Optique Géométrique

- Systèmes centrés et approximation de Gauss
- Approximation de l'optique géom. et lois de Descartes.
- Miroirs plans
- Lentilles minces

I) La lumière :

→ La lumière suit toujours des droites dans son chemin.

→ Principe du retour inverse : si la lumière peut suivre un chemin dans un sens, alors elle peut suivre le m̂ chemin dans l'autre sens.

→ Les milieux :

- Transparent : c'est un milieu non absorbant.
- Homogène : les propriétés du milieu sont les m̂ ~~dans~~ en tout point de l'espace.
- Isotrope : les propriétés du milieu sont les m̂ dans toutes les directions.

→ Dans un milieu transparent et homogène la lumière suit toujours une ligne droite

↳ Ceci implique que si la lumière rencontre un obstacle, elle change de ligne droite (c'est le principe des lois de Descartes).

→ Objets lumineux :

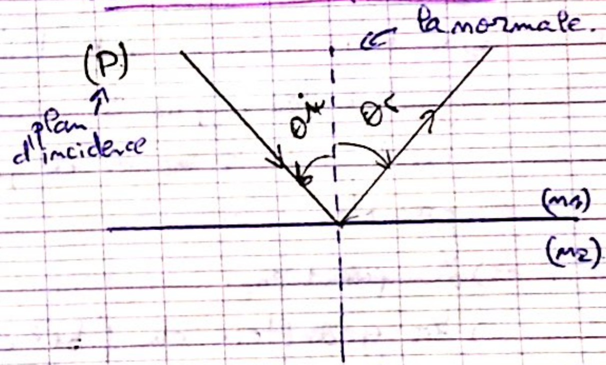
- Source de lumière primaire : c'est une source qui émet de la lumière sans en avoir reçu au préalable.
- Source de lumière secondaire : c'est une source qui émet de la lumière qu'elle a préalablement absorbée.
- Les inclassables : tout matériel qui n'absorbe pas de la lumière mais la réfléchit : les miroirs par exemple.

II) Approximation de l'optique géo, et les lois de Descartes :

→ L'approximation : On néglige tout phénomène de Diffraction (voir plus loin). Ceci consiste en fait à supposer que la longueur d'onde de l'onde lumineuse est quasiment nulle.

→ Les lois de Snell-Descartes :

- La loi de réflexion :



↳ 1ère loi : le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence.

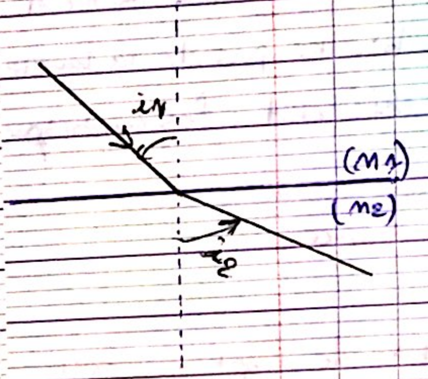
↳ 2ème loi : $\theta_i = \theta_r$, et le rayon réfléchi se trouve dans ~~l'autre~~ le côté symétrique % à la normale.

↳ La loi de réfraction :

↳ La 1ère loi : le rayon réfracté est dans le plan d'incidence.

↳ La 2ème loi :

$$n_1 \cdot \sin(i_1) = n_2 \cdot \sin(i_2)$$



⇒ Réflexion totale :

↳ Lorsque $n_1 \geq n_2$, on a : $i_1 \leq i_2$.
On peut donc dans ce cas anticiper le cas où $i_2 = \frac{\pi}{2}$, c'est le cas limite où on a réflexion totale. L'angle limite θ_0 vérifie la relation :

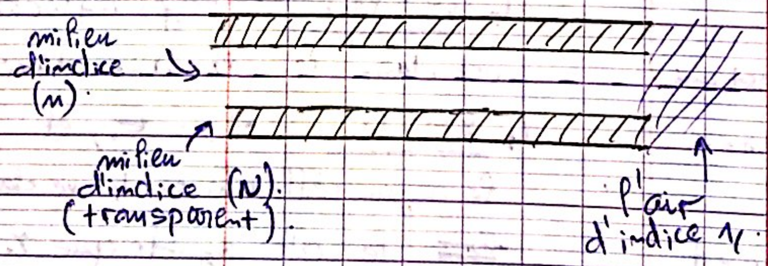
$$\theta_0 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

↳ Application au fibre optique :

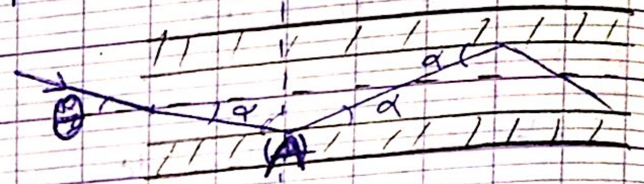
⇒ Le fibre optique est utilisé pour guider les rayons lumineux et pour qu'il y ait le moins de perte possible.

⇒ ~~La question~~

⇒ La géométrie du fibre optique.



⇒ On cherche l'angle θ_{max} pour lequel on envoit un rayon lumineux pour qu'il soit guidé :



Pour qu'il y ait réflexion au point A, il faut que $n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > N$,

⇒ $\alpha < \arccos\left(\frac{N}{n}\right)$ (*) ceci n'est valable que si $N < n$.

Or, on a : $\sin(\theta) = n \cdot \sin(\alpha)$

D'après (*), $\sin(\theta) < n \sin\left(\arccos\left(\frac{N}{n}\right)\right)$

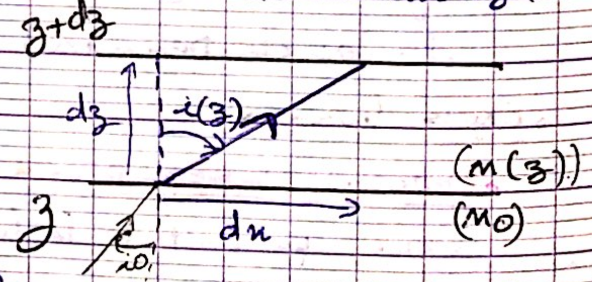
⇒ $\boxed{\sin(\theta) < \sqrt{n^2 - N^2}}$

Donc l'angle θ_{max} est :

$$\theta_{max} = \arcsin\left(\sqrt{n^2 - N^2}\right)$$

↳ Application : Effet mirage :

⇒ L'effet mirage consiste à une déformation du rayon lumineux. En fait, on considère un milieu dont l'indice n dépend de z. L'étude de ce milieu est en effet une étude élémentaire, on découpe le milieu en des petites tranches élémentaires de hauteur dz :



On a : $\tan(i(z)) = \frac{\sin(i(z))}{\cos(i(z))} = \frac{dx}{dz}$

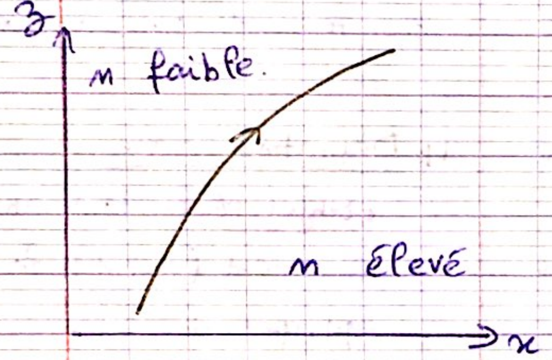
Or, on a : $n_0 \sin(i_0) = n(z).\sin(i(z))$.

Donc : $\sin(i(z)) = \frac{n_0.\sin(i_0)}{n(z)}$.

D'où :

$$\frac{dx}{dz} = \frac{n_0.\sin(i_0)}{\sqrt{n^2(z) - n_0^2.\sin^2(i_0)}}$$

↳ Si on connait $n(z)$, il suffit d'intégrer pour obtenir $x(z)$, et d'inverser pour obtenir $z(x)$, ainsi le chemin du rayon lumineux.



↳ On peut aussi obtenir $n(z)$ à partir de $z(x)$.

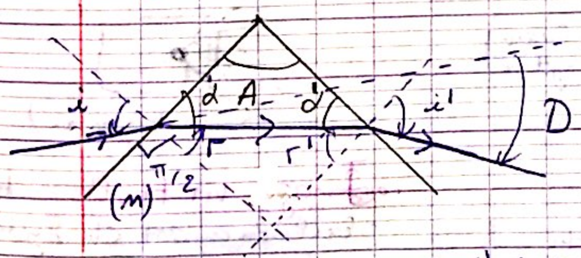
↳ Complément : Loi de Cauchy :

- La plupart des matériaux ont un indice qui dépend de la longueur d'onde de la manière suivante :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

↳ On peut calculer les coeff. A et B (voir cours optique ondu.).

→ **Prismes** (Hors Programme)



$$A = r + r'$$ → $\alpha + \alpha' + A = \pi$

$$D = i + i' - r$$

⇒ Cherchons la formule de D en fonction de i seulement :

On trouve à partir des formules :

$$D = i + \arcsin(n.\sin(A - \ldots))$$

(formule trop longue).

⇒ Cherchons le minimum de D pour un certain i. Pour cela on cherche i pour lequel : $\frac{dD}{di} = 0$

- Calculons $\frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di}$:

On a : $\sin(i) = n.\sin(r)$

donc $\cos(i) = n.\frac{dr}{di}.\cos(r)$.

Or, on a : $r + r' = A$

donc : $\frac{dr}{di} + \frac{dr'}{di} = 0$.

Or, on a : $\sin(i') = n.\sin(r')$

donc : $\frac{di'}{di}.\cos(i') = n.\frac{dr'}{di}.\cos(r')$.

Donc : $\frac{di'}{di} = -n.\frac{dr}{di}.\frac{\cos(r')}{\cos(i')}$

$= -\frac{n}{n}.\frac{\cos(i).\cos(r')}{\cos(i').\cos(r)}$.

D'où : $$\frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos(i).\cos(r')}{\cos(i').\cos(r)}$$

- $\frac{dD}{di} = 0$, après tout calcul fait on trouve : $\sin(i) = \sin(i')$

⇒ $i = i'$ et $r = r'$.

- Pour ce i, on obtient D_{min} qui est égal à : $D_{min} = 2i - \frac{A}{2}$

en utilisant : $\sin(i) = n.\sin(\frac{A}{2})$,

on en déduit :

$$\sin\left(\frac{D_{min}+A}{2}\right) = n.\sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

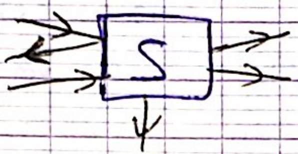
↳ Cette formule permet de trouver l'indice $n(\lambda)$.

↳ Avec la loi de Cauchy, on peut trouver λ des radiations inconnues.

III) Systèmes Optiques, Objet, Image, etc :

1) Système Optique :

→ Un système optique est un ensemble de composants transparents ou réfléchissant admettant la lumière par une face d'entrée et la faisant sortir par une face de sortie.



- Système dioptrique : On n'a que la réfraction (lentilles).
- Système catoptrique : On n'a que la réflexion (miroir plan).
- Système catadioptrique : On a les deux à la fois (Polariseur ?).

→ Le système est dit mince lorsque la face d'entrée et la face de sortie sont confondues (lentilles minces). miroir plan.

→ Un système optique est dit centré lorsque ces propriétés optiques admettent un axe de symétrie appelé axe optique.

↳ Contre exemple : télescope de Newton.

↳ Tous les systèmes étudiés seront considérés des systèmes optiques centrés.

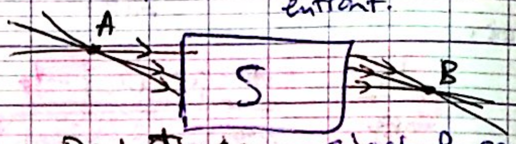
2) Objet, Image :

↳ Définition naïve : (car ça dépend de chaque système)

↳ Objet : la lumière rentrante dans le système.

↳ Image : la lumière sortante du système.

→ Point Objet : c'est le sommet d'un faisceau lumineux entrant (comme A)



→ Point ~~Objet~~ Image : c'est le sommet d'un faisceau lumineux sortant (comme B)

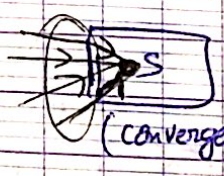
→ On dit que les points Objet et Image sont conjugués lorsque pour tout faisceau lumineux passant par A sont passant par B.

↳ Définition réelle :

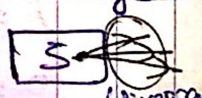
- Objet réel : tout objet placé en amont (avant) le système optique, dans le sens de propagation de la lumière.

- Image réelle : ~~toute image placée en av~~ c'est un faisceau lumineux qui converge lors de sa sortie dans le système optique.

- Objet virtuel : Un faisceau lumineux qui converge lors de son entré dans le système.

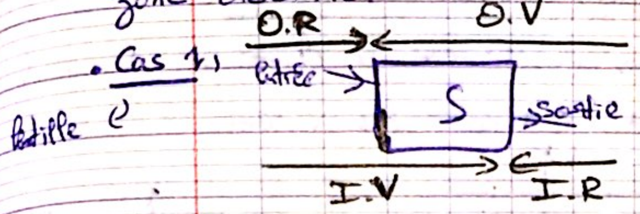


- Image virtuelle : toute ~~objet~~ image placée en amont du système. Ou bien un faisceau qui diverge lors de sa sortie.

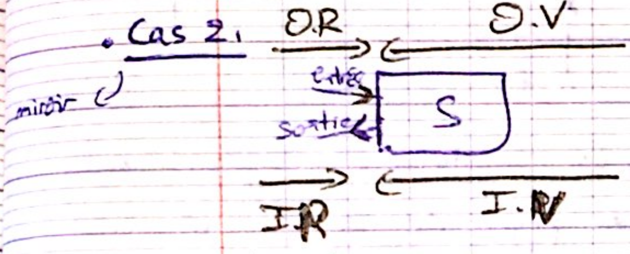


↳ Schéma simplifié: On schématise les espaces correspondant à chaque zone décrite.

• Cas 1:

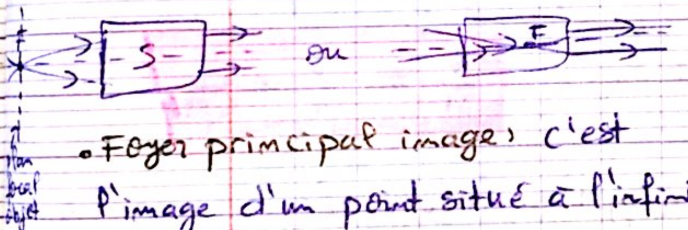


• Cas 2:



3) Les points focaux:

• Foyer principal objet: c'est un point de l'axe optique dont l'image est à l'infinie.



• Foyer principal image: c'est l'image d'un point situé à l'infini sur l'axe optique.

4) Stigmatisme, Stigmatisme approché:

→ Stigmatisme rigoureux: Un système est dit rigoureusement stigmatique si pour tout point source objet, l'image des rayons passant par ce point par le système reste un point.

→ Aplanétisme rigoureux: L'image d'un objet // lentille est // lentille

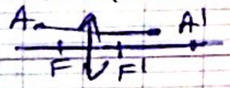
5) Approche analytique:

• Grandissement transversal: Pour caractériser la taille de l'image % à l'objet, on utilise souvent le grandissement transversal: $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

• Grossiment: comparaison des angles:

$$\gamma' = \frac{\alpha_s}{\alpha_e}$$

• Les relations de Newton: Soit une lentille $\mathcal{L}$ de foyers F et F' et un point A tq $A \xrightarrow{\mathcal{L}} A'$



↳ $\overline{FA}\cdot\overline{F'A'} = f f' = -f'^2$

↳ $\gamma = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$

• Les relations de Descartes:

↳ $-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'}$

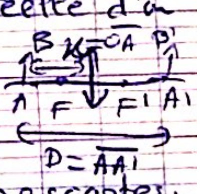
↳ $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

→ Ces relations de Descartes nous aide ~~dans~~ qd on connait pas les position des foyers, ainsi que construire les hyperboles de conjugaison.

• Les hyperboles de conjugaison: ce sont les tracés des images des objets conjugués entre eux (c-à-d $\overline{OA'}$ en fct de $\overline{OA}$ en utilisant la relation de Descartes).

↳ ceci est très utile en T.P pour déterminer les foyers images des lentilles.

↳ Projection d'une image réelle d'un objet réel sur un écran:



ceci impose que D>0.

En utilisant relation de Descartes,

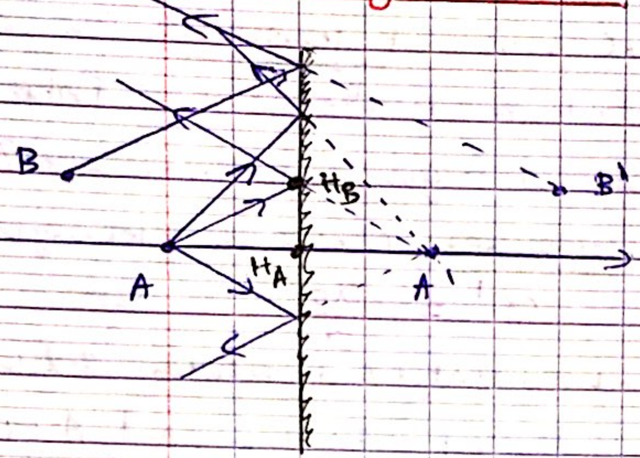
$$-\frac{1}{x} + \frac{1}{x+D} = \frac{1}{f'}$$

$$\Rightarrow x^2 + xD + Df' = 0$$

Pour que $x<0$ existe $\Rightarrow D \geq 4f'$

Miroir Plan

• Construction des rayons lumineux :



→ Image et objet sont symétrique % au plan du miroir plan.

→ Un miroir plan n'est ni convergent ni divergent.

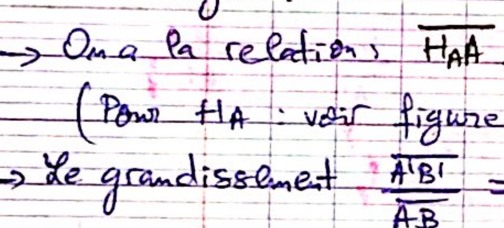
→ On a la relation : $\overline{H_AA} + \overline{H_AA'} = 0$.

(Pour H_A : voir figure)

→ Le grandissement $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$.

• La collimation :

→ c'est le fait d'envoyer une image de l'infinie et de la recevoir à l'infini. On utilise pour réaliser ça deux lentilles.



→ On utilise ça pour la diffraction à réseau.

$\pi \longleftrightarrow 180°$

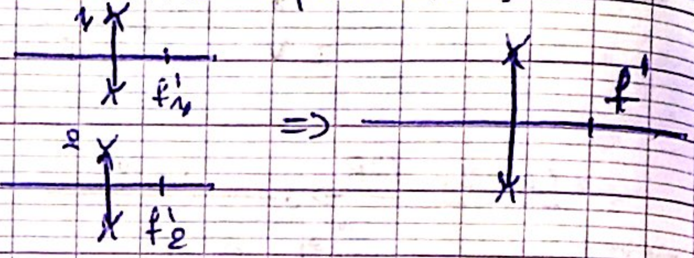
$1° \longleftrightarrow 60'$

$1' \longleftrightarrow 60''$

Retour à l'optique géométrique

• Deux lentilles accolées :

→ Quelle est la distance focale de la lentille équivalente ?



↳ On considère un rayon venant du foyer de la 1ère lentille (supp que $\mathcal{L}_1$ est avant $\mathcal{L}_2$).

alors : $F_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_1} \infty \xrightarrow{\mathcal{L}_2} F'_2$

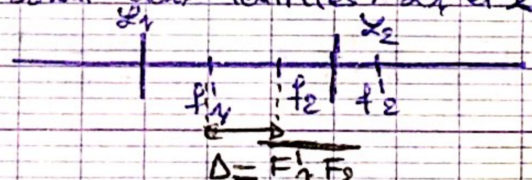
Or, d'après la relation de Descartes :

$$-\frac{1}{\overline{OF_1}} + \frac{1}{\overline{OF'_2}} = \frac{1}{f'}$$

D'où : $\boxed{\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}}$

• Système afocal : (c-à-d $\infty \xrightarrow{S} \infty$)

→ Soient deux lentilles : $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$



→ À quelle condition le système est-il afocal ? il faut que :

↳ $\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F'_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} \infty$

Donc $F'_1 = F_2$

D'où $\boxed{\Delta = 0}$

Astuce pour les tracés des rayons :

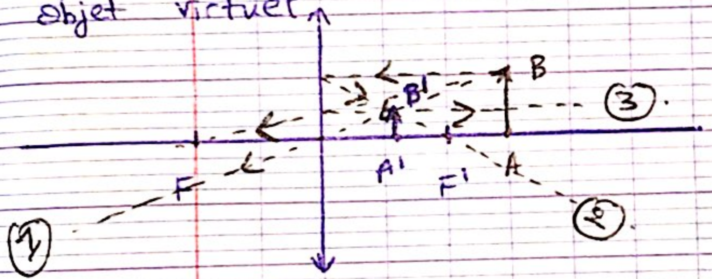
→ Pour tracer une image d'un objet, tracer ces 3 rayons successivement :

(1) Le rayon qui passe par le centre et qui n'est pas dévié.

(2) Le rayon qui arrive parallèlement à l'axe et qui ressort par le foyer image.

(3) Le rayon qui arrive par le foyer objet et qui ressort parallèlement à l'axe.

→ Exemple : lentille mince convergente et objet virtuel.



• **Méthode de Bessel :** (Pour le calcul de f' d'une lentille convergente).

→ Soit un objet distant de $x < 0$ de la lentille, on cherche à observer son image sur un écran distant de D de l'objet (c-à-d $x' - x = D$ où x' : position de l'image).

→ On a obtenu l'équation :

$$x^2 + x.D + f'D = 0.$$

↳ Il faut donc que $D \geq 4f'$.

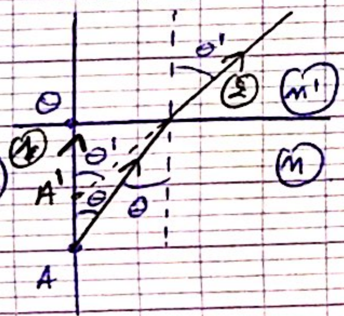
↳ Les positions possibles de x sont les deux (éventuellement une si $D = 4f'$) de l'équation. On note d : la distance entre les deux positions. Alors on obtient la relation :

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

• **La relation de conjugaison d'un dioptre plan :**

→ Un dioptre est une surface très mince ~~qui~~ sépare deux milieux d'indice n et n'.

→ Soit un objet A, on cherche son image (s'elle existe) par ce dioptre plan.



→ La recherche d'un point image éventuel se fait sur ~~le plan~~ la normale (AO) car le rayon (1) n'est pas dévié.

→ Le dioptre n'est pas stigmatique car le point A' obtenu pour un angle θ dépend de A et aussi de θ. Donc A n'a pas d'image par un dioptre. Pourtant, si on se situe dans les conditions de Gauss, on peut travailler avec le stigmatisme approché. On obtient, en utilisant :

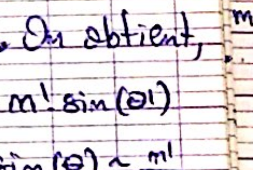
• $n.\sin(\theta) = n'\sin(\theta')$

• $\frac{\tan(\theta)}{\tan(\theta')} \simeq \frac{\sin(\theta)}{\sin(\theta')} \simeq \frac{n'}{n}$

La relation de conjugaison de ce dioptre :

$$\frac{\overline{OA'}}{n'} = \frac{\overline{OA}}{n}$$

• **Méthode d'autocollimation :**



→ On accolle ~~deux~~ une lentille convergente à un miroir plan. Cette méthode permet de déterminer la distance focale (ou aussi de régler la lunette à l'infini)