Ondes électromagnétiques dans un Plasma, Dispersion

I) Onde P.P.M dans un plasma :

• **Plasma :** c'est un milieu qui contient des ions positifs $(+e)$ de masse m_i, et des électrons $(-e)$ de masse m_e.
Le plasma est globalement neutre. On note n_0 la densité particulaire commune entre les ions et les électrons supposée très petite (plasma dilué) pour qu'on puisse les interactions entre les charges électriques dans le plasma.

→ On envisage la propagation d'une O.P.P.M dans le plasma de la forme :

$$\vec{E}(M,t) = \vec{E_0}.\exp\left[j(\omega t - \vec{k}.\vec{r})\right].$$

• On cherche à trouver la relation de dispersion de cette onde. On a par linéarité la valeur de ω, ainsi que le sens de $\vec{k}$ ~~la polarisation de l'onde~~, mais on connait pas la valeur de k.

• **mvt des électrons :** Comme la masse des ions (+) est très grande, on ne suppose que le mvt des électrons. On applique le P.F.D sur un électron sans considérer l'existence d'une force de collision (donc pression) (comme dans le conducteur) car le plasma est supposé dilué. On refait la même démarche que dans le cas d'un conducteur, et on trouve que :

$$\vec{v} = j.\frac{e}{m_e.\omega}.\vec{E}(M,t)$$

Donc, le plasma a pour conductivité :

$$\gamma = -i.\frac{n_0.e^2}{m_e.\omega}$$

→ Comme le champ électrique de l'onde est transversal (par hypothèse), alors on obtient $\rho = 0$ par l'Eq. de maxwell-Gauss. Donc le plasma reste localement neutre en présence de l'onde électromagnétique.

→ Si on tient compte du mvt des ions, on va obtenir :

$$\vec{j} = -j.\frac{n_0.e^2}{\omega}.\left(\frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_i}\right).\vec{E}$$

et comme $m_i \gg m_e$, alors l'hypothèse reste valable.

• **Relation de dispersion du plasma :**
On applique les éq. de maxwell, et on obtient après tout calcul :

$$k^2 = \frac{1}{c^2}\Big(\omega^2 - \underbrace{\frac{\mu_0.c^2.n_0.e^2}{m_e}}_{\omega_p^2 \text{ : pulsation plasma}}\Big).$$

• **Vitesse de phase :** (cas où $\omega > \omega_p$).
→ Comme l'onde est monochromatique, on a :

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}}$$

• **Indice optique :**
→ Par définition : $n = \frac{c}{v_\varphi}$.

$$\Rightarrow \quad n = \sqrt{1-\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$$