Electromagnétisme et Ondes

I) Equations de maxwell:

1) Équation de la conservation de la charge:

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{j}(M,t) + \frac{\partial \rho(M,t)}{\partial t} = 0}$$

2) Les Equations de maxwell:

- **M.G**: $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}$; • **M.F**: $\overrightarrow{rot}\, \vec{E}(M,t) = -\frac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t}$

- **M.Φ**: $\operatorname{div} \vec{B} = 0$; • **M.A**: $\overrightarrow{rot}\, \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$

→ Ces équations sont linéaires. On peut donc attribuer dans certains cas la forme complexes aux vecteurs du champs.

3) Forme intégrale de ces équations:

- **Th. de Gauss**: On intégre l'éq (M.G) dans ~~un~~ volume, sachant que $\iiint_V \operatorname{div} \vec{E} = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$, On retrouve le th. de Gauss.
- **Conservation du flux magnétique**: (à travers une surface fermée). On intégre (M.Φ).
- **Loi de Faraday**: (Induction): On intégre (M.F) sur une surface, et on retrouve: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$
- **Th. d'Ampère généralisé**: On intégre (M.A) sur une surface.

$$\oint_\Gamma \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I(\Gamma,t) + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_{\vec{E}}(\Gamma,t)}{dt}$$

4) Equation de Poisson:

$$\boxed{\Delta V(M) + \frac{\rho(M)}{\varepsilon_0} = 0}$$

5) Relations de passage:

- $\vec{B_2} - \vec{B_1} = \mu_0 \vec{j_S} \wedge \overrightarrow{n_{12}}$
- $\vec{E_2} - \vec{E_1} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \overrightarrow{n_{12}}$

II) Énergie Électromagnétique :

On définit vecteur de Poynting par : $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$.

↳ Ce vecteur décrit le sens de propagation de l'énergie.
(à démontrer pour une OPPM dans les ondes).

- Conservation de l'énergie :

$$\boxed{\frac{\partial u_{em}}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{\Pi} + \vec{j} \cdot \vec{E} = 0}$$

↳ $u_{em} = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \vec{E}^2 + \frac{1}{2\mu_0} \cdot \vec{B}^2$

N.B ⚠ ~~u_{em}~~ les énergies sont des formes quadratiques en les champs, on peut pas utiliser les notations complexes par exemple

III) Ondes E.M :

↳ La relation de structure $\vec{B} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c}$ n'est valable que pour une Onde plane progressive homogène

(ceci veut dire que son amplitude dans la direction ~~de~~ perpendiculaire à la direction de propagation est uniforme)

~~↳ La relation~~ :

↳ Dans un milieu d'indice n, on a la relation :

$$\boxed{v_\varphi \cdot v_g = \frac{c^2}{n^2}}$$

↳ Pour décrire la structure d'un champ, il faut mentionner la polarisation, la direction de propagation, le type de l'onde (progressive ou stationnaire) et s'elle est homogène ou non.

Vitesse de Phase, Vitesse de groupe :

- **Vitesse de phase :** C'est la vitesse de propagation d'une O.P.P.M. C-à-d la vitesse de propagation d'une onde ayant une seule pulsation ω.

→ En fait, elle s'appelle vitesse de phase car si on suit au cours du temps un point M dont la phase est constante (c-à-d propagation de cette phase), on obtient : $\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM} = cte$

$$\Rightarrow \vec{u}\cdot\overrightarrow{OM} = -\frac{cte}{k} + \underbrace{\frac{\omega}{k}}_{v_\varphi}\cdot t$$

→ Cette valeur de phase, se propage dans le temps par une vitesse v_φ.
Le point M se déplace dans le temps par la vitesse $v_\varphi = \frac{\omega}{k}$.

- **Phénomène de dispersion :**

→ Dans le vide, on a : $v_\varphi = \frac{\omega}{k} = c$, ne dépend pas de ω.

→ Par contre, quand v_φ dépend de ω (dans le plasma par exemple, ou dans un métal, ou un milieu d'indice n en général), on dit qu'il y a dispersion.

→ On remarque parfois que $v_\varphi > c$, chose que se contredit avec la théorie de la relativité d'Einstein. En fait, déjà le modèle d'une O.P.P.M n'est pas réel, donc que sa vitesse de propagation soit réel ou non, il n'y a pas de contradiction.

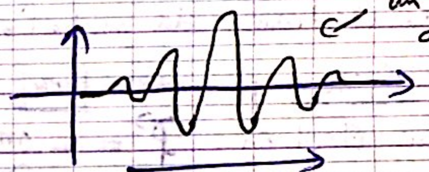
→ Dans la réalité, il n'y a pas d'onde O.P.P.M, mais plutôt un paquet d'ondes qui contient un nombre fini ou infini d'O.P.P.M tous sont proches d'une pulsation ω_0 (voir optique ondulatoire).

- **Vitesse de groupe :**

→ C'est la vitesse de propagation d'un paquet d'onde, définie par :

$$v_g = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k_0} = \frac{1}{\left(\frac{dk}{d\omega}\right)_{\omega_0}}$$

→ C'est la vitesse réelle de propagation de l'information.



→ La relation : $v_\varphi \cdot v_g = c^2$ n'est valable que si la relation de dispersion s'écrit sous la forme : $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + \underbrace{cte}_{\text{ne dépend pas de } \omega}$