

Approche documentaire NIP/IC

Expérience de STERN et GERLACH



FIGURE 1 – Plaque commémorative de l'expérience portant l'effigie des deux physiciens allemands OTTO STERN et Walther GERLACH au siège de la Physikalische Verein à Frankfurt-sur-le-Main (auteur : PENG)

À partir des documents 1 à 4, répondre aux questions suivantes.

1. Moment cinétique et moment magnétique orbitaux

- En adoptant le modèle de l'atome d'hydrogène purement classique de RUTHERFORD, exprimer le moment cinétique orbital \vec{L} de l'électron en fonction de sa masse m_e , de sa vitesse v et du rayon r de l'orbite.
- Exprimer le moment magnétique $\vec{\mu}$ associé à la boucle de courant créée par le mouvement circulaire de l'électron, en fonction de v , r et de la charge élémentaire e .
- En déduire la relation
$$\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$$
 où on exprimera γ .

2. Dispositif de déviation

- Pourquoi les atomes d'argent ne subissent-ils pas de force de Lorentz?

- Expliquer la nécessité d'un champ magnétique non uniforme dans l'expérience de STERN et GERLACH.

(c) Reproduire la figure 3 et orienter les lignes de champ magnétique. Représenter $\text{grad} B_z$ en un point de la ligne de champ parallèle à Oz .

3. De l'analyse classique à la description quantique

- À l'aide du théorème du moment cinétique, montrer que dans le plan $x = 0$, $\mu_x = \vec{\mu} \cdot \vec{e}_x^2$ est constant.

- Dans une approche classique, on suppose que les atomes d'argent portent un moment magnétique de norme μ_0 et que ces moments ont une direction aléatoire quand les atomes entrent dans la zone de champ magnétique.

La figure 4 donne trois simulations du résultat de l'expérience de STERN et GERLACH. Laquelle correspond au cas dans un champ magnétique uniforme? Laquelle correspond à l'approche classique avec un champ magnétique inhomogène?

- La dernière simulation correspond à la véritable observation pour laquelle $\mu_0 = 9,27 \times 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$.

Montrer que cette mesure est compatible avec une quantification du moment cinétique de l'atome : $L_z = \pm \hbar$.

- (d) Comme le montre la carte postale envoyée par GERLACH à BOHR, le faisceau d'atomes d'argent pénétrant dans l'électroaimant présentait une extension spatiale selon Ox . La carte postale montre deux résultats obtenus sans ou avec champ magnétique.

Pourquoi STERN et GERLACH n'ont-ils pas observé deux segments parallèles lorsque le dispositif de déviation est actif?

- Montrer que, dans son état fondamental, l'atome d'argent ne comporte qu'un électron de valence dont on donnera les nombres quantiques principal, secondaire et magnétique.
 - En admettant que seuls les électrons de valence contribuent au moment cinétique orbital, quelle(s) valeur(s) peut prendre la projection du moment cinétique orbital L_z pour l'atome d'argent? Est-ce en accord avec le résultat de l'expérience de STERN et GERLACH?
 - Visionner la vidéo <http://www.toutestquantique.fr/#magnetisme> et conclure.

Doc. 1 Modèle de l'atome avant 1920

1. Modèle de RUTHERFORD (1911)

Il s'agit d'un modèle planétaire : les électrons, chargés négativement, tournent autour du noyau, chargé positivement, de rayon très très faible devant sa distance aux électrons. L'atome d'hydrogène est modélisé par

- un électron de masse m_e et de charge $-e < 0$ ayant une trajectoire circulaire autour d'un proton de charge $+e$ et nettement plus lourd que l'électron.
- Le proton exerce une force électrostatique attractive sur l'électron.

2. Modèle de BOHR de l'atome d'hydrogène (1913)

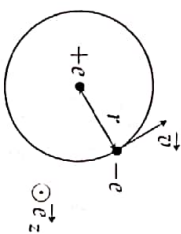
Dans le cadre de la physique classique, une charge électrique accélérée rayonne de l'énergie. Le modèle de RUTHERFORD conduit donc à des atomes instables, l'électron finissant par s'écraser sur le noyau. Niels BOHR améliore le modèle planétaire de RUTHERFORD en ajoutant les contraintes suivantes :

- les trajectoires possibles de l'électron sont celles qui satisfont à

$$m_e v r = n \hbar = n \frac{h}{2\pi}$$

où r est le rayon de la trajectoire circulaire, v sa vitesse et n un entier naturel.

- l'électron n'émet ou n'absorbe de l'énergie que lors d'un changement d'orbite.



3. Nombres quantiques

Nombre quantique principal n Nombre quantique entier naturel non nul. Dans la description non relativiste de l'atome d'hydrogène, les niveaux d'énergie ne dépendent que de n .

Nombre quantique secondaire (ou orbital) ℓ Nombre quantique entier naturel ($0 \leq \ell \leq n - 1$) relié à la quantification du moment cinétique orbital \vec{L} :

$$L^2 = \ell(\ell + 1)\hbar^2$$

Nombre quantique magnétique m_ℓ Nombre quantique entier vérifiant $-\ell \leq m_\ell \leq +\ell$ intervenant dans la quantification du moment cinétique : la projection suivant n 'importe quel axe (Oz par exemple) d'un moment cinétique \vec{L} , caractérisé par un nombre quantique secondaire ℓ , vérifie $L_z = m_\ell \hbar$.

Doc. 2 Expérience de Stern et Gerlach (1922)

En 1922, Otto STERN et Walter GERLACH mettent en place une expérience pour déterminer si le moment cinétique électronique \vec{L} est quantifié comme le propose Sommerfeld. Pour cela, ils envoient des atomes d'argent à travers l'entrefer d'un électroaimant, zone où règne un champ magnétique inhomogène dirigé suivant une direction (z') orthogonale à la vitesse initiale des atomes.

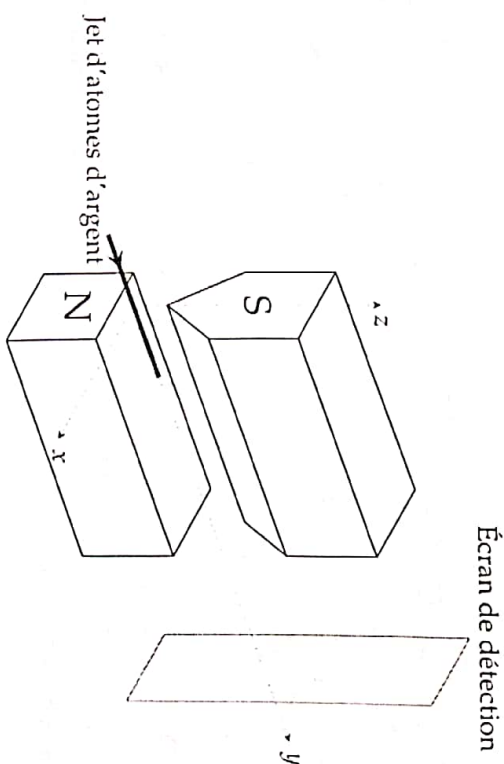


FIGURE 2 – Configuration de l'expérience de STERN et GERLACH

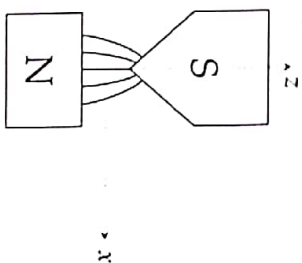


FIGURE 3 – Lignes de champ magnétique

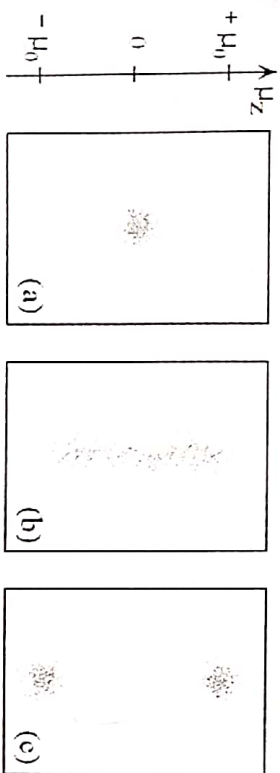


FIGURE 4 – Quelques simulations de l'expérience de Stern et Gerlach (d'après Bas-devant et Dalibard, Cours de l'École polytechnique 2002)

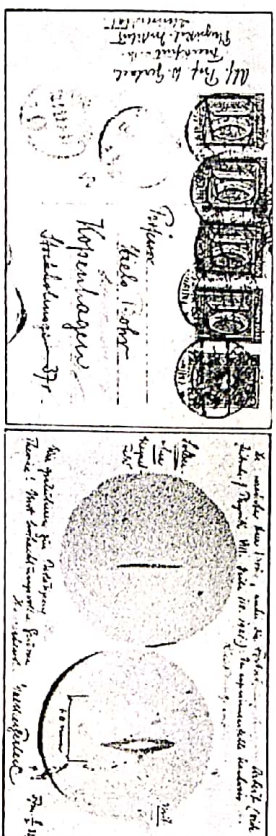


FIGURE 5 – Carte postale de Walther GERLACH envoyé à Niels BOHR le 8 février 1922 au sujet de l'expérience avec des atomes d'argent (Source : Niels Bohr Archive).

Traduction par C. MOHR du texte écrit par Walther GERLACH autour des deux disques.

Cher Monsieur Bohr,

Ci-joint la suite de notre travail (voir magazine pour physique VIII, page 110, 1921) concernant la preuve expérimentale de la quantification directionnelle.

[À gauche] : argent [silber], sans champ magnétique [ohne magnet field]
[À droite] : avec champ [mit field]

Nous vous félicitons pour la confirmation de votre théorie !

Avec mes salutations respectueuses

Bien à vous

Walther Gerlach

Doc. 3 L'argent

- Numéro atomique : $Z = 47$
- Configuration électronique dans l'état fondamental : $[Kr]4d^{10}5s^1$

Doc. 4 Actions subies par un dipôle magnétique

Un dipôle magnétique de moment dipolaire magnétique $\vec{\mu}$ situé en un point M dans un champ magnétostatique extérieur $\vec{B}(M)$ subit des actions donc la résultante \vec{F} et le moment $\vec{\Gamma}$ en M sont

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \text{grad}) \vec{B}(M)$$

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}(M)$$

Pour un champ magnétique selon Oz et ne dépendant que de z,

$$\vec{F} = \mu_z \frac{dB_z}{dz} \vec{e}_z$$

Doc. 5 Constantes physiques

Référence : J. Beringer et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D86, 010001 (2012) and 2013 partial update for the 2014 edition

Quantity	Symbol	Value
speed of light in vacuum	c	299 792 458 m · s ⁻¹
Planck constant	h	6,626 069 57(29) × 10 ⁻³⁴ J · s
electron charge magnitude	e	1,602 176 565(35) × 10 ⁻¹⁹ C
electron mass	m_e	9,109 382 91(40) × 10 ⁻³¹ kg

Approche documentaire : Expérience de Stern et Gerlach

1. Moments cinétique et magnétique orbitaux

a. Pour un mouvement circulaire (document 1) de centre O, de normale \vec{n} : $\vec{L}(O) = m_e v r \vec{n}$

b. L'intensité est $\frac{Q}{\text{durée}} = \frac{-e}{2\pi r / v} = -\frac{ev}{2\pi r}$ donc $\vec{\mu} = IS\vec{n} = -\frac{evr}{2} \vec{n}$.

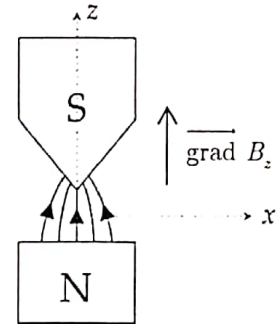
c. $\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}(O)$ donc $\gamma = -\frac{e}{2m_e}$.

2. Dispositif de déviation

a. Un atome a une charge nulle. La force de Lorentz $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ est donc nulle.

b. Seul un champ magnétique non uniforme peut exercer une force non nulle sur un dipôle (document 4).

c. Par symétrie d'axe Oz, $\overline{\text{grad}} B_z$ est, sur cet axe, colinéaire à l'axe. Il est vers le haut car les lignes de champ se rapprochent vers le haut (et \vec{B} est à flux conservatif).



3. De l'analyse classique à la description quantique

a. D'après le document 2, dans le plan $x = 0$, \vec{B} est selon Oz et le théorème du moment cinétique $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$ montre, en projection sur \vec{u}_z que $\frac{dL_z}{dt} \cdot \vec{u}_z = \vec{0}$ donc L_z est constant et $\mu_z = \gamma L_z$ l'est aussi.

b. Si le champ est uniforme, la force est nulle, le jet n'est pas dévié, on doit observer une tache quasi ponctuelle sur l'écran (simulation a). La force (document 4) est proportionnelle à μ_z . Dans l'approche classique, μ_z donc aussi la force et la déviation prennent des valeurs continues sur un intervalle borné (simulation b).

c. Si le moment cinétique (et donc aussi le moment magnétique) ne peut prendre que deux valeurs discrètes, il en sera de même pour la déviation et on observera les deux taches de la simulation c. Avec les valeurs du document

5, si $L_z = \pm \hbar$, $\mu_z = \mp \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,274 \times 10^{-24} \text{ J.T}^{-1}$ ce qui est parfaitement compatible avec l'observation. Il

paraît toutefois douteux, au vu de la figure 5 que l'expérience ait pu donner plus d'un chiffre significatif sur μ_0 .

d. Les parties extrêmes du jet passaient dans une zone de champ plus faible et moins inhomogène. Leur déviation était alors négligeable.

4. Origine du moment magnétique.

a. D'après le document 3. L'argent a un seul électron de valence dans l'état $n = 5$, $l = 0$. Donc, d'après le document 1, $m_l = 0$.

b. Alors, L_z ne peut qu'être nul !

c. Mais l'électron possède un moment cinétique de spin (phénomène purement quantique) ! Ce moment de spin

$L_{\text{spin } z}$ peut prendre les deux valeurs $\pm \frac{\hbar}{2}$. Cela explique les deux taches expérimentales mais ces valeurs sont deux fois plus faibles que celles de L_z obtenues à la question 3.c. En réalité, le moment magnétique de spin

vérifie $\vec{\mu} = g \frac{-e}{2m_e} \vec{L}_{\text{spin}}$ où le facteur de Landé g de l'électron vaut -2 (à un millième près). Tout va bien.

Remarque : La mesure expérimentale de g peut être menée avec une très bonne précision et la théorie de l'électrodynamique quantique permet de calculer théoriquement sa valeur.

$$\begin{aligned} g_{\text{expéri.}} &= -2,002\ 319\ 304\ 361\ 5\ (5) \\ g_{\text{théorie}} &= -2,002\ 319\ 304\ 307\ (48) \end{aligned} \quad \text{Précision et accord sont impressionnants !}$$