Optique Ondulatoire.

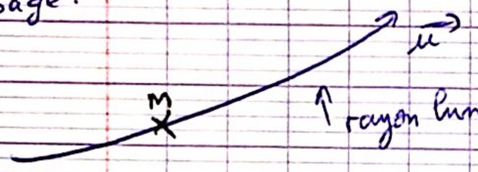
I) Modèle scalaire des Ondes Lumineuses:

1) L'Amplitude scalaire.

• **Définition:** On appelle l'amplitude scalaire une projection quelconque du champ $\vec{E}$ sur un axe orthogonal à la propagation.

s'appelle aussi vibration lumineuse.

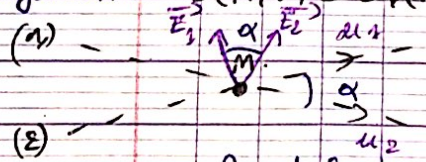
→ En tout point de l'espace M où règne un champ électrique (ou dans un chemin lumineux), l'onde lumineuse a une amplitude scalaire $s(M,t)$ qui se propage.



→ On défint un rayon lumineux comme étant une ligne perpendiculaire au surface d'onde (ou bien tangent au vecteur de propagation $\vec{u}$).

→ L'approximation consiste à décrire la propagation de la lumière dans les milieux tout en considérant son amplitude scalaire seulement.

• **Propriétés:** (Théorème de superposition) (admis): au croisement de deux chemins de lumière, les amplitudes scalaires s'ajoutent $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$



• Rmq: D'après la définition de $s(m,t)$, pour que réellement les amplitudes s'ajoutent, il faut que α soit petit de telle façon que $\cos(\alpha) \approx 1$ (le terme de la projection)

• **Exemples:**

1) O.P.P.M: En réalité, l'onde lumineuse est décrite par deux champs:

$$\begin{cases} \vec{E}(m,t) = E_0 \exp(j(\omega t - kz)).\vec{e_x} \\ \vec{B}(m,t) = \frac{E_0}{c} \exp(j(\omega t - kz)).\vec{e_y} \end{cases}$$

Dans notre approximation, on ne considère pour décrire la propagation de l'onde, que l'amplitude scalaire qui s'écrit pour une O.P.P.M:

$$s(m,t) = S_0(m) \times \cos(\omega t - \varphi(m)).$$

↳ $S_0(m)$: l'amplitude de l'onde qui décroit avec le temps.

↳ $\varphi(m)$: le retard de phase due au propagation.

2) Pour une onde monochromatique (pas forcément plane), on a:

notation réelle: $s(m,t) = S_0(m).\cos(\omega t - \varphi(m))$.

notation complexe: $\underline{s}(m,t) = A(m).e^{j(\varphi(m) - \omega t)}$.

• Rmq: Dans un milieu d'indice n, on a: $k = n.k_0$ et $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$

k_0: le vecteur d'onde dans le vide

λ_0: la longueur d'onde dans le vide

2) Phase $\varphi(m)$ et chemin de lumière (optique)

→ On suppose que le milieu est homogène, isotrope et non dissipatif et linéaire.

→ D'ici maintenant on travaille avec de la lumière monochromatique.

• **Relation entre $\varphi(m)$ et $\varphi(0)$:**

On a, $s(M,t) = A(M).\cos(\omega t - kx + \varphi(O))$.

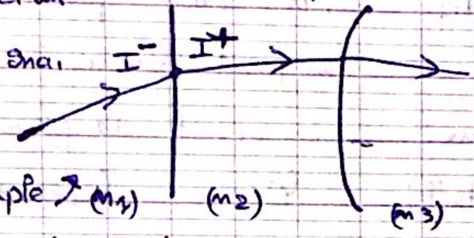
Donc, $\varphi(M) = \varphi(O) + M.k_0.d$

$\varphi(M) - \varphi(O) = \Delta\varphi_{OM} = \frac{2\pi}{\lambda_0}.\delta$ ↳ (MO). ↳ chemin optique (voir plus loin).

• **Continuité de la phase** (⚠ seulement pour le cas de la réfraction)

⇒ Lors du passage d'un milieu à un autre, on a, continuité de φ

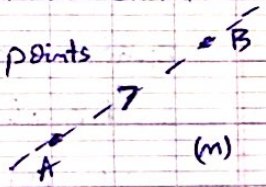
c-à-d, dans l'exemple ↗



On a, $\varphi(I^-) = \varphi(I^+)$.

• **Chemin Optique :**

↳ Intuitivement, on définit le chemin optique (AB) entre 2 points A et B par la distance qu'aurait parcouru la lumière dans le vide pendant la durée utilisée pour aller effectivement de A à B. Donc : $AB = \frac{c}{n}.\tau$ avec τ le temps de parcours, ceci donne : $(AB) = c.\tau = n.AB$.



↳ Le chemin optique nous permet de dépasser des problèmes temporels en des problèmes géométriques.

⇒ Exemple, dans le prisme, on a : $n(\lambda_{rouge}) < n(\lambda_{violet})$, donc la lumière rouge parcourt une distance plus courte que la lumière violet. On a donc changé de vision du temporel vers la géométrie et les distances.

• **Discontinuité de la phase et le déphasage supplémentaire :**

↳ Pour la phase $\varphi(M)$, il y a un déphasage supplémentaire de π dans les cas suivants :

1-) Lorsque le rayon subit une réflexion sur une surface métallique (1)

2-) " " " subit une réflexion sur un milieu plus réfringent

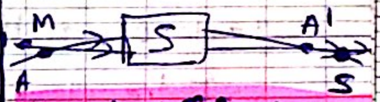
3-) Lorsque le rayon passe par un point de convergence (2)

cas (1) :

$\varphi(M) = \varphi(S) + k_0[(SI)+(IM)]$ $+\pi$

(SI) → n.SI ; (IM) → n.IM

cas (2) :



$\varphi(M) = \varphi(S) + k_0.(SM)$ $+\pi$

(SM) → n.SM (cette relation se change, voir ↓)

↳ Pour conserver la relation entre la phase $\varphi(M)$ et le chemin optique on ajoute un "déphasage spatial", lors des même cas précédents, de $\frac{\lambda_0}{2}$

Par exemple, pour le cas (1), on obtient : $(SM) = n[SI + IM] + \frac{\lambda_0}{2}$.

3) Surfaces d'Onde :

• **Définition :** Une surface d'onde est une surface sur laquelle les points ont même phase φ, c-à-d $\varphi(M) = cste$, $\forall M \in S_{onde}$.

→ On peut aussi la définir relativement à un point S (dit point source) par : $\{M \text{ tq } (SM) = cte\}$.

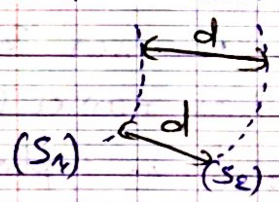
• **Théorème de Malus : (admis)**

→ Les rayons lumineux sont orthogonaux aux surfaces d'onde (ceci est relatif au point source).

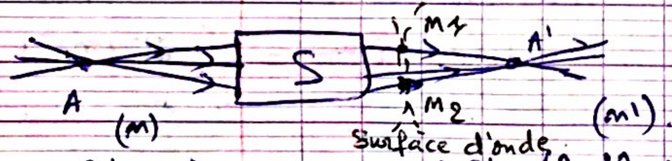
→ Autrement dit : les rayons lumineux issus d'un même point (source ponctuelle) sont normaux aux surfaces d'onde, et ce après un nombre quelconque de réflexion et de réfraction.

• **Propriété importante des surfaces d'onde et du th. de Malus :**

→ Entre deux surfaces d'onde, le chemin optique est constant, c-à-d indépendant du chemin géométrique suivi.



↳ **Résultat intéressant :**



D'après ce qui précède (le th. de Malus), on a : $(AA') = cte$ pour tous les chemins suivis. En effet, on a : $(AA')_1 = (AM_1) + (M_1A')$
$= (AM_2) + (M_2A')$

Or, $(AM_1) = (AM_2)$ se trouvent dans la m̂ surface d'onde. Or, M_1 et M_2 se trouvent sur une sphère de centre A'

ceci par analogie avec le point A, en remarquant que les 2 rayons se comportent comme s'ils sont sortis de la source ponctuelle A'. Donc m̂ surface d'onde.

Donc : $(M_1A') = n' M_1A' = n' M_2A' = (M_2A')$

D'où : $(AA')_1 = (AA')_2$

4) Ondes planes, Ondes sphériques :

• **Onde plane :** Une onde est plane lorsque ses surfaces d'onde sont tous planes.

→ Une onde plane est engendré par un point source à l'infini.

→ On écrit la phase dans ce cas :

$$\varphi(M) = \varphi(O) + \vec{k}.\overrightarrow{OM}$$

• **Onde sphérique :** Une onde est sphérique lorsque ses surfaces d'onde sont des sphères centrées sur le m̂ point.

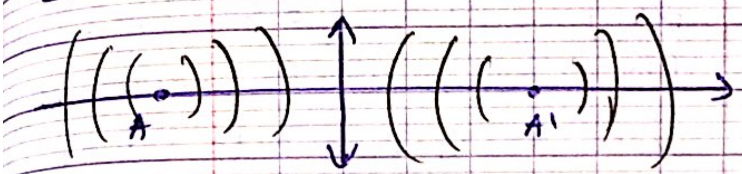
→ L'amplitude diminue en $\frac{1}{SM}$ où SM est la distance entre la source S et le point M. (Cette diminution correspond à une atténuation sans absorption)

• **Effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss :**

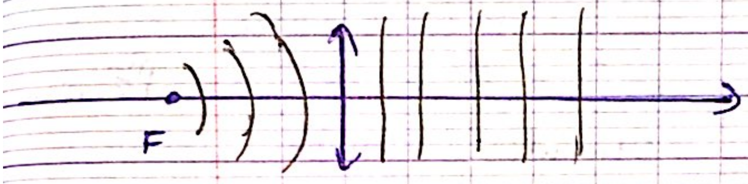
↳ Si on respecte les conditions de Gauss, alors les lentilles minces donne de tout point objet A un point image A'. En terme d'onde, ceci se traduit que pour toute onde sphérique de centre A, on obtient une onde sphérique de centre A'. Si l'un des points est à l'infini, l'onde se transforme pour un tel point en une onde plane.

On présente des cas pour une lentille convergente.

- Cas (1) : A et A' sont réels :



- Cas (2) : A réel et B à l'infini (le cas du foyer objet $F = A$) :



- Cas (3) : Un point du plan foyer objet :

- Cas (4) : même chose pour les foyers image.

5) Éclairement :

- Temps de réponse et récepteurs de l'onde lumineuse :

→ Chaque récepteur de la lumière (l'oeil par exemple) possède un temps de réponse qui est le temps mis par le récepteur pour qu'il perçoit deux signaux successives individuellement ($\tau \simeq 0,1\,s$ pour l'oeil).

- Éclairement et intensité : Les récepteurs sont sensibles à la lumière et à sa puissance. En théorie, cette puissance a pour temps de variation $\tau = 10^{-14}\,s$, beaucoup plus petit des meilleurs temps de réponse dans la vraie vie. On considère donc que ces récepteurs sont sensible à la puissance moyenne de la lumière.

On définit ainsi l'éclairement par la puissance lumineuse surfacique moyenne reçue par une surface :

$$\mathcal{E} = K \cdot \langle s^2(M,t) \rangle_t$$

(en $W.m^{-2}$).

la théorie montre que $K = \varepsilon_0 . c \sin(\theta)$ avec θ : l'angle entre la surface et la direction de propagation qui est $\simeq \frac{\pi}{2}$ pour la majorité des expériences en optique.

- On ne s'intéresse donc pas à la valeur de K, c'est pour ça qu'on remplace l'éclairement par : l'intensité I qui est la puissance surfacique émise par la source :

$$I = \langle s^2(M,t) \rangle_t$$

Rmq : On peut avoir $\mathcal{E} \neq 0$ et $I = 0$ (cas d'une surface absorbante).

6) Lumière réelle :

→ Aucune lumière n'est parfaitement monochromatique (c-à-d a une seule pulsation ω). Pourtant, toute vibration lumineuse réelle peut se décomposer, à l'aide de la décomposition de Fourier en une somme de vibrations monochromatiques.

→ L'éclairement réel est la somme des éclairements dus aux différentes composantes monochromatiques. On définit ainsi la densité spectrale d'éclairement ($\mathcal{E}_\lambda$) tq :

$$d\mathcal{E} = \mathcal{E}_\lambda(\lambda_0) . d\lambda_0$$

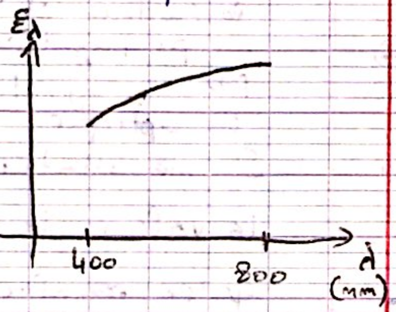
donc :

$$\mathcal{E} = \int_0^{+\infty} \mathcal{E}_\lambda(\lambda_0) . d\lambda_0$$

Ainsi, le spectre de la lumière, par exemple celui qu'on observe dans le prisme, est l'image de la fonction $\lambda_0 \rightarrow \mathcal{E}_\lambda(\lambda_0)$

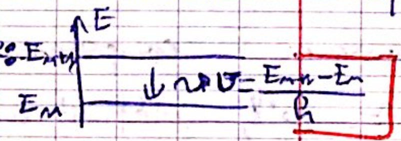
• **La lumière blanche :**

→ C'est une lumière dont le spectre est continu et contient toutes les ~~ondes~~ longueurs d'onde du domaine visible. Son spectre est de la forme :

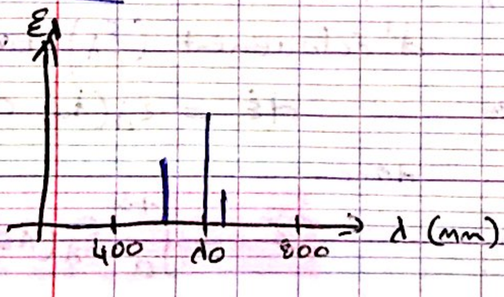


• **La lampe spectrale :**

→ Principe : On veut émettre une certaine gamme d'onde lumineuse dont la longueur d'onde est choisie. On utilise donc un espace formé de vapeur qu'on la provoque par une décharge électrique entre deux électrodes : les électrons circulent entre les électrodes et entrent en collisions avec les atomes de la vapeur. Les atomes se désexcitent ainsi émettant des photons dont l'énergie est égale à la différence d'énergie entre les deux niveaux d'énergie de l'atome :



• Son spectre :



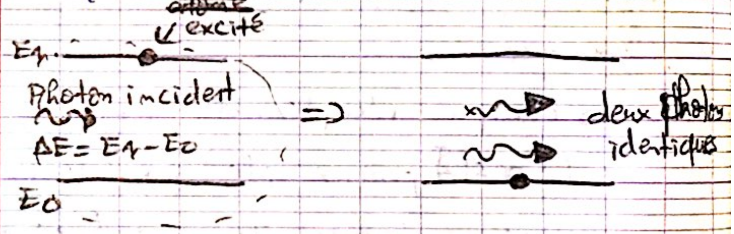
• Rmq : La lampe spectrale ne présente pas parfaitement une seule raie spectrale (les pics fins dans le spectre). Pour cela, on a fabriqué le laser.

• **Le Laser :**

→ Le laser se comporte comme une lumière monochromatique.

→ Pour le principe, voir l'émission stimulée (sujet très intéressant, découvert par Einstein en 1917).

↳ En fait, c'est un phénomène expérimental. Quand un atome déjà "excité" reçoit un photon, il sera alors "bousculé", et donc libère un deuxième photon "photocopie" du 1er électron.

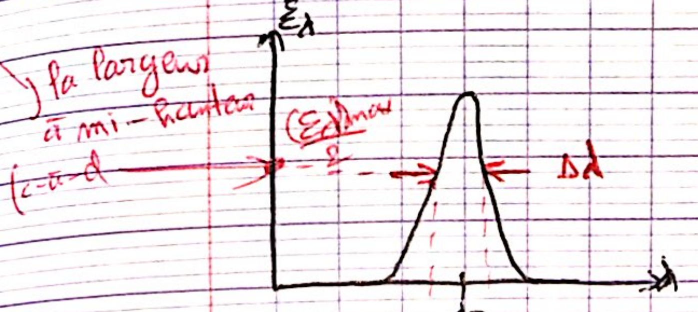


→ Le principe donc c'est qu'on envoie des photons incidents, le laser renvoie d'autres photons incidents. Sauf que le rendement est très faible (1 mW pour chaque 1 W).

7) Trains d'onde (ou Paquet d'onde)

• Généralités et présentation du problème :

→ Un signal réel (limité dans l'espace et dans le temps) de durée approximative τ_c a un spectre dont la largeur $\Delta\nu \sim 1/\tau_c$ (d'après la théorie de la transformée de Fourier).



$\Delta\lambda \ll \lambda_0$; $\Delta\nu \ll \nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$

• Relation entre $\Delta\lambda$ et $\Delta\nu$:

On a, $\Delta\nu = \Delta\left(\frac{c}{\lambda_0}\right) \simeq \frac{c\cdot\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$

$\Rightarrow \Delta\nu = \nu_0 \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$.

Ainsi :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

↳ Ordres de grandeur de $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$:

• Pour un laser : $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \sim 10^{-7}$

• Pour une lampe spectrale : $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \sim 10^{-3}$

⚠ ↳ Ordres de grandeur de τ_c :

• On a déjà, pour un signal de période T : $\nu_0 = 1/T$

Donc, $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} \sim \frac{T}{\tau_c} = \frac{1}{N}$ ← le nombre d'oscillations.

Donc,

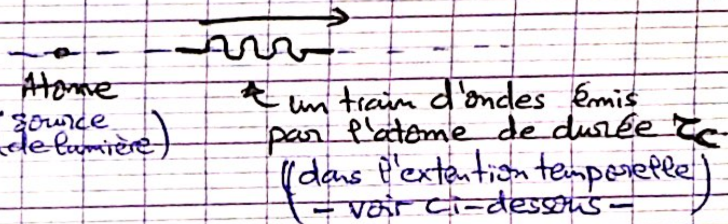
$\tau_c \simeq \begin{cases} \text{Laser : } 10^{-7}\ s \\ \text{Lampe spectrale : } 10^{-11}\ s \end{cases}$

• Cas de la lumière :

• Pour une vibration lumineuse, on a $T \sim 10^{-14}$ s. Pour la plupart des sources, on a : $\tau_c \gg T$ avec τ_c : la durée de l'émission lumineuse d'un atome.

• Trains d'ondes : On appelle ainsi train d'ondes l'onde limitée dans le temps émise par l'atome (de durée τ_c).

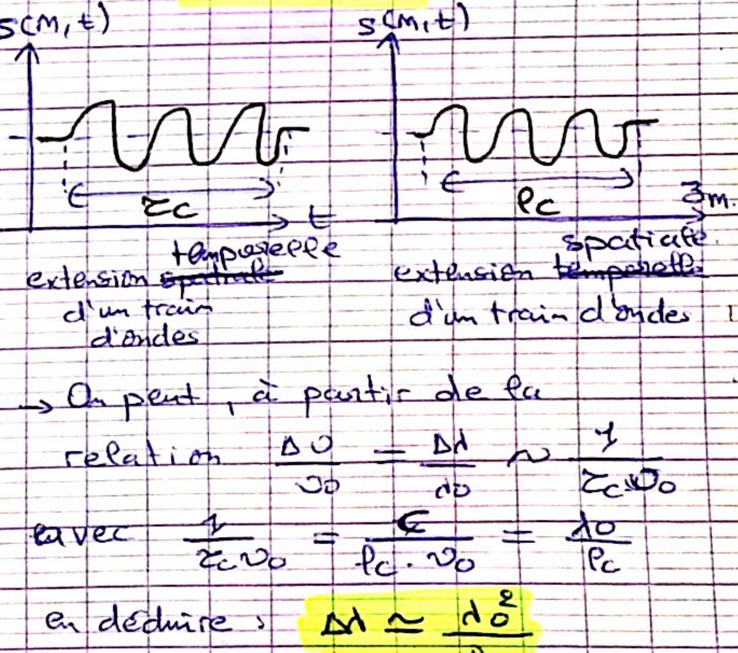
→ On appelle temps de cohérence la durée moyenne des trains d'onde.



• Longueur de cohérence temporelle.

→ c'est la distance l_c que parcourt la lumière dans le vide pendant la durée τ_c du train d'ondes.

$$l_c = c\cdot\tau_c$$



→ On peut, à partir de la relation $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \sim \frac{1}{\tau_c\nu_0}$

avec $\frac{1}{\tau_c\nu_0} = \frac{c}{l_c\cdot\nu_0} = \frac{\lambda_0}{l_c}$

en déduire : $\Delta\lambda \simeq \frac{\lambda_0^2}{l_c}$.

• Modèle des trains d'ondes aléatoires.

→ L'émission de la lumière par les atomes est un phénomène quantique. Le modèle des trains d'ondes est un modèle non quantique qui permet d'approcher l'étude du problème

(c'est pour ça qu'on dit que l'optique ondulatoire est une approximation de la méca. quantique)

→ Un atome émet des photons proches de la fréquence ν_0 par une différence de $\Delta\nu$. Ceci se modélise par un train d'onde (ce qu'on a fait précédemment) de durée τ_c. Cette durée est très inférieure au temps de réponse des meilleurs récepteurs de la lumière. Ainsi, les observations et les mesures qu'on fait portent sur un très grand nombre de trains d'ondes. D'où, pour une lumière quasimonochromatique, on la modélise par une lumière monochromatique d'amplitude $s_0 \simeq cte$ et de retard de phase φ_0 aléatoire qui change de valeur au bout de τ_c.

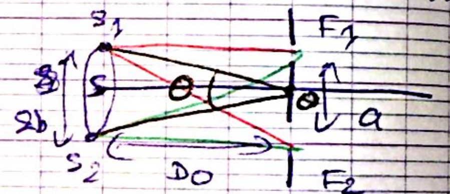
↳ C'est pour cela qu'on ne considère que la moyenne de l'amplitude² dans l'intensité.

• Cohérence Spatiale et Cohérence temporelle :

• Cohérence Spatiale. (Source étendue)

→ Les franges sont visibles au point M à condition que : $|\Delta p(M)| \leq 1/2$. (*)

→ Pour une source étendue, entre $z = -b$ et $z = b$; chaque point de cette source est une source incohérente. Le décalage maximum ~~entre l~~ de p(M) entre ces sources est vérifié pour les deux extrémités : $\Delta p(M)_{max} = \frac{n.a.(2b)}{\lambda_0 D_0}$



→ Pour traduire la condition (*), on prend pour $\Delta p(M) = \frac{\Delta p_{max}(M)}{2}$ (ce qui est au programme). D'où on obtient la relation.

$$\boxed{a \leq l_s.}$$ Cohérence Spatiale

Où $\underbrace{l_s = \frac{\lambda_0}{n\theta}}_{\text{longueur de cohérence spatiale.}}$, $\underbrace{\theta = \frac{2b}{D_0}}_{\text{l'angle sous lequel est vue la source depuis O. c'est aussi le diamètre apparent}}$

• Cohérence temporelle : (Source de faible largeur spectrale).

$$\boxed{\delta(M) \leq l_c = c.\tau_c = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}}$$