser directement dans les calculs.

et dans les coordonnées cylindriques :

$$\vec{a_e}(M) = -\omega^2\, r\,.\,\vec{u_r}$$

## III) La dynamique dans un réf. non galiléen :

### 1) Réf (R') en translation accélérée / à un réf. galiléen (R) :

→ Le P.F.D ne s'applique que dans un réf. galiléen (R).

→ Dans le réf. (R') qui est en translation / à (R), on ajoute une autre force appelée force d'entraînement $\vec{f_{ie}} = -m.\vec{a_e}$

et donc :

$$m.\vec{a}_{/R'}(M) = \sum \vec{f} + \vec{f_{ie}}$$

→ cette "force" n'est pas une vraie force car n'est pas due à des interactions. De plus, elle dépend du référentiel contrairement aux forces habituelles.

- Th. du moment cinétique :

→ De m̂ qu'on a ajouté la force $\vec{f_{ie}}$ dans le P.F.D, on ajoute ici le moment d'entraînement :

↳ On a tout d'abord :

$$\vec{L}_{A/R'}(M) = m\,\vec{AM} \wedge \vec{v}_{/R'}(M)$$

A fixe dans R' (voir plus loin).

et on a : $\vec{\Omega}_A(\vec{f}) = \vec{AM} \wedge \vec{f}$

↳ Le th. du moment cinétique dans (R') devient :

$$\left(\frac{d\vec{L}_{A/R'}(M)}{dt}\right)_{R'} = \sum \vec{\Omega}_A(\vec{f}) + \vec{\Omega}_A(\vec{f_{ie}})$$

- **Th. de la puissance cinétique :**

→ On a : $E_{C/R'}(m) = \frac{1}{2} m \cdot v^2_{/R'}(m)$.

et $P_{/R'}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{v}_{/R'}(m)$.

Donc le th. s'écrit dans (R') :

$$\left(\frac{dE_{C/R'}(m)}{dt}\right)_{R'} = \sum P_{/R'}(\vec{f}) + P_{/R'}(\vec{f_{ie}})$$

- **Th. de l'énergie cinétique :**

$$dE_{C/R'} = \sum \delta W(\vec{f}) + \delta W(\vec{f_{ie}})$$

2) Réf. (R') en rotation uniforme autour d'un axe fixe % à un réf (R) galilé.

- **P.F.D.** : Pour les m̂ raisons que précédemment, le P.F.D dans (R') devient :

$$m \cdot \vec{a}_{/R'}(m) = \sum \vec{f} + \vec{f_{ie}}(m) + \vec{f_{ic}}(m)$$

avec :
- $\vec{f_{ie}}(m) = -m \cdot \vec{a_e}(m)$.
- $\vec{f_{ic}}(m) = -m \cdot \vec{a_c}(m)$

→ Dans les coordonnées cylindriques,

$\vec{f_{ie}}(m) = m \cdot \omega^2 \cdot \vec{Hm} = m \cdot \omega^2 r \, \vec{u_r}$

Donc, cette force est appelée force centrifuge car elle tend à éloigner le point matériel radialement de l'axe de rotation.

- **Th. du moment cinétique :**

→ Soit A un point fixe dans (R'), alors :

$$\left(\frac{d\vec{L}_{A/R'}(m)}{dt}\right)_{R'} = \sum \vec{\Omega}_A(\vec{f}) + \vec{\Omega}_A(\vec{f_{ie}}) + \vec{\Omega}_A(\vec{f_{ic}}).$$

avec :
- $\vec{\Omega}_A(\vec{f_{ie}}) = \vec{Am} \wedge \vec{f_{ie}}$
- $\vec{\Omega}_A(\vec{f_{ic}}) = \vec{Am} \wedge \vec{f_{ic}}$.

- **Th. de l'énergie cinétique :**

⚠ Rmq : On a $\vec{f_{ic}} = -2m \cdot \vec{\omega}_{R'/R} \wedge \vec{v}_{/R'}(m)$

Donc $P_{/R'}(\vec{f_{ic}}) = 0$.

⇒ La force de Coriolis ne fournit aucun travail.

→ On en déduit les relations suivantes :

$$\left(\frac{dE_{C/R'}(m)}{dt}\right)_{R'} = \sum P_{/R'}(\vec{f}) + P_{/R'}(\vec{f_{ie}})$$

(th. de la puissance cinétique)

→ Et :

$$dE_{C/R'}(m) = \sum \delta W(\vec{f}) + \delta W(\vec{f_{ie}})$$

- **Energie potentielle associée à la force d'inertie d'entraînement :**

→ On a : $\delta W(\vec{f_{ie}}) = \vec{f_{ie}} \cdot \vec{v}_{/R'}(m) \cdot dt$

⇒ $\delta W(\vec{f_{ie}}) = m \cdot \omega^2 \vec{Hm} \cdot \left(\frac{d\vec{Hm}}{dt}\right)_{R'} \cdot dt$

⇒ $\delta W(\vec{f_{ie}}) = -d\left(-\frac{1}{2} m \cdot \omega^2 Hm^2\right)$

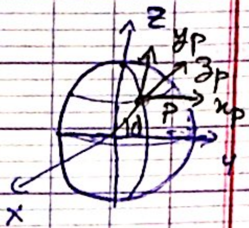
Donc, on en déduit que la force d'inertie d'entraînement dérive d'une énergie potentielle,

$$E_{p,ie} = -\frac{1}{2} m \cdot \omega^2 Hm^2 + cte.$$

↳ On note l'analogie avec celle d'un oscillateur harmonique sauf que le signe est différent, ce qui est normal car celle de l'oscillateur est due à une force de rappel, alors que celle-ci est due à une force centrifuge.

## II) Les différents référentiels classiques de la mécanique:

### 1) Le référentiel terrestre ($R_T$)




→ C'est le réf. lié au point P proche de la terre de latitude λ $(P, x_P, y_P, z_P)$.

→ Il n'est pas galiléen, et parmi les expériences qui montrent son caractère non galiléen est le pendule de Foucault ou la déviation vers l'est.

### 2) Le référentiel géocentrique ($R_G$):

→ c'est un référentiel dont l'origine est le centre de la terre, et dont les axes pointent vers 3 étoiles suffisamment éloignées (donc ~ fixes).

→ Le référentiel terrestre ($R_T$) tourne autour du réf. géocentrique à la vitesse angulaire $\Omega = \frac{2\pi}{86164} \simeq 7,3.10^{-5}$ rad.s$^{-1}$

• Si on suppose que ($R_G$) est galiléen:

→ ($R_T$) ne sera plus galiléen, on doit donc ajouter $\vec{f_{ie}}$ et $\vec{f_{ic}}$ qd on travaille dans ($R_T$).

⚠ ↳ Quelques ordres de grandeur:

→ La force d'entraînement $\vec{f_{ie}}$ aura pour norme par unité de masse: dans l'équateur: $\Omega^2 R_T = 3,4.10^{-2}$ m.s$^{-2}$

On compare cette valeur à l'intensité de la force gravitationnelle:

$$\frac{G.M_T}{R_T^2} \simeq 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

→ Donc, $\vec{f_{ie}}$ est un terme correctif de l'ordre du millième

→ La force de coriolis $\vec{f_{ic}}$ dépend de la vitesse. En ordre de grandeur, on note $L^*$: longueur caractéristique du phénomène étudié, de m̂ on note $T^*$ et $V^* = \frac{L^*}{T^*}$ et $A^* = \frac{L^*}{T^{*2}}$.

La force de coriolis a pour ordre de grandeur: $\Omega V^*$.

Pour la négliger dans notre étude, il faut que:

$$\Omega V^* \ll A^*$$

$$\Rightarrow T^* \ll \frac{1}{\Omega} \simeq T_J = 1 \text{ jour}$$

Donc, il faut que l'expérience ne dépasse pas un jour pour pouvoir négliger l'effet de la force de Coriolis.

• Pesanteur et Gravité:

→ On définit le poids d'un corps M de masse m, et d'une manière expérimentale: la force opposée à la tension d'un fil au bout duquel est accroché le corps, étant en équilibre dans le réf. terrestre.

→ Donc, en appliquant le P.F.D:

$$m\,\vec{G_T}(M) + \vec{T} + \vec{f_{ie}} = \vec{0}$$

D'où: $\vec{P} = -\vec{T} = m(\vec{G_T}(M) - \vec{a_e}(M))$.

et on trouve ainsi:

$$\boxed{\vec{g} = \vec{G_T}(M) - \vec{a_e}(M)}$$

⚠ Le réf ($R_G$) n'est pas galiléen, car ~~à la place~~ sinon on montre que le mvt de la lune va engendrer juste une seule marée par jour, alors qu'on observe 2 par jour.

## 3) Le référentiel de Copernic : ($R_C$)

→ C'est un réf. qui a pour origine le centre de masse du système solaire ($\sim$ le centre du soleil) et dont les axes pointent vers 3 étoiles fixes.

→ Le réf. ($R_G$) a un mvt de translation quasi-circulaire, à la vitesse angulaire

$$\Omega' = \frac{2\pi}{1an} \simeq 2.10^{-7}\ rad.s^{-1}$$

→ En faisant l'hypothèse qu'il est galiléen, alors une étude qui se fait dans le réf. géocentrique ($R_G$) doit ajouter une accélération d'entrainement de l'ordre de. $\Omega'^2 . D \simeq 5,9.10^{-3} m.s^{-2}$

où D : distance terre - soleil.

→ Par ce réf, on arrive à expliquer l'effet des marées.