Intégrale à Paramètre

Step by step

Thm de cv Dominée pour un p $\mathcal{C}^0$

I intervalle non vide. $f : \Lambda \times \mathbb{K} \to \mathbb{K}$.

$$\left\{\begin{array}{l} \triangleright\ \forall \lambda \in \Lambda \quad f(\lambda, \cdot)\ \mathcal{C}_{pm} \\ \triangleright\ \forall t \in I \quad f(\cdot, t)\ \mathcal{C}^0 \\ \triangleright\ \exists M : I \to \mathbb{R}_+ \text{ intégrable} \\ \quad \text{tq } \forall (\lambda, t) \in \Lambda \times t \quad |f(\lambda, t)| \leq M(t) \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} \bullet\ \forall \lambda \in \Lambda \quad f(\lambda, \cdot) \text{ intég} \\ \bullet\ A \left\{\begin{array}{l} \Lambda \to \mathbb{K} \\ \lambda \to \int_I f(\lambda, t \end{array}\right. \\ \quad \mathcal{C}^0 \end{array}\right.$$

Thm de dérivation

$$\left\{\begin{array}{l} \triangleright\ \forall \lambda \in \Lambda \quad f(\lambda, \cdot) \text{ intégrable} \\ \triangleright\ \frac{\partial f}{\partial \lambda} : \Lambda \times I \to \mathbb{K} \text{ définie} \\ \triangleright^2\ \forall t \in I \quad \frac{\partial f}{\partial \lambda} \left\{\begin{array}{l} \text{continue en } \lambda \\ \mathcal{C}_{pm} \text{ en } t \end{array}\right. \\ \triangleright\ \exists D : I \to \mathbb{R}_+ \text{ intégrable tq} \\ \quad \forall \mu, t, \ \left|\frac{\partial f}{\partial \lambda}(\mu, t)\right| \leq D(t) \end{array}\right. \Longrightarrow \left|\begin{array}{l} A \left\{\begin{array}{l} \Lambda \to \mathbb{K} \\ \lambda \to \int_I f(\lambda, t) d \end{array}\right. \\ \text{est bien définie}, \mathcal{C}^1 \\ \text{et } \forall \lambda_0,\ A'(\lambda_0) = \int_I \frac{\partial f}{\partial \lambda}(\lambda_0 \end{array}\right.$$

Ordre $\mathcal{C}^p$

Les cinq hypothèses vérifiées $\forall k$ sur $\frac{\partial^k f}{\partial \lambda^k}$, alors A $\mathcal{C}^p$ et

$\forall k \in \mathbb{N}_{\leq p}$ $\quad A^{(k)}(\lambda) = \int_I \frac{\partial^k f}{\partial \lambda^k}(\lambda, t)\, dt$

↳ Restrictions : $u \times l u l$