Interférence de deux Ondes

I) Conditions d'existence des interférences: Cas de 2 O.P.P.M:

↳ **Définitions (Interférences):**

→ On parle d'interférences lorsque l'éclairement de deux ondes n'est pas la somme des deux éclairements. En fonction d'intensité,

$$I(m) \neq I_1(m) + I_2(m).$$

↳ **Conditions d'interférences:** (2 ondes O.P.P.M)

- même pulsation (condition de synchronisme)
- $\hat{m}$ source (condition de cohérence), ou bien $\hat{m}$ train d'ondes.

↳ **En termes de calcul:**

- si on pose: $s_1(m,t) = S_{10}.\cos(\omega_1 t - \varphi_1(m))$

et $S_2(m,t) = S_{20}\cos(\omega_2 t - \varphi_2(m))$.

alors l'intensité sera:

Formule de Fresnel → $$I(m) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\left\langle \cos\left((\omega_1-\omega_2)t - (\varphi_1-\varphi_2)\right)\right\rangle$$

→ si $\omega_1 \neq \omega_2$: $I = I_1 + I_2$.

→ si $\omega_1 = \omega_2$ mais pas $\hat{m}$ source, alors les valeurs de $(\varphi_1 - \varphi_2)$ sont aléatoires que leur moyenne sera nulle. D'où la nécessité d'une $\hat{m}$ source.

↳ **Pour deux ondes de $\hat{m}$ amplitude:**

$$I(M) = 2I_0\left(1 + \cos(\phi(m))\right).$$

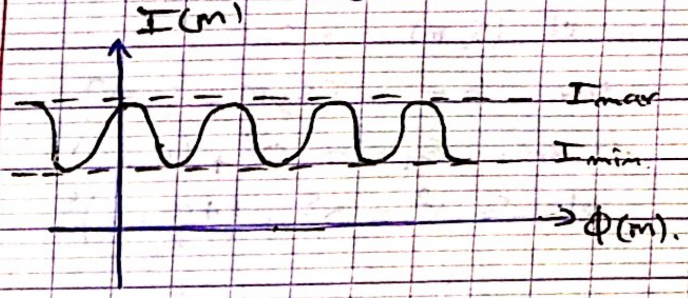
avec $I_0 = I_{10} = I_{20}$

et $\phi(m) = (\omega_1 - \omega_2)t - (\varphi_1 - \varphi_2)(m)$.

↳ **Interprétation physique:**

→ On dit que l'interférence est constructif lorsque $I > I_1 + I_2$.
(resp. destructif lorsque $I < I_1 + I_2$).

→ On obtient la figure:



→ On a $I = I_{max}$ lorsque $\phi(m) = 2p\pi$.

→ $I = I_{min} \Rightarrow \phi(m) = \pi + 2p\pi$.

↳ **Figure d'interférence:**

- c'est ~~la f~~ l'éclairement obtenu (ou reçu) par un écran d'interférences d'ondes lumineuses.

↳ **Différence de marche:**

→ Nous avons pour 2 O.P.P.M de $\hat{m}$ ω:

$$\phi(m) = \varphi_2(m) - \varphi_1(m).$$

Or, on a: $\varphi_1(m) = k_0.(S_1M)_1$

et $\varphi_2(m) = k_0.(S_2m)_2$.

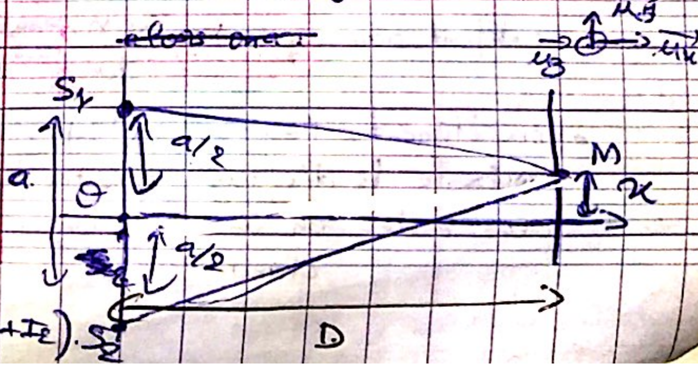
D'où: $\varphi_2(m) - \varphi_1(m) = k_0\left[(S_2m)_2 - (S_1m)_1\right]$

On définit donc:

$$\boxed{\delta = (S_2m)_2 - (S_1m)_1}$$

D'où: $\phi(m) = \frac{2\pi}{\lambda_0}.\delta$.

↳ **Expression de la différence de marche:** On considère un milieu homogène d'indice n. ~~alors on a:~~



On a, $(S_1M) = n \cdot S_1M$

et $(S_2M) = n \cdot S_2M$.

Donc $\delta = n\,[S_2M - S_1M]$

. Or, on a, $S_1M^2 = D^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2$

et $S_2M^2 = D^2 + \left(+\frac{a}{2} + x\right)^2$.

$$\text{Donc } \frac{\delta}{n} = D\left[\left(1 + \frac{(a/2 + x)^2}{D^2}\right)^{1/2} - \left(1 + \frac{(\frac{a}{2} - x)^2}{D^2}\right)^{1/2}\right]$$

en DL2 car $D \gg a \neq x$.

On obtient,

$$\boxed{\delta \simeq n\,\frac{a\,x}{D}}$$

a → Distance entre les deux sources cohérentes

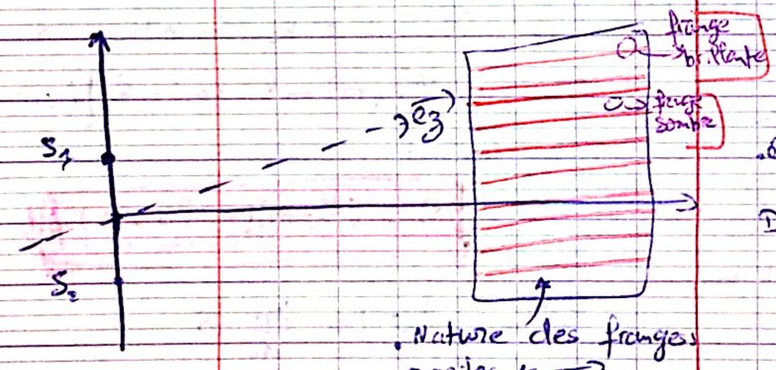
x → Distance de M à partir du plan méridien des sources

D : Distances entre les sources et l'écran.

→ Ceci nous permet d'obtenir :

$$I(M) = 2 I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot n \cdot \frac{a \cdot x}{D}\right)\right].$$

→ On obtient ainsi la figure d'interférence



. Nature des franges : Droites // $\vec{e_3}$

↳ Ordre d'interférence,

. L'ordre d'interférence au point M se définit par : $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{\Delta\varphi(M)}{2\pi}$

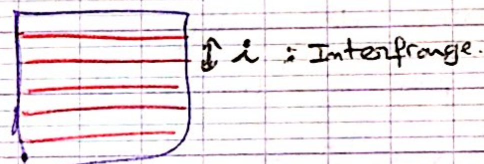
. Concrètement, l'ordre d'interférence représente le décalage δ entre deux ondes en « unité de longueur d'onde ».

→ Si $p(M) \in \mathbb{N}$, alors $I(M) = 4 I_0$. (Interférences constructifs)

→ Si $p(M) \in \frac{1}{2} + \mathbb{N}$, alors : $I(M) = 0$ (Interférence destructif).

↳ Interfrange,

. C'est la distance entre deux franges de même nature :



c-à-d entre M_1 et M_2

tq, $I(M_1) = I(M_2)$ et sont successifs. $(x_{k+1} - x_k) = i$

. Or, on a, $x_k = \frac{\Delta\delta \cdot D}{n \cdot a} \cdot k$

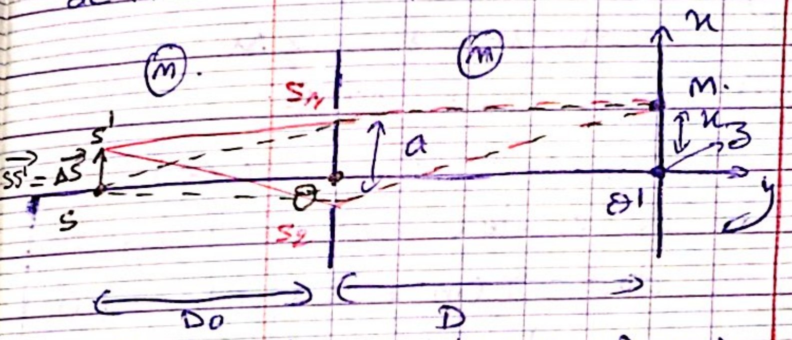
Donc,

$$i = \frac{\Delta\delta\, D}{n \cdot a} = \frac{\lambda_0 \cdot D}{n \cdot a} \quad \text{car } \Delta p(M) = 1$$

et on a, $\boxed{p(M) = \frac{x}{i}}$

II) Influence de l'extension spatiale de la source principale :

↳ On cherche à déterminer, quand on remplace la position de la première source S avec un déplacement élémentaire sur le plan // plan contenant S_1 et S_2, le changement $\Delta p(M) = p^{(S')}(M) - p^{(S)}(M)$ de l'ordre d'interférences.



→ On doit tenir compte cette fois-ci de la différence de marche

$$\delta_0 = (S'S_2) - (S'S_1). \quad (*)$$

→ On a : $\delta'(M) = (S'M)_2 - (S'M)_1$

$$= (S_2M)_2 - (S_1M)_1 + \delta_0.$$

Or, $(S_2M)_2 - (S_1M)_1 = \delta(M)$ de la première source S.

Donc : $\Delta p(M) = \dfrac{\delta_0}{\lambda_0}$

→ Pour le calcul de δ_0 (Astuce) : On prend le résultat du paragraphe précédent, en considérant le point M dans ce cas le point S'.

Donc : $\delta_0 \simeq n . \dfrac{\overrightarrow{S_2S_1} . \overrightarrow{\Delta S}}{D_0}$

• Rmq (1) $\Delta p(M)$ est indépendante du point M. On la note Δp.

• Déplacement $\overrightarrow{\Delta S}$ suivant $\vec{e_z} \perp \overrightarrow{S_2S_1}$:

Quand on fait un déplacement seulement selon $\vec{e_z}$, $\overrightarrow{\Delta S} . \overrightarrow{S_2S_1} = 0$.

Donc $\boxed{\Delta p = 0.}$

⇒ Si on utilise maintenant à la fois les deux sources S et S' sur le même axe $\vec{e_z}$, comme elles sont incohérentes, l'intensité au point M est une superposition des intensités. Et comme les 2 sources se trouvent sur le même axe $(\overrightarrow{\Delta S} . \overrightarrow{S_2S_1}) = 0$, alors l'intensité au point M est le double de celle d'une seule source. Les deux systèmes se coïncident exactement. On observe donc des franges plus lumineuses avec le même contraste.

• Déplacement $\overrightarrow{\Delta S}$ suivant $\vec{e_x} \,//\, \overrightarrow{S_2S_1}$.

Dans ce cas, on a : $\Delta p = \dfrac{n . a . \Delta x}{\lambda_0 . D_0}$

↳ Les changements lors de l'absence de la source primaire S : c-à-d seulement la nouvelle source S' :

• On obtient : • $p^{(S')}(M) = \dfrac{x}{i} + \Delta p$

position de la $m^{ième}$ frange brillante : il faut que $p^{(S')}(M) = m$:

donc $x_m^{(S')} = m . i - \Delta p . i$

↳ Si les deux sources sont présentes :

• Si $\Delta p = m \in \mathbb{Z}$: les franges se coïncident avec un décalage de m franges.

• Si $\Delta p = m + 1/2$; les franges anti-coïncident ; ils se brouillent et on peut plus distinguer

• Rmq : Le calcul fait pour établir l'expression de $I(M) = I_S(M) + I_{S'}(M)$ est hors programme. On obtient l'expression :

$$I(M) = 4I_0\left[1 + \underbrace{\cos(\pi\Delta p)}_{V \text{ en valeur absolue}}\cdot\cos\left(\frac{2\pi x}{i} + \pi\Delta p\right)\right].$$

→ Il suffit d'utiliser l'expression obtenue :

$$I_S(M) = 2I_0\left[1 + \cos\left(2\pi p^{(S)}(M)\right)\right].$$

ainsi que la relation :

$$\cos(p) + \cos(q) = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right).$$

• Un critère de visibilité des franges d'interférence produites par une source étendue : • D'après l'étude précédente, on déduit le critère suivant :

$$|\Delta p(M)| \leqslant 1/2$$

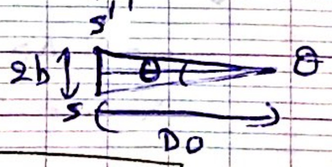
→ en utilisant l'expression obtenue, en posant $\Delta x = b$: $\left|m\frac{a.b}{\lambda_0 . D_0}\right| \leqslant 1/2$.

$$\Rightarrow \quad b \leqslant \frac{\lambda_0 . D_0}{2m.a}$$

→ Pour des valeurs typiques : $\lambda_0 = 600\,nm$ et $D_0 = 1\,m$ et $a = 0,5\,mm$ et $m = 1$, on obtient : $b \leqslant 0,6\,mm$.

La fente de la source doit être très fine.

→ En fait, pour une étude plus rigoureuse qui prend à la fois compte de b et de D, ce qui est imposé c'est plutôt l'angle θ qui est $\theta \simeq \frac{2b}{D_0}$



Donc : $\boxed{\theta \leqslant \frac{\lambda_0}{m.a}}$

Diamètre apparent

III) Influence de la largeur spectrale de la source :

→ La lumière n'est en réalité pas monochromatique.

1) Doublet de longueurs d'onde (une seule source qui émet 2 ondes de λ différentes : un doublet) :

On pose $\lambda_1 = \lambda_0 - \frac{1}{2}\Delta\lambda$

et $\lambda_2 = \lambda_0 + \frac{1}{2}\Delta\lambda$

avec $\lambda_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ et en supposant que $\Delta\lambda \ll \lambda_0$.

→ ces deux ondes sont asynchrones donc $I(M) = I_{\lambda_1}(M) + I_{\lambda_2}(M)$

→ On introduit de m̂ :

$$\Delta p(M) = p^{\lambda_1}(M) - p^{\lambda_2}(M).$$

→ La différence de marche des deux ondes au point M reste la m̂. Donc :

$$\Delta p(M) = \delta(M)\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) \simeq \delta(M).\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$$

où : $\delta(M) = \frac{m.a.x}{D}$

→ On introduit la valeur moyenne de l'interfrange : $i_m = \frac{\lambda_0 . D}{m.a}$

On en déduit : $\Delta p(M) = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}.\frac{x}{i_m}$

⇒ Il y a brouillage quand $\Delta p(M) = m + 1/2$.

Dans ce cas, $x_m = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} i_m$ sont les abscisses où on remarque le brouillage.

Donc la différence entre deux abscisses successifs où on a le brouillage est

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}.i_m.$$

- **Le nombre de franges brillantes entre x_m et x_{m+1} :** Comme la distance entre 2 franges est i_m. Alors :

$$N = \frac{\Delta x}{i_m} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}$$

- **Remarques issues des mille et une questions :**

→ **Question :** Pourquoi dans la plupart des temps fait-on interférer deux ondes cohérentes de m̂ amplitude ?

→ **Réponse :** Pour maximiser le contraste, mais ceci n'est pas tellement critique. Quand on choisit par exemple une source d'amplitude a et une autre (fentes de Young) d'amplitude r.a, on remarque que m̂ si $r = 0,5$ (S_2 est 2 fois moins lumineuse que S_1), on obtient $C = 0,8$.

- **Terme d'interférences :**

$$I_{12} = I - I_1 - I_2$$

(~~seulement~~ pour deux ondes)

où I : l'intensité résultante.

- **Champ d'interférences :**

→ c'est la zone de l'espace éclairée par les deux ondes cohérentes.

- **Franges d'interférences** {brillantes / sombres} :

→ ce sont ~~les~~ l'intersection des surfaces (brillantes ou sombres) avec l'écran d'observation.

- **Figures d'interférences :**

→ L'ensemble des franges d'interférences (brillantes et sombres).