Interférences lumineuses

1) Nature de la lumière

La lumière est une onde électromagnétique (Maxwell 1865)
c'est un couple champ magnétique/électrique $(\vec{E}(M,t), \vec{B}(M,t))$
dans le vide : célérité de l'onde = $C = 299792458\ m\,s^{-1}$

* onde harmonique : Variation sinusoïdale de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ à la même pulsation ω
→ une impression de couleur particulière
→ onde monochromatique

$\omega = 2\pi\nu$ ou $2\pi f$: ν ou f la fréquence

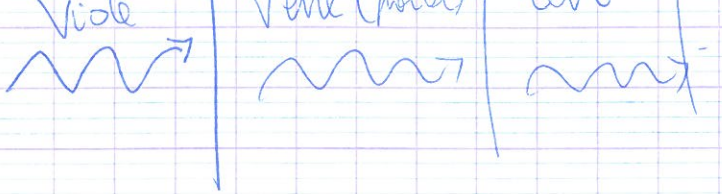
$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$: l'inverse de la fréquence

λ_0 longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = CT = \frac{C}{f}$

$\lambda_0 \in [0{,}4\,\mu m, 0{,}8\,\mu m]$ → lumière visible

$$f = \frac{C}{\lambda_0} \sim \frac{3.10^8}{0{,}6\times10^{-6}} \sim 5.10^{14}\ Hz$$

Comportement d'une onde harmonique en présence d'un milieu transparent



pour les milieux usuels, l'onde reste harmonique avec la même pulsation, mais la vitesse de propagation change.

et devient $\frac{c}{n(\omega)}$

↙ dépend du milieu
appelé indice optique.

$v_{propagation} = \frac{c}{n}$

donc $\lambda_{milieu} = \frac{\lambda_0}{n}$

2) Modélisation simple de la lumière

a - Approximation de l'onde électromagnétique

On remplace $(\vec{E}, \vec{B})$ par $s(M,t)$ qui est un champ scalaire : $s(M,t)$

Champ scalaire

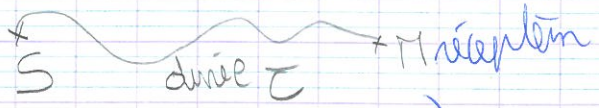
Pourquoi : s représente E_x

→ s sera nommé | signal lumineux
champ lumineux

b - Phase d'une onde harmonique :

retard de phase

(H) Source ponctuelle dynamique



$s_{émis} = s_0 \cos(\omega t - \varphi_0)$

reçu à t ⟺ émis à $t-\tau$

$s_{reçu} = s'_0 \cos(\omega(t-\tau) - \varphi_0) = s'_0 \cos(\omega t - \varphi)$

$\varphi = \varphi_0 + \omega\tau$ ⟶ retard de phase en M

φ_0 : émission ; $\omega\tau$: durée de parcours

c - Intensité lumineuse
= puissance surfacique
en électromagnétisme

pour un récepteur à temps de réponse $t_r > 10^{-9}\ s \gg \frac{2\pi}{\omega}$
sensible à $\langle s^2 \rangle_{t_r} = \frac{1}{t_r} \int_t^{t+t_r} s^2(u)\,du$

Définition $I_{\text{lumineuse}} = K \langle s^2 \rangle$

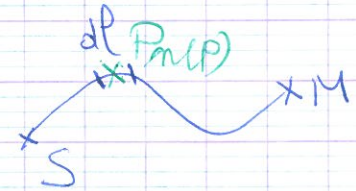
Choix personnel : $K = 2$
$s = s'_0 \cos(\omega t - \varphi) \longrightarrow I = 2\langle s^2 \rangle = s_0'^2$

d - Usage de la notation complexe
Uniquement pour une onde harmonique
$s(t) = s_0 \cos(\omega t - \varphi) \longrightarrow \underline{s} = \underline{s}_0 e^{i\omega t}$, $\underline{s}_0 = s_0 e^{-i\varphi}$ ← Amplitude complexe
Amp réelle
$s = \mathrm{Re}(\underline{s})$, calculable en utilisant les complexes

retard de phase = argument de l'amplitude complexe.

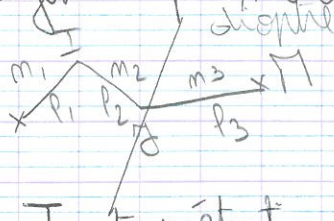
Ce qui compte : $I = \|\underline{s}\|^2 = \|\underline{s}_0\|^2 = \underline{s}_0 \cdot \underline{s}_0^* = \underline{s} \cdot \underline{s}^*$

3) Chemin optique :
(H) source ponctuelle harmonique



a - Chemin optique sur un rayon lumineux :
$L_{SM} = \int_S^M n(P)\,dl$

b- Cas simples trajets dans milieux d'indice uniforme par morceaux



$L = n_1 P_1 + n_2 P_2 + n_3 P_3$

c- Interprétation physique:

$L_{SM} = C \int \frac{n(P)}{C} dP = C \int \frac{dP}{v(P)}$ durée élémentaire de parcours

$= C\tau$

L_{SM} = longueur que la lumière parcourrait dans le vide pendant la durée réel du parcours SM

d- Lien avec la phase en M

$\varphi = \varphi_0 + \omega\tau = \varphi_0 + \frac{\omega}{C} L_{SM} = \varphi_0 + 2\pi \frac{L_{SM}}{\lambda_0} = \varphi_M$

$\lambda_0 = CT$

4- Théorème de Malus:

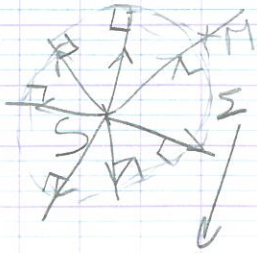
a- Définition:

Déf: surface d'onde = $\{M / L_{SM} = cte\}$



Théorème: les surfaces d'onde sont en tout point orthogonales aux rayons lumineux

milieu d'indice uniforme



$L_{SM} = \int n\,dP = n \int dP = n \cdot SM$

$L_{SM} = cte \iff SM = cte$

surface d'onde: sphère

c - Lien avec l'optique ondulatoire

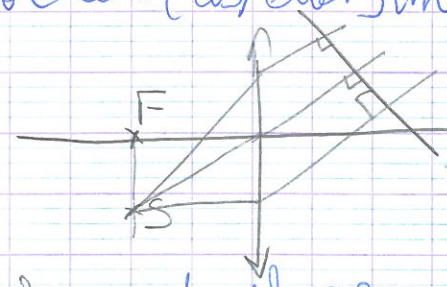
$$\varphi_M = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} L_{SM}$$

$L_{SM} = cte \Leftrightarrow \varphi_M = cte$

surface d'onde = surface équiphase

d - Concept d'onde plane en optique

Source ponctuelle créant un faisceau de rayons pour celle(s) dans une zone d'indice uniforme



Réflexion

Déf: Onde plane en optique $\Leftrightarrow$ surfaces d'ondes planes parallèles



Choix de l'origine tel que φ_A = commun aux points de phase en M quelconque

$$\varphi_M = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} L_{SM}$$

$$\varphi(M) = \varphi_H + 2\pi/\lambda_0 \overline{HM} = \varphi_A + 2\pi/\lambda_0 \overline{HM}$$

$$\overline{HM} = \vec{AM} \cdot \vec{u} = \vec{AM} \cdot \vec{u}$$

$$\boxed{\varphi(M) = \varphi(A) + \vec{k} \cdot \vec{AM} \quad \text{avec} \quad \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 \vec{u}}$$

Vecteur d'onde

III Valable uniquement pour une onde plane

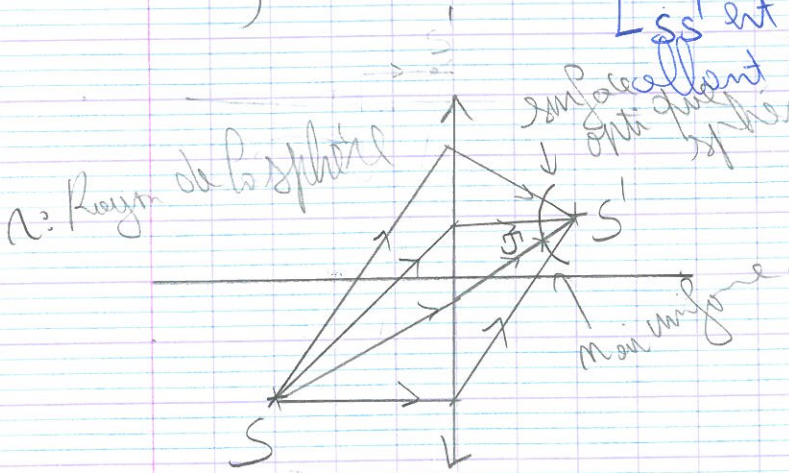
Remarque

Variante : $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda_{milieu}} \vec{u}$

5- Modification d'une onde par un système optique (lentille mince ou miroir plan)

a- Condition de stigmatisme pour un système centré (hypothèse : ensemble de lentilles minces) (cond de Gauss)

$L_{ss'}$ est indépendant du rayon s'appuyant dessus



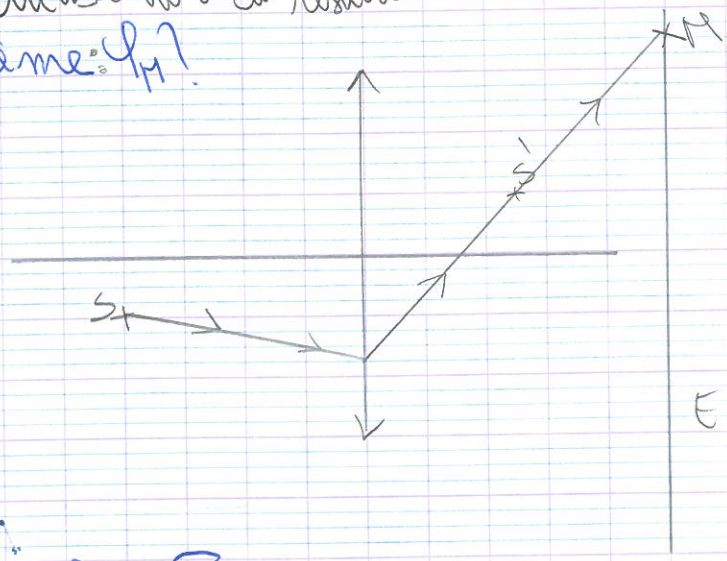
$L_{SJS'} = L_{SJ} + L_{JS'}$

L_{SJ} indépendant de J (th de Malus)

$L_{JS'}$: Mon indép de J

b- Utilisation du résultat

Problème : φ_M ?



$$\varphi(M) = \underbrace{\varphi_0}_{\text{Source}} + \frac{2\pi}{\lambda_0} \underbrace{L_{SM}}_{L_{SS'} + L_{S'M}}$$

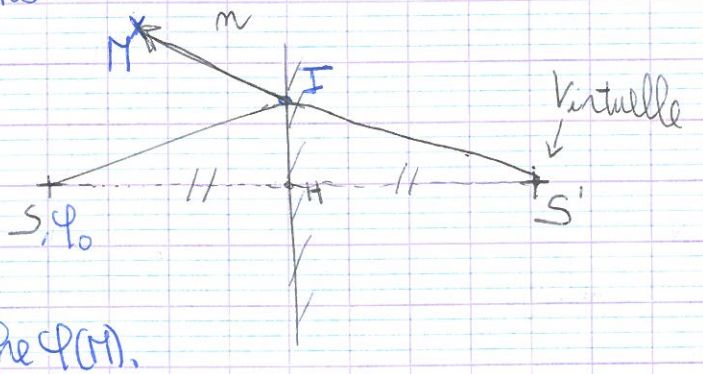
Cte

$$\varphi(M) = \varphi_{S'} + \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{air}\, d(S',M)$$

$$\varphi_{S'} = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} L_{SS'}$$

S': source secondaire
S: Source primaire

c- Cas d'un miroir plan
milieu d'indice n



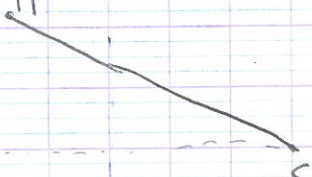
On cherche $\varphi(M)$.

$$\varphi(M) = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} L_{SM}$$

$$L_{SM} = n(SI+IM) = n(\underbrace{S'I+IM}_{S'M})$$

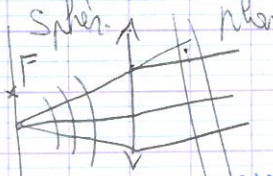
donc $\varphi(M) = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} n S'M$

Modèle équivalent



S' source secondaire (symétrique avec la source primaire)

d- Conclusion:
effet d'une lentille ou d'un miroir (plan) transforme une onde sphérique en une autre onde sphérique ou une onde plane



onde plane $\varphi(M) - \varphi(A) = -\vec{k}\cdot\vec{AM}$

6- Émission de lumière par des sources naturelles

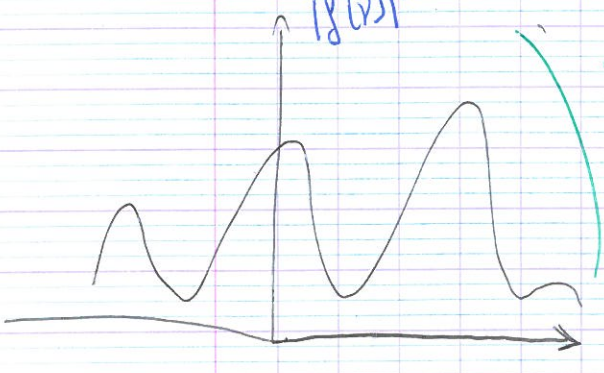
a- Outil : Transformée de Fourier

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$, $t \mapsto f(t)$ | on définit la transformée de Fourier de f :

$$\tilde{f} : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$$
$$\nu \mapsto \tilde{f}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i2\pi\nu t} f(t)\, dt$$

propriété remarquable : $f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(\nu) e^{i2\pi\nu t}\, d\nu$

interprétation physique : on peut décomposer toute fct du temps en superposition de fcts sinusoïdales.



Propriétés complémentaires Pour une fonctions à valeurs dans $\mathbb{R}$:

$$\overline{\tilde{f}(\nu)} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{+i2\pi\nu t} f(t)\, dt = \tilde{f}(-\nu)$$

$$\|\tilde{f}(\nu)\| = \|\tilde{f}(-\nu)\|$$

→ Spectre symétrique, $\|\tilde{f}\|$ paire

Relation de Parseval : $\int_{-\infty}^{+\infty} \|f(t)\|^2 \, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \|\tilde{f}(\nu)\|^2 \, d\nu$

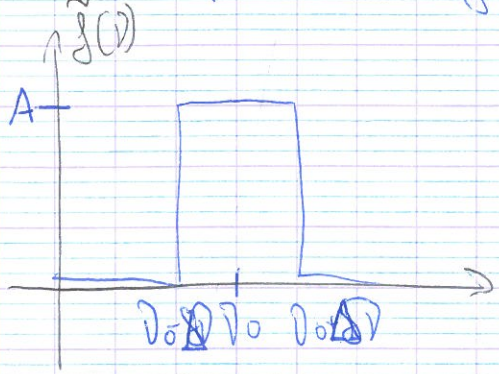
$\|f(t)\|^2$: la puissance surfacique

$\|\tilde{f}(\nu)\|^2$: contribution de la fréq ν à cette énergie

Energie surfacique véhiculée par le signal

b- Exemple facilement calculable :

cas d'un spectre rectangulaire :



$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(\nu) e^{i2\pi\nu t} \, d\nu$$

$$= \int_{\nu_0-\Delta\nu}^{\nu_0+\Delta\nu} A e^{i2\pi\nu t} \, d\nu$$

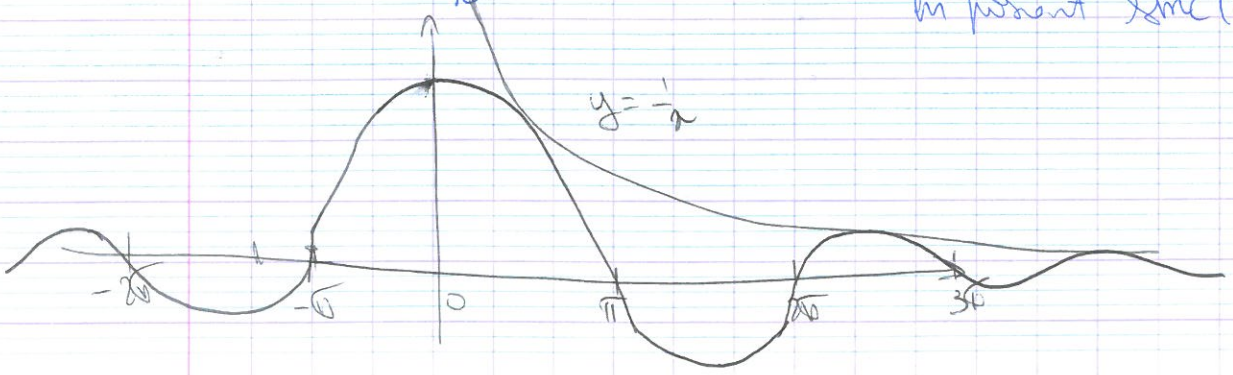
$$= \frac{A}{i2\pi t} \left(e^{i2\pi(\nu_0+\Delta\nu)t} - e^{i2\pi(\nu_0-\Delta\nu)t} \right)$$

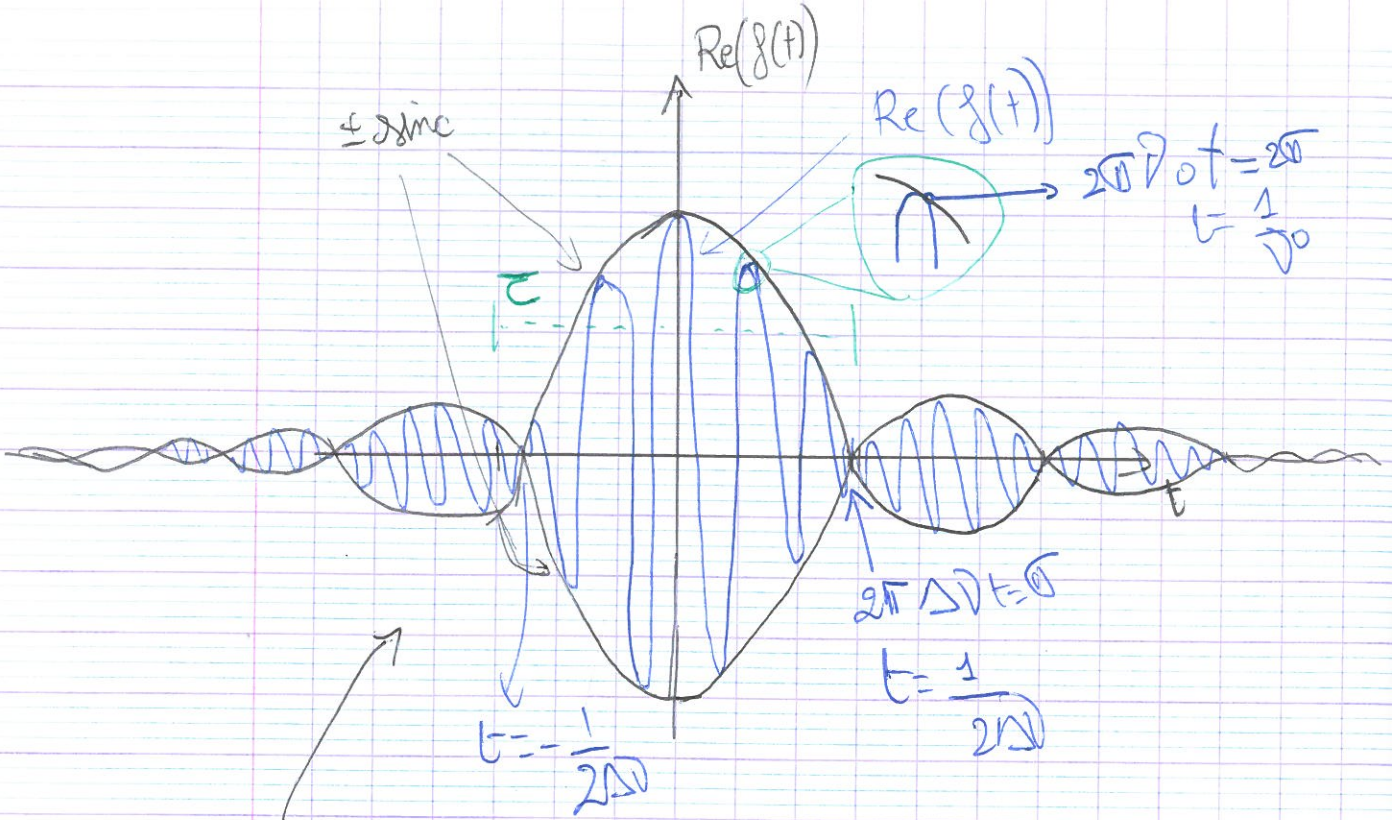
$$= \frac{A e^{i2\pi\nu_0 t}}{i2\pi t} \left(2i \sin(2\pi\Delta\nu t) \right)$$

$$= \frac{A e^{2\pi\nu_0 t}}{\pi t} \sin(2\pi\Delta\nu t)$$

et donc $f(t) = A 2\Delta\nu \, \mathrm{sinc}(2\pi\Delta\nu t) e^{i2\pi\nu_0 t}$

$\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$ (sinus cardinal) non défini mais prol par C° en posant $\mathrm{sinc}(0) = 1$



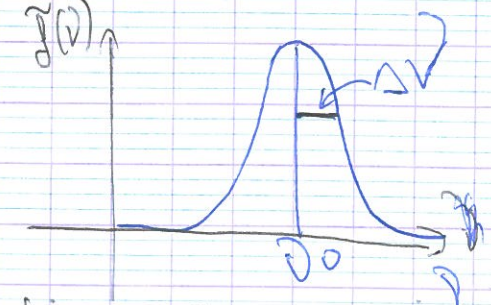


pseudopériodique de pseudo fréquence ν_0

la durée où le signal est non négligeable $\tau \sim \frac{1}{2\Delta\nu} \times 2 = \frac{1}{\Delta\nu}$

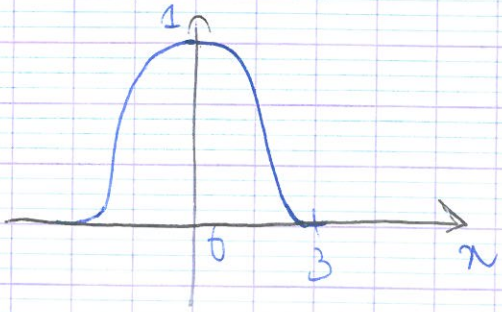
τ : durée de cohérence.

c - Exemple plus réaliste de spectre gaussien



fonction de Gauss : (gaussienne)

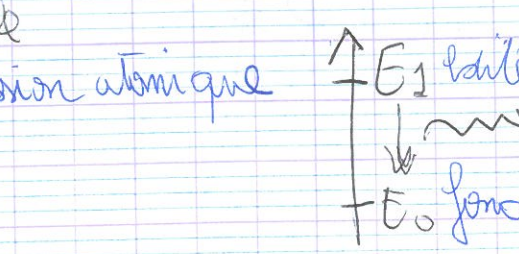
e^{-x^2}



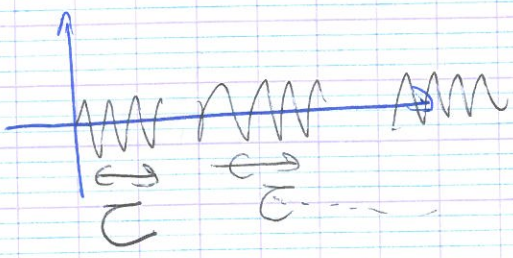
à une longueur spectrale $\Delta\nu$ correspond un signal électrique τ tel que : $\tau \cdot \Delta\nu \sim 1$

1- Modèle de l'émission de la lumière par une source réelle

émission atomique



émission aléatoire : succession aléatoire de trains d'onde



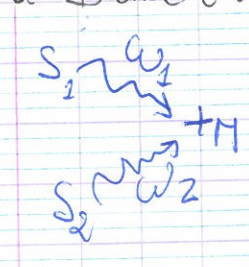
$s \cong s_0 \cos(\omega t - \varphi_0)$?

(constant sur durée τ mais aléatoire entre deux trains d'onde)

II Superposition de deux ondes quasi-harmoniques

1) Deux ondes incohérentes

a- Deux ondes incohérentes de fréquences différentes



dû à S_1 : $s_1 = a_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1)$

dû à S_2 : $s_2 = a_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2)$

réception principe de superposition

S_1 et S_2 présentes $s = s_1 + s_2$

$I = 2\langle s^2 \rangle$ moyenne réponse du détecteur

$$I = 2\left\langle \left[a_1^2 \cos^2(\omega_1 t - \varphi_1) + 2 a_1 a_2 \cos(\omega_1 t - \varphi_1)\cos(\omega_2 t - \varphi_2) + a_2^2 \cos^2(\omega_2 t - \varphi_2) \right] \right\rangle$$

$$= 2\left[\frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + a_1 a_2 \left(\langle \cos(\omega_1 + \omega_2)t \cos(\omega_2 - \omega_1)t \rangle \right) \right]$$

$\omega_1 + \omega_2$ fréquences $\omega_2 - \omega_1$ fréquences

0 0

d'où $I = I_1 + I_2$.

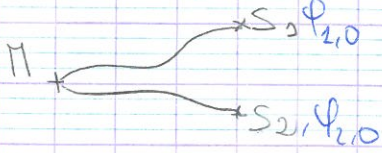
b- Deux ondes de même fréquence.

$I = I_1 + I_2 + 2a_1a_2 \langle \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \rangle$ durée sur laquelle deux phénomènes vibratoires d'onde

(H) Deux sources emettant des trains d'onde sans (corrélation → $\varphi_1 - \varphi_2$ aléatoire et répartis uniformément sur $[0, 2\pi]$.

2 sources incohérentes → $I = I_1 + I_2$

2) Superposition de deux ondes cohérentes, interférences



(H) Deux sources monochromatiques de même fréquence → pulsation ω

$s_1 = a_1 \cos(\omega t - \varphi_1)$

retard dû à S_1

$s_2 = a_2 \cos(\omega t - \varphi_2)$

$s = s_1 + s_2$

$I = 2\langle s^2 \rangle$

$= I_1 + I_2 + 2\left(2a_1a_2 \langle \cos(\omega t - \varphi_1) \times \cos(\omega t - \varphi_2) \rangle\right)$

$= I_1 + I_2 + 2a_1a_2 \left(\langle \cos(2\omega t - \varphi_1 - \varphi_2) + \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle \right)$ ← V. moyenne (fréq → 2ω)

pour parler de sources cohérentes : (H) $\varphi_{2,0}$, $\varphi_{1,0}$ sont sont pas indépendantes $\varphi_1^\circ - \varphi_2^\circ = cte$ au moins sur la durée du temps de réponse du récepteur

donc (rappel $I = a_2^2$) $\underline{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi)}$

$\underline{\text{avec } \varphi = \varphi_2 - \varphi_1}$

a- Interférence:

Seul coïncidence sur φ : $I \neq I_1 + I_2$

On parle d'interférence entre les deux sources.

b- Formule de Fresnel:

Par superposition des ondes venant de deux sources cohérentes

$\underline{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi}$ formule fondamentale des interférences à deux ondes (cohérentes)

c- Vocabulaire:

$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$: $\underline{\text{déphasage entre les deux ondes}}$

(φ_2 : réception en M ; φ_1 : réception en M)

$\underline{p = \frac{\varphi}{2\pi}}$ p ordre d'interférence en M

$\varphi_2 = \varphi_2^0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} L_2$ ($L_2 = L_{S_2,M}$)

$\varphi_1 = \varphi_1^0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} L_1$ ($L_1 = L_{S_1,M}$)

$\longrightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = \underbrace{\varphi_2^0 - \varphi_1^0}_{\text{déphasage au départ}} + \frac{2\pi}{\lambda_0}(L_2 - L_1)$

$\underline{\text{On pose } \delta = L_2 - L_1 \text{ : différence de marche en M}}$

et donc $\varphi = \varphi^0 + \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta$

(φ^0 : déphasage au départ $\varphi_2^0 - \varphi_1^0$)

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(2\pi p)$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\varphi + \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta\right)$$

→ si $\cos\varphi = 1$: interférences parfaitement constructives

→ si $\cos\varphi = -1$: interférence (parfaitement) destructive

* interférences constructives : $\cos\varphi = 1 \Leftrightarrow p \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow \varphi = 0 \ [2\pi]$

destructive $\Leftrightarrow p \in \mathbb{Z} + \frac{1}{2}\mathbb{Z}$ ("demi entier")

$\Leftrightarrow \varphi = \pi \ [2\pi]$

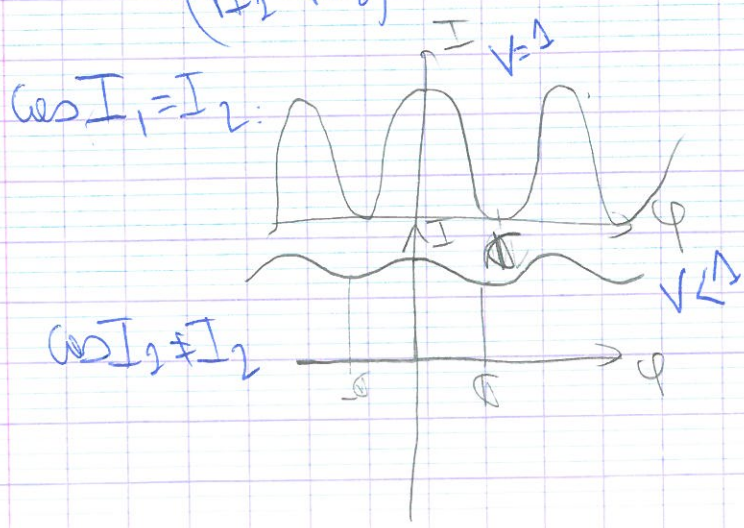
$\Leftrightarrow \delta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 \quad n \in \mathbb{Z}$

$p = 0$

d. Contraste ou visibilité :

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$= \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2$$



définition : visibilité (ou contraste)

$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$ (à quel point la diff d'intensité est visible)

$\in [0, 1]$

1 ← interférence visible (flagrante)

0 ← interférence invisible

l'œil ~~est~~ la visibilité minimale perceptible par l'œil humain est de 5%

$\rightarrow I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$

$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$

$V = \frac{4\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = \frac{2\sqrt{\frac{I_2}{I_1}}}{1 + \frac{I_2}{I_1}}$

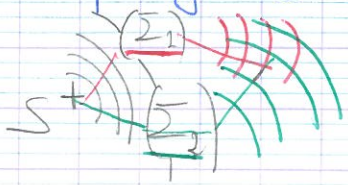
$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$

$= (I_1 + I_2)(1 + V\cos\varphi)$

3) Méthode pratique d'obtention d'interférences à 2 ondes

2 sources non indépendantes

→ Création de 2 sources à partir d'une seule dispositif à division de front d'onde.



$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(2\pi p)$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\varphi + \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta\right)$$

→ si $\cos\varphi = 1$: interférences parfaitement constructives

→ si $\cos\varphi = -1$: interférence (parfaitement) destructive

* interférences constructives : $\cos\varphi = 1 \Leftrightarrow p \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow \varphi = 0 \ [2\pi]$

destructive $\Leftrightarrow p \in \mathbb{Z} + \frac{1}{2}\mathbb{Z}$ (demi entier)

$\Leftrightarrow \varphi = \pi \ [2\pi]$

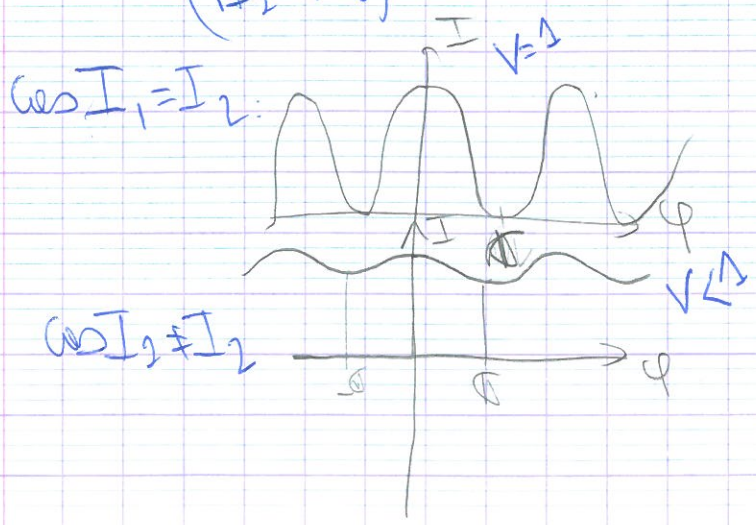
$\Leftrightarrow \delta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 \quad n \in \mathbb{Z}$

$p = 0$

d- Contraste ou visibilité :

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$= \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2$$



$\cos I_1 = I_2$:

$\cos I_1 \neq I_2$

définition : visibilité (ou contraste)

$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$ (à quel point la diff d'intensité est visible)

$\in [0, 1]$ — 1 : interférence visible (flagrante)

0 : interférence invisible

~~l'œil~~

la visibilité minimale perceptible par l'œil humain est de 5%

$$\rightarrow I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$
$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

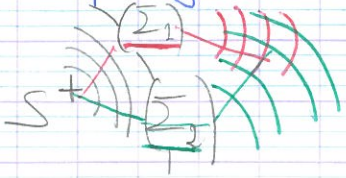
$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = \frac{2\sqrt{\frac{I_2}{I_1}}}{1 + \frac{I_2}{I_1}}$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\varphi$$
$$= (I_1 + I_2)(1 + V\cos\varphi)$$

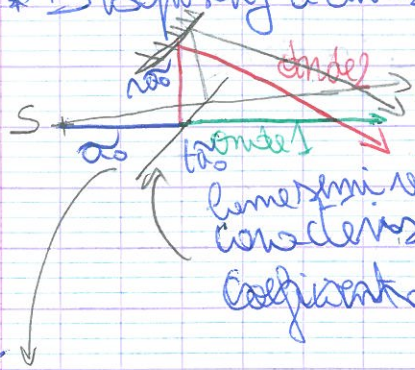
3) Méthode pratique d'obtention d'interférences à 2 ondes

2 sources non indépendantes

→ Création de 2 sources à partir d'une seule dispositif à division de front d'onde.



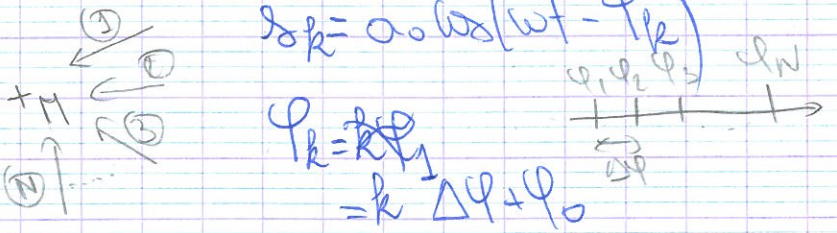
* Dispositif à division d'amplitude, lame semi réfléchissante



lame parfaite : $|r|^2+|t|^2=1$

t est éventuellement complexe, la lame peut déphaser de $\pi/2$ par ex. $\tilde{t}=te^{i\pi/2}$

4- Interférences à N ondes cohérentes de même amplitude et de déphasage et de retard de phase en progression arithmétique.



$$s_k = a_0 \cos(\omega t - \varphi_k)$$

$$\varphi_k = k\varphi_1 = k\Delta\varphi + \varphi_0$$

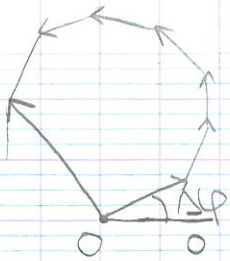
a- Discussion qualitative → interférences constructives

$$s_k \longrightarrow \tilde{s}_k = a_0 e^{i(\omega t - \varphi_k)} = a_0 e^{-i\varphi_0} e^{-i\omega t} e^{-ik\Delta\varphi}$$

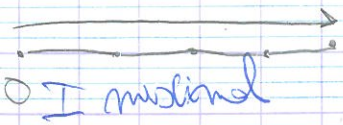
$$\tilde{s}_{total} = a_0 e^{-i\varphi_0} e^{-i\omega t} \sum_{k=0}^{N-1} \left(e^{-i\Delta\varphi}\right)^k$$

$$I = \|\tilde{s}\|^2 = a_0^2 \left\| \sum_k e^{-ik\Delta\varphi} \right\|^2$$

Calcul de la somme qualitatif :

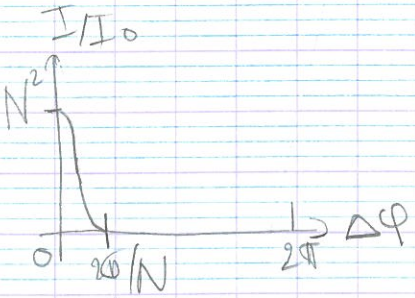


si $\Delta\varphi = 0\ [2\pi]$

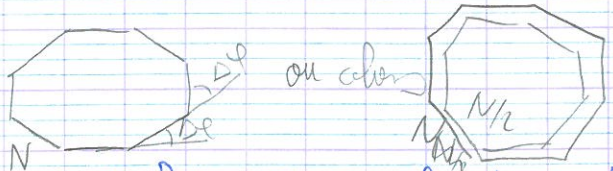


critère d'interférences constructives : $\Delta\varphi = 0\ [2\pi]$

$I = I_{max} = N^2 I_0$ / dû à une onde



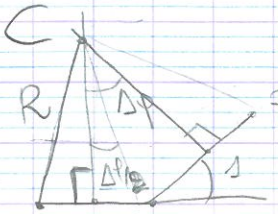
b - Annulation de l'intensité :



$I = 0$ interférences parfaitement destructives pour

$N\Delta\varphi = 2\pi \times$ entier

$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{N} \times$ entier → sauf si le cercle a un rayon infini



MC = NC = PC

et on refait de proche en proche

$\Delta\varphi \neq 0\ [\pi]$



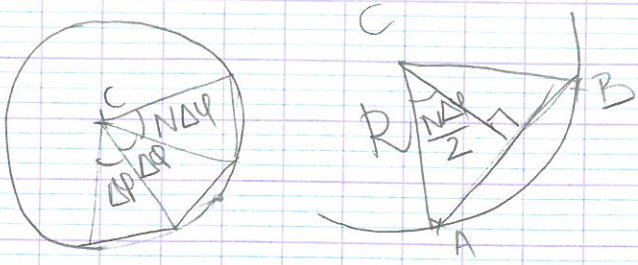
$R \sin\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{1}{2}$

$R = \frac{1}{2}\sin\frac{\Delta\varphi}{2}$

points sur un cercle → écartés angulairement de $\Delta\varphi$

$s_0 N\Delta\varphi = 2\pi$

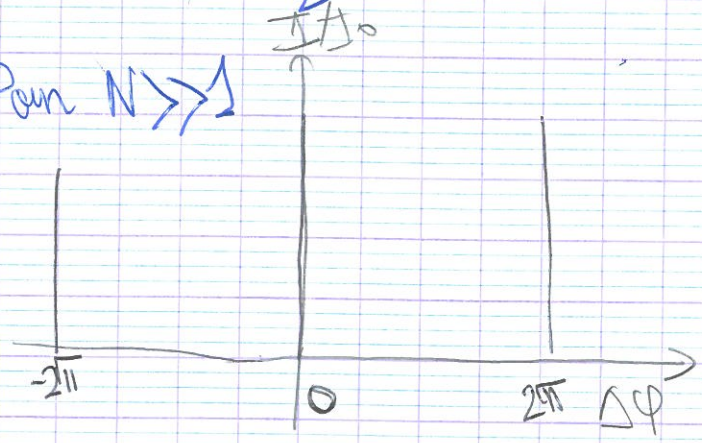
c_ Fonction de réseau



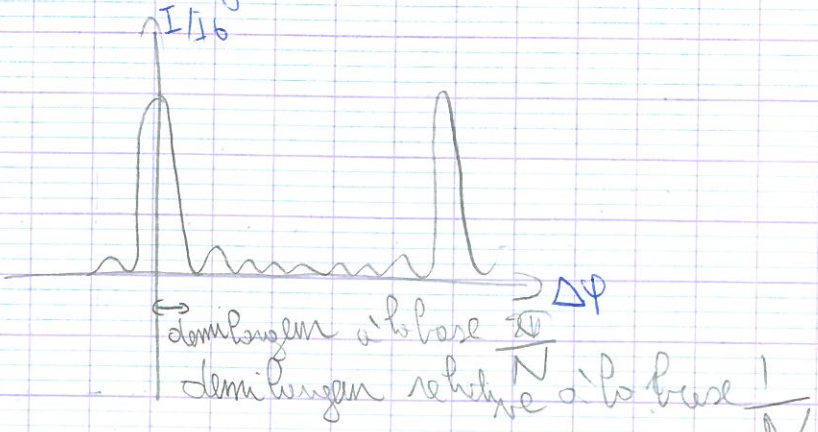
$$AB = 2R \sin\frac{N\Delta\varphi}{2}$$

$$A_B = \frac{\sin\frac{N\Delta\varphi}{2}}{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}$$

Pour $N \gg 1$



Pour N pas très grand :



d- Comparaison avec interférence à 2 ondes de même intensité.

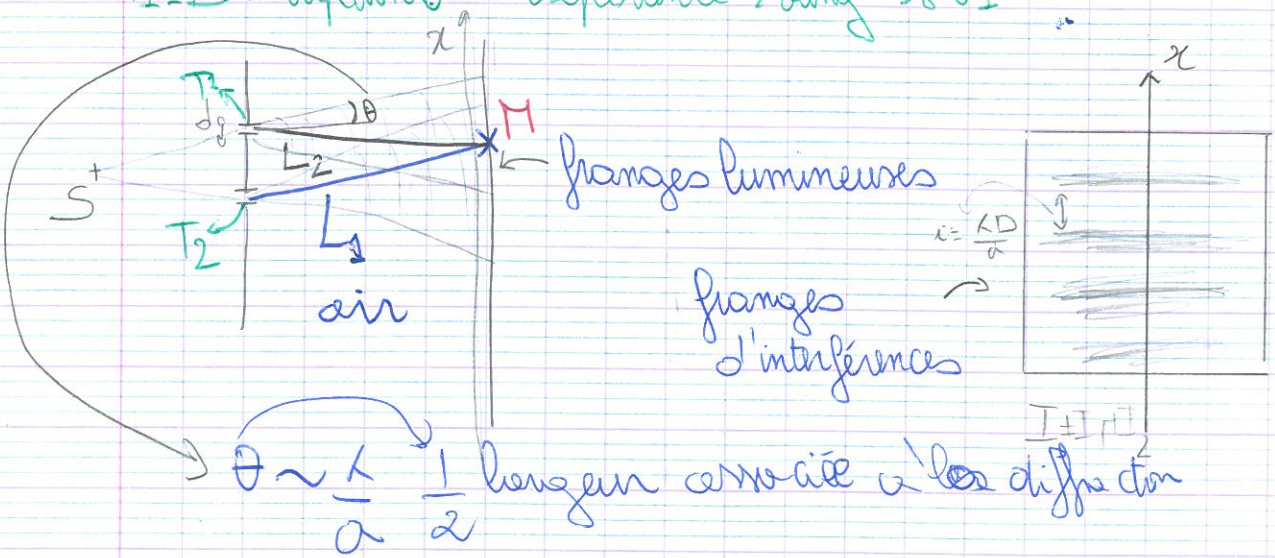
$$F_2(\Delta\varphi) = 2\sin\left(2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)\right) = 2\sin\frac{\Delta\varphi}{2}\cos\frac{\Delta\varphi}{2}$$

$$F_2(\Delta\varphi) = 4\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2} = 2\underbrace{(1+\cos\Delta\varphi)}_{1+V\cos\Delta\varphi}$$

$$F_N = \left(\frac{\sin\frac{N\Delta\varphi}{2}}{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}}\right)^2 2$$

III Les trous de Young:

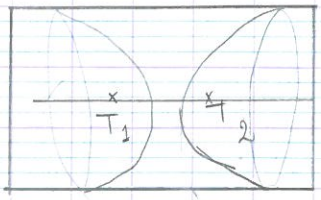
1- Description de l'expérience Young 1801

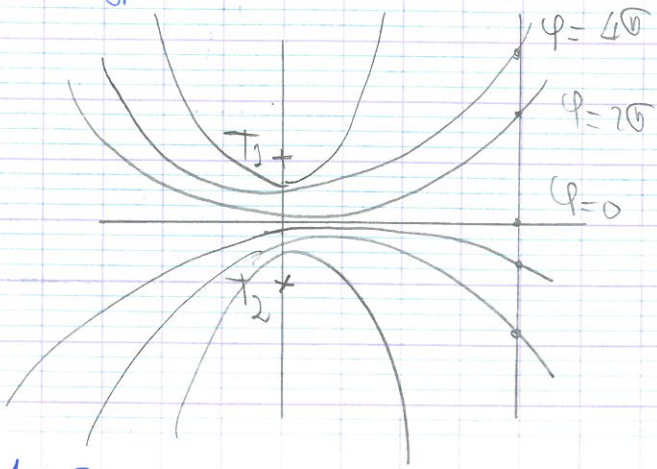


$\theta \sim \frac{\lambda}{a}$ $\frac{1}{2}$ largeur associée à la diffraction

T_1, T_2 se comporte comme des sources secondaires synchrones → son φ écart: $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ noir $(T_2M - T_1M)$

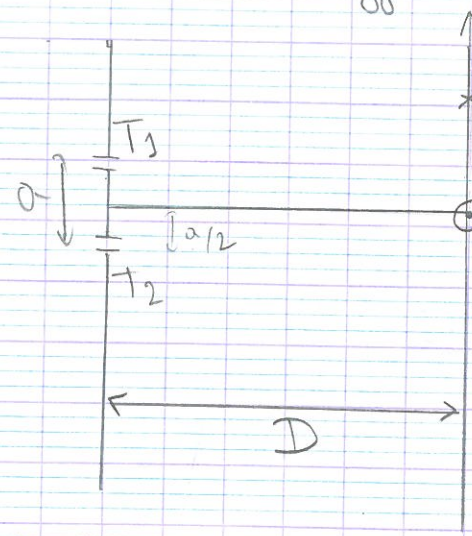
franges d'égale $T_2M - T_1M = d\ell$
hyperboloïde de révolution





2- Etude quantitative:

a- Calcul de la différence de marche:



(H) Source à égale distance de T_1 et T_2

$Ox // T_1T_2$

$Oy \perp Ox$ dans le plan de l'écran

$D \gg a$

$\gg x$

$\gg y$

$T_2M - T_1M$

$$\overrightarrow{T_2M} = \begin{pmatrix} x+a/2 \\ y \\ D \end{pmatrix}$$

$$T_2M = \sqrt{(x+a/2)^2 + y^2 + D^2}$$

$$= D\sqrt{1 + \left(\frac{x+a/2}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2}$$

$$T_2M \simeq D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{x+a/2}{D}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{y}{D}\right)^2\right) + \text{ordre } 4$$

(1)

$$T_2M - T_1M = D\left(\frac{1}{2D^2} \times 2ax\right) = \frac{ax}{D}$$

$$\delta = n_{air}(T_2M - T_1M) \sim n_{air}\frac{ax}{D}$$

b- Description de la figure d'interférences:

$$I = (I_1 + I_2)\left(1 + \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}\cos\varphi\right)$$

$= 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} n_{air} \frac{ax}{D}\right)\right)$

I ne dépend que de x → ~~franges rectilignes d'équation~~

$x = cte$

$p = \frac{\varphi}{2\pi} = n_{air}\frac{ax}{\lambda_0 D}$ → franges | rectilignes d'éq $x = cte$ | parallèles

pentier $\Leftrightarrow x = entier * \frac{\lambda_0 D}{a\, n_{air}}$

équidistantes

de $i = \frac{\lambda_0 D}{n_{air} \times a}$

On prend les ordres de grandeur.

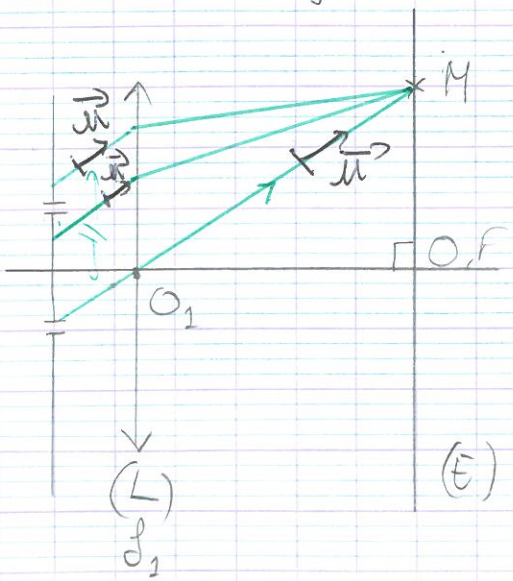
$\lambda_0 \sim 0{,}5.10^{-6}\ \mu m$

$D \sim 1\ m$ ⟶ $i \sim 0{,}5\ mm$

$a \sim 10^{-3}\ m$

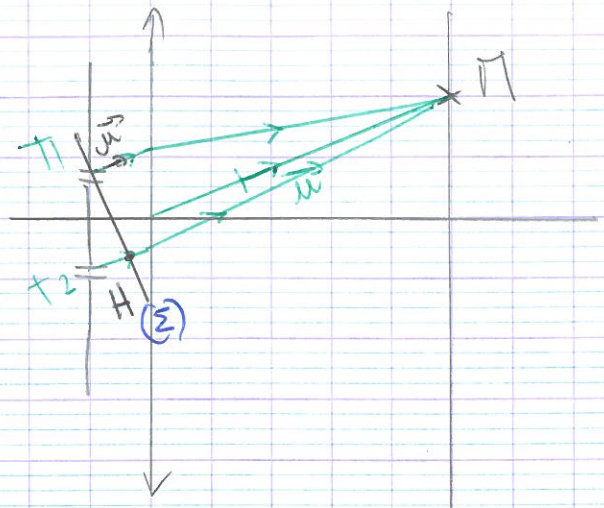
3- Variantes :

a- Trous de young observés à l'infini



On considère une source ponctuelle en M, les rayons qui arrivent au pt M sont ceux qui portent par la direction $\overrightarrow{O_1M} = \overrightarrow{u}$

retour inverse ⇒ les rayons issus de M sont parallèles en T1 et T2 selon $\overrightarrow{u}$



Σ surface d'onde fictive (onde émise depuis M)

$L_{T_1M} = L_{HM}$

$\rightarrow L_{T_2M} - L_{T_1M} = n_{air} T_2H$

$\overrightarrow{T_2H} = \overrightarrow{T_2T_1} \cdot \vec{u}$ $\quad \vec{u} = \dfrac{\begin{pmatrix} x \\ y \\ p' \end{pmatrix}}{\sqrt{x^2+y^2+p'^2}}$

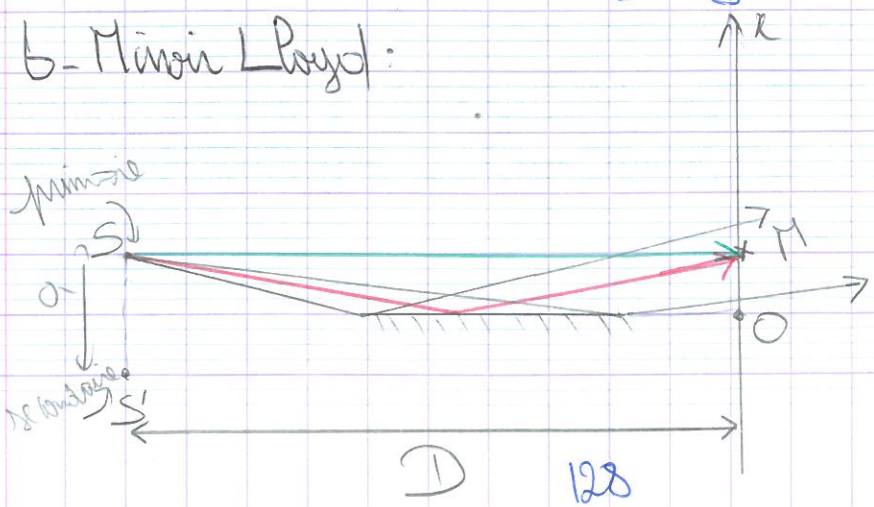
$\overrightarrow{T_2T_1} = a \vec{u}_x$

$\delta = \dfrac{n_{air} a x}{\sqrt{x^2+y^2+p'^2}}$

Gauss $|x| \ll p'$ $\quad |y| \ll p'$ $\quad \delta \simeq \dfrac{n_{air} a x}{p'}$

$\delta_{frange} = \dfrac{n_{air} a x}{D}$

b- Miroir Lloyd :

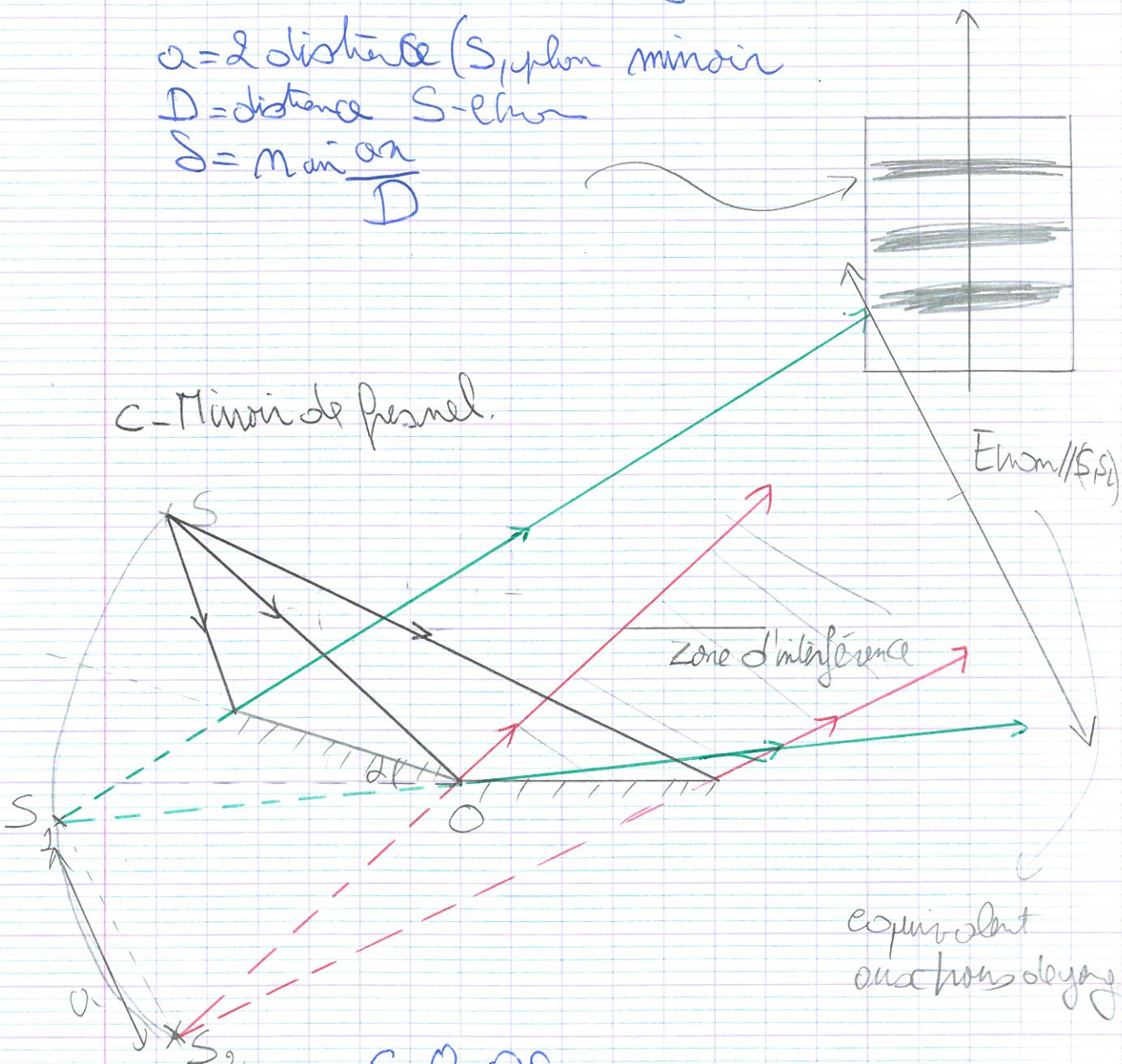


équivalent aux trous de Young

a = 2 distance (S_1 plan miroir

D = distance S-Ecran

$\delta = n \frac{ax}{D}$



c - Miroir de Fresnel.

$S_1O = OS$

$S_2O = OS$

$\rightarrow a = 2\alpha R = 2\alpha OS$

b- Brouillage des franges dû à la dépendance

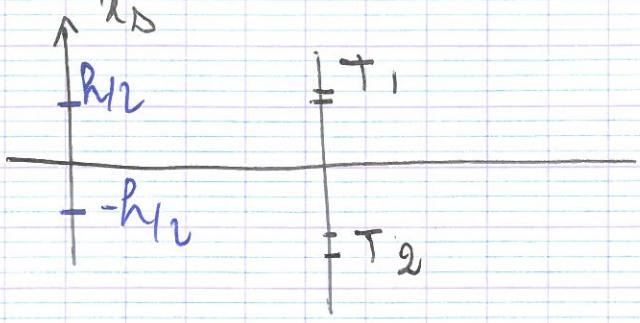
$p(S_k)$ à N fixé

* p dépend effectivement S_k

par loc

d - Exemple de calcul explicite

④ Source étendue en forme de segment avec répartition uniforme des atomes.



$$I_{1\,atome} = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D}+\frac{ax_s}{d}\right)\right)\right)$$

$$dN_{atomes} = \frac{N}{h}\,dx_s \quad \text{(densité uniforme)}$$

$$dI_{\text{due aux } dN \text{ atomes}} = \frac{N}{h}\,dx_s \cdot 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D}+\frac{ax_s}{d}\right)\right)\right)$$

incohérent

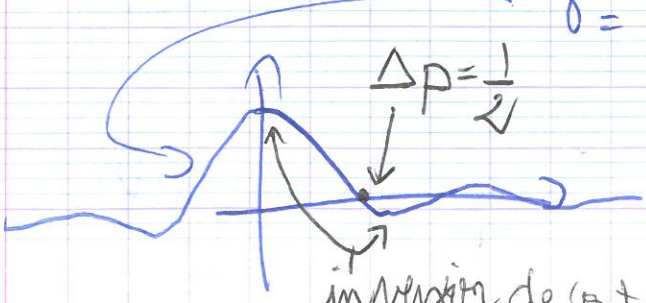
$$I_M = \int dI = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{N}{h}\,dx_s\,2I_0\left(\text{---}\right)$$

$$= \frac{N}{h}\cdot 2I_0\left[h + \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D}+\frac{hx}{2d}\right)\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D}-\frac{hx}{2d}\right)\right)}{2\pi/\lambda \cdot x/d}\right]$$

$$I_M = \frac{N}{h}\cdot 2I_0\left[h + 2\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{hx}{2d}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right)\right]$$

$$= N\,2I_0\left[1+\gamma\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right)\right]$$

$$\gamma = \text{sinc}\left(\frac{\pi a h}{\lambda d}\right)$$



$V = |\gamma|$

$\delta p = \frac{\alpha x_p}{\lambda d}$ $\Delta p = \frac{\alpha h}{2\lambda d} = \frac{1}{2}$ lorsque $\sin c = 0$

c. Conclusion

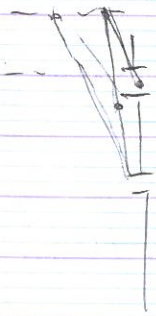
Une variation de l'ordre d'interférence en M peut causer un brouillage du phénomène d'interférences si la var d'ordre d'interférence atteint ou dépasse une valeur typique $\frac{1}{2}$

5) Influence de la largeur spectrale de la source :

Variation de l'ordre d'interférence associée à une variation de fréquence → brouillage associé à une variation temporelle

a) Présentation

$I_M = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta\right)\right)$



b) Superposition de deux ondes de fréq différentes ⇒ incohérence

donc $I_M = I_{\{\text{fréquences}\}} = \sum_{\text{chaque fréquence}} I$

très petite variation de ω → incohérence → risque de brouillage

onde quasi-monochromatique



→ brouillage par variation de P_M selon la valeur de δ

$P_M = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{\delta \times \nu}{c}$

→ Pour une source quasi monochromatique il y aura brouillage si $\Delta\rho > \frac{1}{2}$

$\Delta\rho$ est compris entre l'extrémité du spectre $\Delta\rho_0$ et le centre

c- Interprétation physique

$\rho = \frac{\delta}{c}\nu$

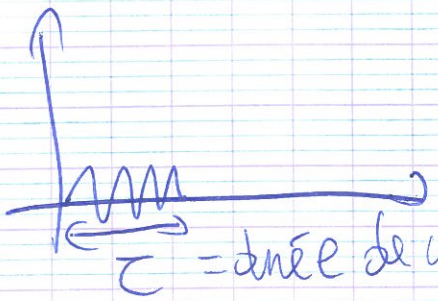
$\Delta\rho = \frac{\delta}{c}\Delta\nu$ ⟶ largeur de la raie étudiée pour le spectre

$\Delta\nu\tau \sim 1$

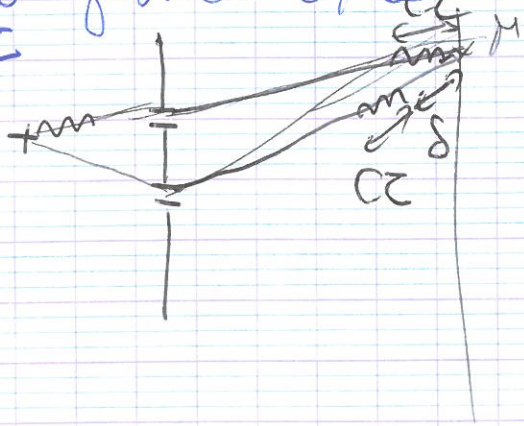
durée d'un train d'onde

donc on réécrit la condition $\frac{1}{2} < \frac{\delta}{c}\tau$

soit $\delta > \frac{c\tau}{2}$ ⟶



brouillage pour les différences de marches plus grandes que la longueur de cohérence $c\tau$



Lien entre longueur de cohérence et longueur spectrale (en termes de longueur d'onde)

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu} \rightarrow \frac{\delta\lambda_0}{\lambda_0} = -\frac{d\nu}{\nu}$$

$$\frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{c}{\nu \tau c} = \frac{c}{\nu l_c} = \frac{\lambda_0}{l_c}$$

→ doit être $\gg \lambda_0$ d'après de risque pour les trous de gong

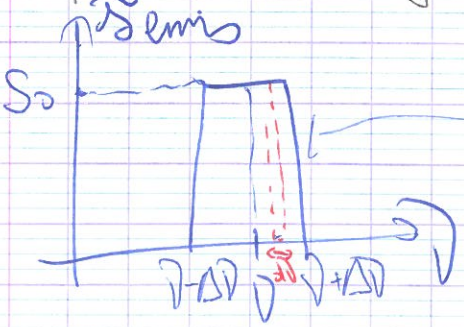
$$\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_0} = l_c/\lambda_0$$

en général $\gg 1$

$l_c \gg \lambda_0$ pour source quasi-monochrom.

→ nombre d'oscillations dans un train d'onde

d- Exemple facilement calculable
spectre rectangulaire



Intensité due à la bande de longueur $d\nu$

$$= 2\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\,\delta\nu}{c}\right)\right) \times A\,d\nu$$

↳ cte × l'aire

$$I_{segment} = \int_{\nu_0-\Delta\nu}^{\nu_0+\Delta\nu} 2A\,d\nu \left(1+\cos\left(\frac{2\pi\delta\nu}{c}\right)\right)$$

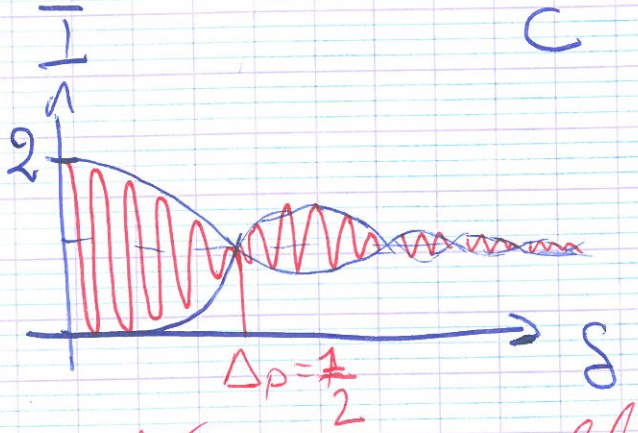
$$I = 2A\left[2\Delta\nu + 2\frac{\sin\left(\frac{2\pi\delta\Delta\nu}{c}\right)}{\frac{2\pi\delta}{c}}\cos\left(\frac{2\pi}{c}\delta\nu_0\right)\right]$$

Rapide

$$= 4\Delta\nu A\left[1+\Gamma\cos\left(\frac{2\pi\delta\nu_0}{c}\right)\right]$$

$$\Gamma = \frac{\sin\left(2\pi\delta\Delta\nu/c\right)}{2\Delta\nu\frac{\pi\delta}{c}} = \mathrm{sinc}\left(\frac{2\pi\delta\Delta\nu}{c}\right)$$

Lent

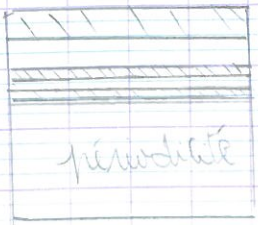


Cohérence temporelle

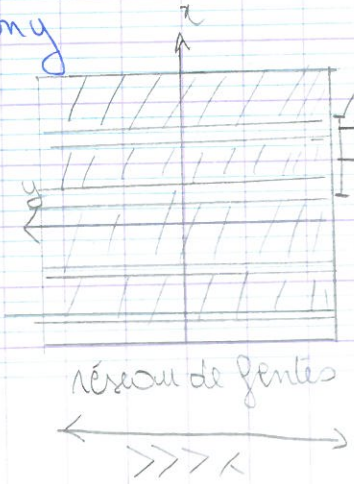
IV Dispositif interférentiel à ondes : les réseaux

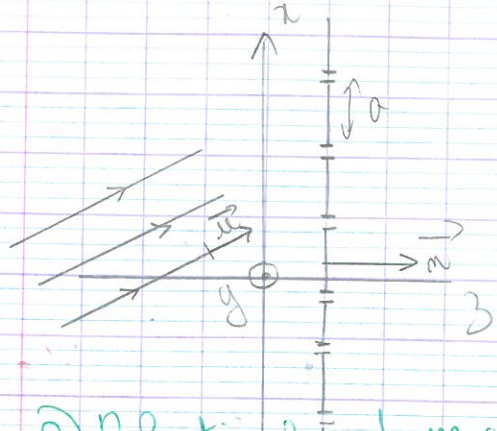
D Définition : présentation

Réseau plan par transmission : milieu plan dont la transparence est fonction périodique d'une coordonnée x et invariante par translation selon y (Plan xOy)



ou





(H) onde plane sinusoïdale incidente suivant les $\vec{u_x} \in$ plan $(\vec{u_x}, \vec{u_y})$

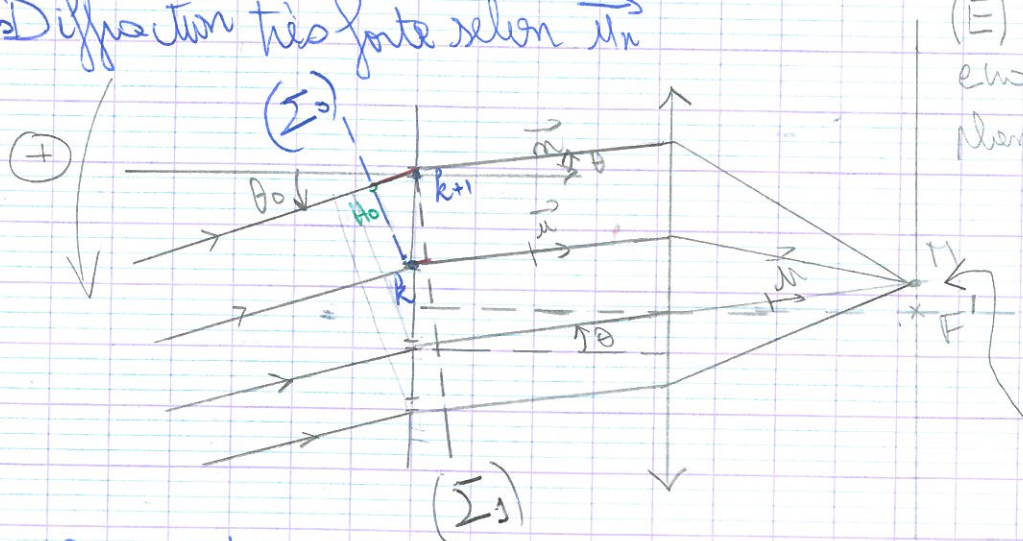
2) Relation fondamentale des réseaux :

Taille caractéristique comparable à λ

→ diffraction : $\theta_{écart/optique géo} \sim \frac{\lambda}{\text{longueur}}$

→ Pas de diffraction selon u_y

→ Diffraction très forte selon $\vec{u_x}$



θ caractérise ce qui arrive en un point M donné

θ_0 caractéristique d'onde incidente

N motifs éclairés ⇒ interférence à N ondes de même amplitude

a- Déphasage en M entre 2 ondes successives

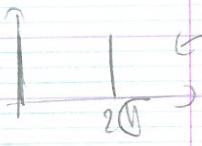
Source fictive en M (principe du retour inverse)

$L_{\Sigma_1 \to M} = cte$

$$\Delta\varphi = \varphi_{k+1} - \varphi_k = \frac{2\pi}{\lambda_0} \text{ mon } (H_0T_{k+1} - H_1T_k) = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ mon } a \underbrace{[\sin\theta_0 - \sin\theta]}_{\text{ne dépend pas de } k}$$

$\Delta\varphi$ = cste donc pas arithmétique pour retard de phase.

b- Relation fondamentale des réseaux



I non négligeable $\Rightarrow \Delta\varphi = k2\pi$ / on N $\gg 1$

$k = \frac{a}{\lambda}(\sin\theta_0 - \sin\theta)$, $\sin\theta_0 - \sin\theta = \frac{k\lambda}{a}$ ♡

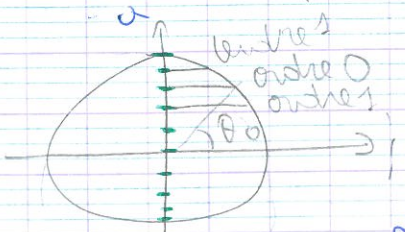
on fait tout avec

c- Discussion : angles θ possibles

$\sin\theta = \sin\theta_0 - \frac{k\lambda}{a}$

$k=0$: $\sin\theta = \sin\theta_0 \Rightarrow \theta = \theta_0$: optique géométrique ordre 0

$k \neq 0$: $\sin\theta = \sin\theta_0 - \frac{k\lambda}{a}$



→ en général, il y a $2/\lambda/a$ ordres possibles

3) Pouvoir dispersif du réseau :

$\sin\theta = \sin\theta_0 + \frac{k\lambda}{a}$ seul pour l'ordre 0, θ (I non nég)

point d'observation

dépendra de λ

$\lambda = \lambda_0$

→ Comportement dépend de la longueur d'onde : système dispersif.

$1/a = n$: traits par mm

déf. Pouvoir dispersif : $P = \frac{d\theta}{d\lambda}$

en différentiant la formule fondamentale

$$\cos\theta \, d\theta = \frac{k}{a} d\lambda \text{ , donc } \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{k}{a\cos\theta}$$

ii) Pouvoir de résolution d'un réseau

a- Présentation — doublet spectral

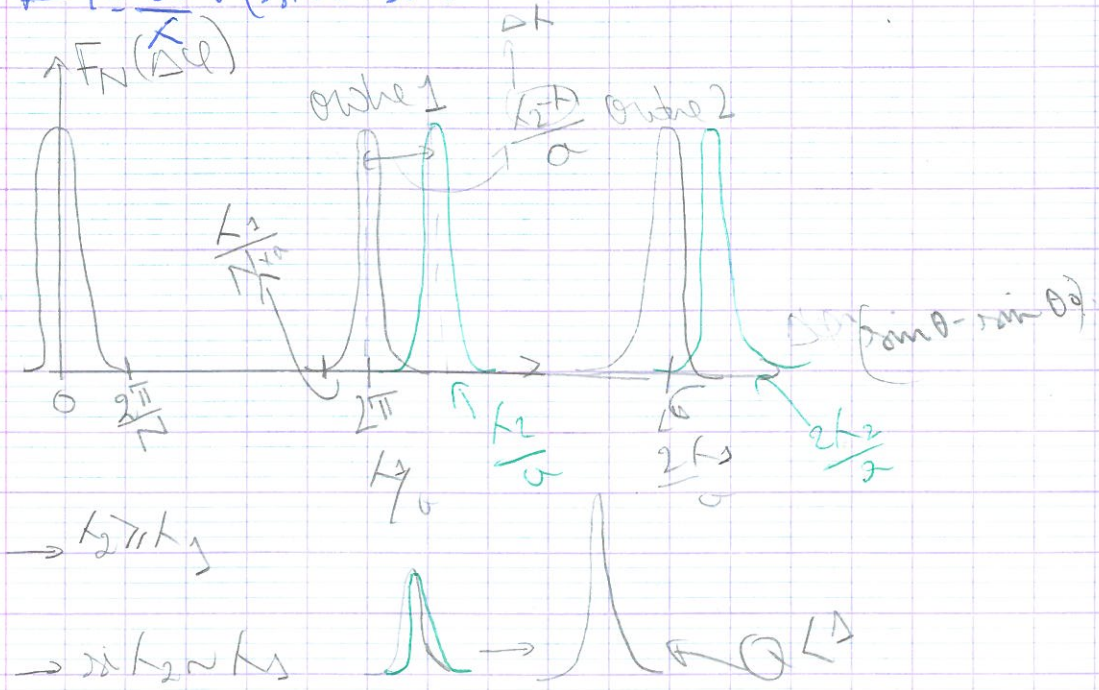
Source présentant 2 longueurs d'ondes λ_1, λ_2

$$\lambda_2 \neq \lambda_1 \quad |\lambda_2 - \lambda_1| \ll \lambda_1$$

peut on savoir que la lampe n'est pas monochromatique

b- Critère de Rayleigh

$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} a(\sin\theta - \sin\theta_0)$



$Q = \frac{\text{écart entre pics dû à } \lambda_1 \neq \lambda_2}{\text{demi largeur de la frange}}$

$Q < 1$: fusion des pics

$Q > 1$ pics distincts

Critère de Rayleigh : deux longueurs d'onde sont séparables si l'écart entre la position du maximum est supérieur à la demi largeur à la base d'un pic

$\Delta(\sin\theta - \sin\theta_0) >$ demi largeur à la base d'un pic

avec $\lambda \neq \lambda_2$

c- Calcul du pouvoir de résolution (séparation)

$k/a\,\Delta\lambda > \frac{\lambda}{a}\frac{1}{N}$, $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} < kN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{min}}$

définition pouvoir de séparation : $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{min} \text{ séparable}}$

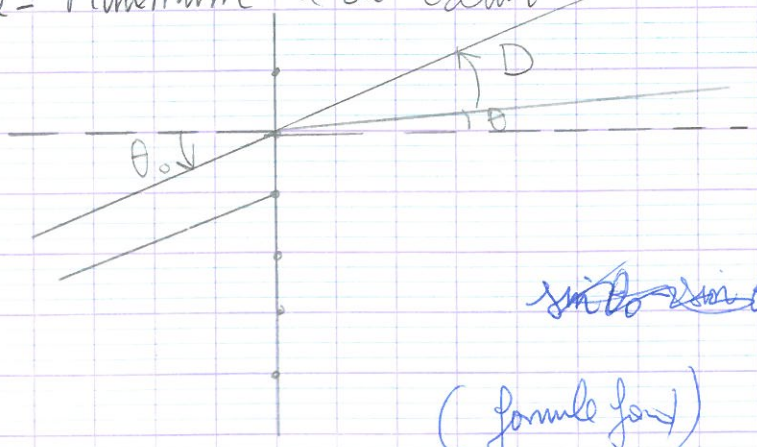
$= kN$

Une grande valeur de R est une grande qualité

k = ordre dans lequel on observe × nombre de traits pour l'ensemble du réseau éclairés

5) Utilisation pratique d'un réseau avec un goniomètre (instrument de mesure d'écart angulaire)

a- Minimum de déviation



$D = \theta_0 - \theta$

$|D|$ passe par un minimum

$dD = d\theta_0 - d\theta$

(formule fausse) $\cos\theta_0\, d\theta_0 - \cos\theta\, d\theta = 0$

car θ_0, θ, D sont liés

$\rightarrow dD = d\theta_0\left(1 - \frac{\cos\theta_0}{\cos\theta}\right)$; $\frac{\partial D}{\partial\theta_0} = 1 - \frac{\cos\theta_0}{\cos\theta}$; $\frac{\partial D}{\partial\theta} = 0 \Rightarrow \cos\theta = \cos\theta_0$

donc : $\theta = \theta_0 \rightarrow$ ~~$p \neq 0$~~

ou

$\theta = -\theta_0 \rightarrow \sin\theta\, D = 2\theta_0$, $\sin\theta_0 = \frac{p\lambda}{2a}$ $(p = k)$

donc $2\sin\left|\frac{D_{min}}{2}\right| = |p|\lambda/a$ $(p \in \mathbb{Z}^*)$

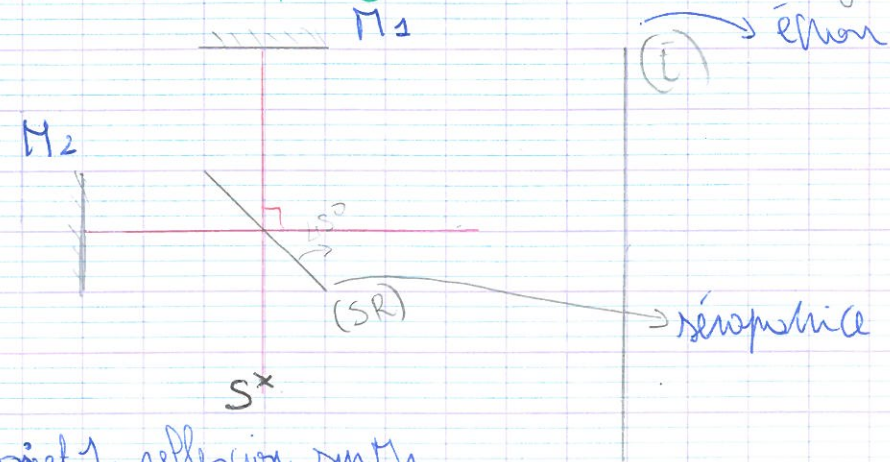
Conclusion :

6- Protocole opératoire :

* Créer un faisceau parallèle
* éclairer le réseau
* rechercher l'extrémum de déviation
* Mesurer D
* Appliquer $2\sin\left|\frac{D_{min}}{2}\right| = \frac{|p|\lambda}{a}$: on retrouve λ.

V Exemple de dispositif interférentiel à division d'amplitude : Interféromètre de Michelson avec une source étendue

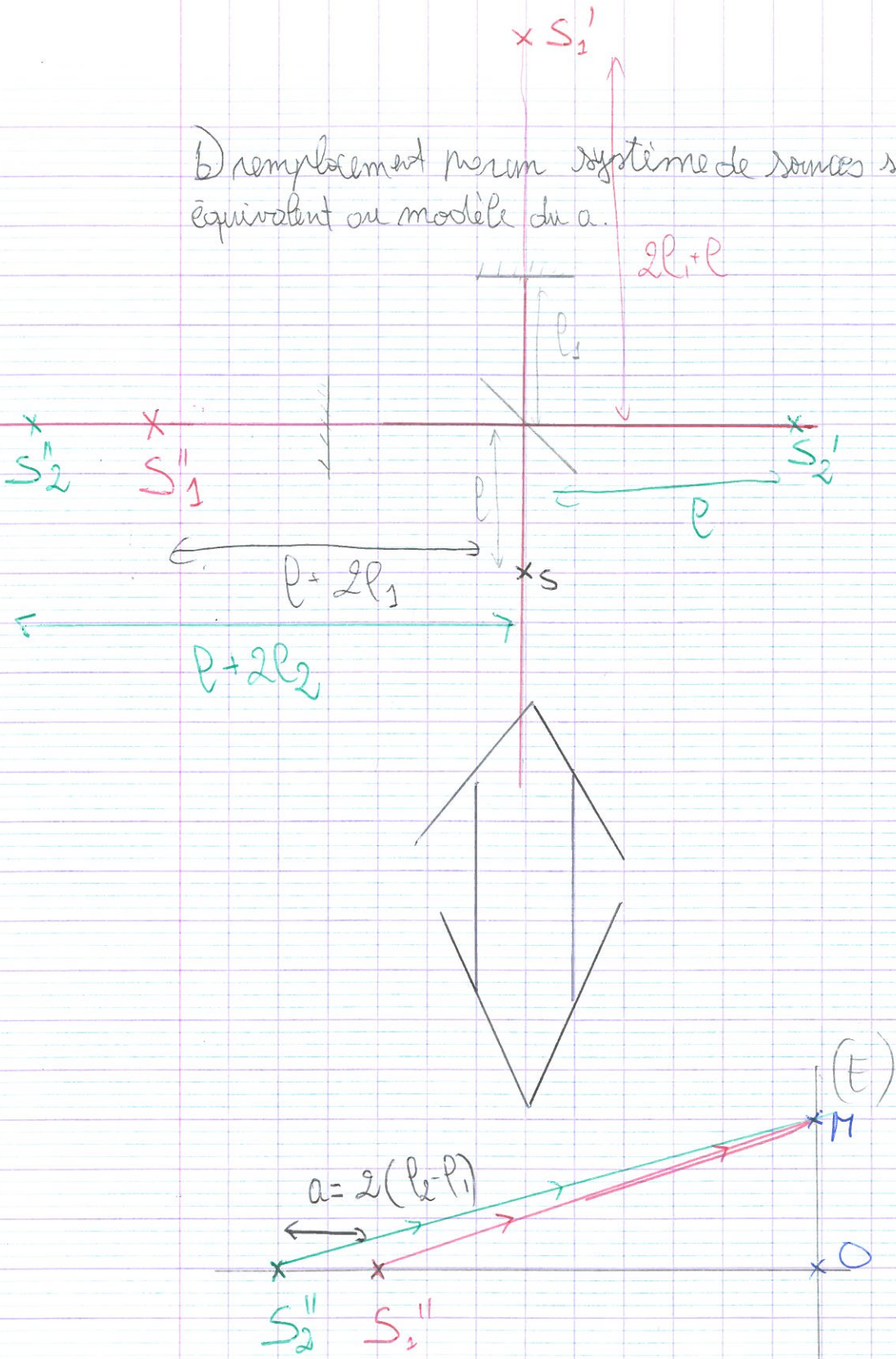
1) Interféromètre de Michelson idéal réglé en lame d'air avec source ponctuelle : a) Modèle de l'interf de Michelson



trajet 1 : réflexion sur M_1

trajet 2 : réflexion sur M_2

b) remplacement par un système de sources secondaires équivalent au modèle du a.



* S_1'' et S_2'' sont en phase avec S (source primaire)

→ S_1'' et S_2'' sont donc sources cohérentes en phase

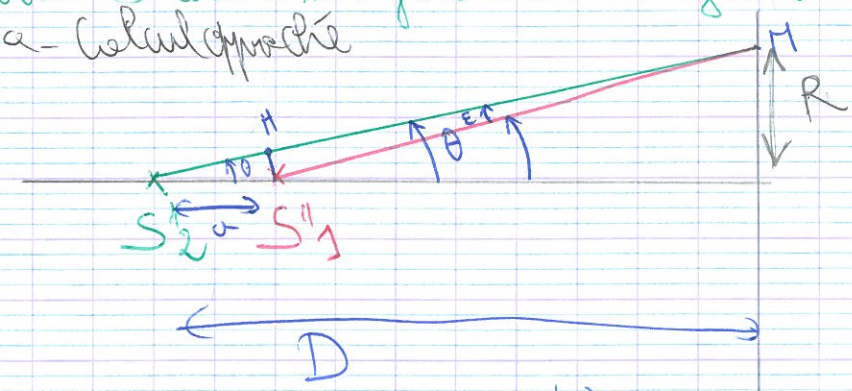
c- Allure de la figure d'interférence.

$\varphi_M = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{air}(S_2''M - S_1''M) = cte \Leftrightarrow S_2''M - S_1''M = cte$

par symétrie sur l'axe Δ : cercles de centre O.

② Description détaillée des franges d'interférences obtenues avec l'interféromètre réglé en lame d'air

a- Calcul approché



très

(H): θ petit $a \ll D \Rightarrow \varepsilon$ très petit

$\theta, \frac{a}{D}$ termes d'ordre 1

$HS_1''M$ triangle rectangle: $\sin\varepsilon = \frac{HS_1''}{MS_1''} \sim \frac{HS_1''}{D}$

$S_2''S_1''H$ triangle rectangle $\sin\theta = \frac{HS_1''}{a}$

$\varepsilon \sim \frac{a\theta}{D}$ ordre 2 $\Rightarrow$ très petit

$\Rightarrow \cos\varepsilon \simeq 1 - \frac{\varepsilon^2}{2} \sim 1$ à des termes d'ordre 4 près

Détails

$HM \sim S_1''M$ (car $\cos\varepsilon \frac{HM}{S_1''M} \sim 1$)

donc $\delta = n_{air} \cdot S_2''H$ à des termes d'ordre 4 près

donc $\delta = n_{air} \cdot a \cos\theta \sim n_{air} \cdot a\left(1-\frac{\theta^2}{2}\right)$ à termes d'ordre 4 près

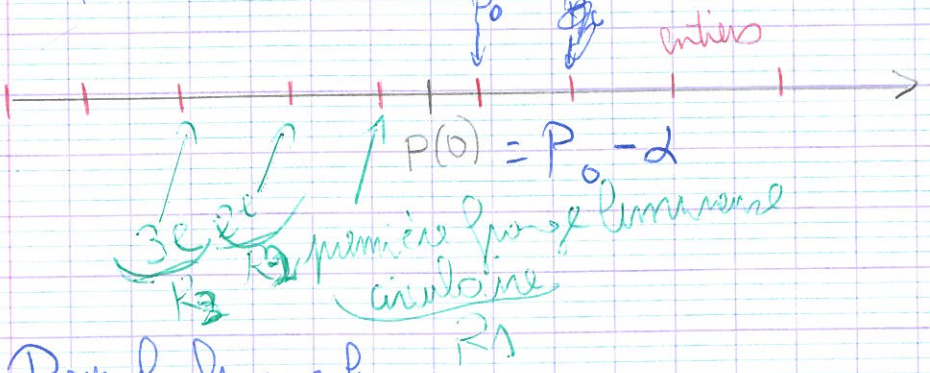
pour cet ordre : $I = 2I_0\left(1+\cos\left(2\pi\frac{\delta}{\lambda_0}\right)\right)$

↳ imprécision nécessaire sur δ : $10^{-8}\,m$ ($\lambda \sim 10^{-6}\,m$)

b- Description de la figure d'interférence

$$p = n_{air}\frac{a}{\lambda_0}\left(1-\frac{\theta^2}{2}\right)$$

* Ordre d'interférence en O est nul (sauf si $a=0$) et n'a aucune raison d'être entier
* p diminue si on s'éloigne du centre



Pour la frange k

$$p_k = p_0 - k = \frac{n_{air}\,a}{\lambda_0}\left(1-\frac{\theta_k^2}{2}\right) = \underbrace{\frac{n_{air}\,a}{\lambda_0}}_{p_0-\alpha} - \frac{n_{air}\,a}{\lambda_0}\frac{\theta^2}{2}$$

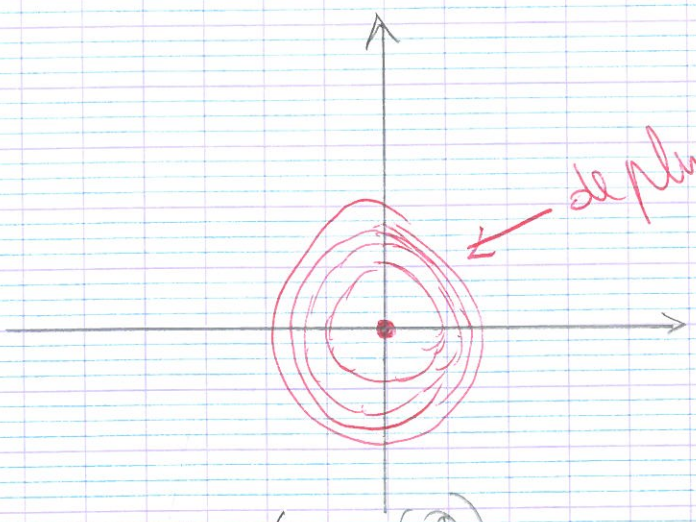
$$k = \alpha + \frac{n_{air}\,a}{\lambda_0}\frac{\theta^2}{2}$$

donc $\boxed{\theta_k^2 = \frac{2\lambda_0}{a\,n_{air}}(k-\alpha)}$ | progression arithmétique pour θ_k^2

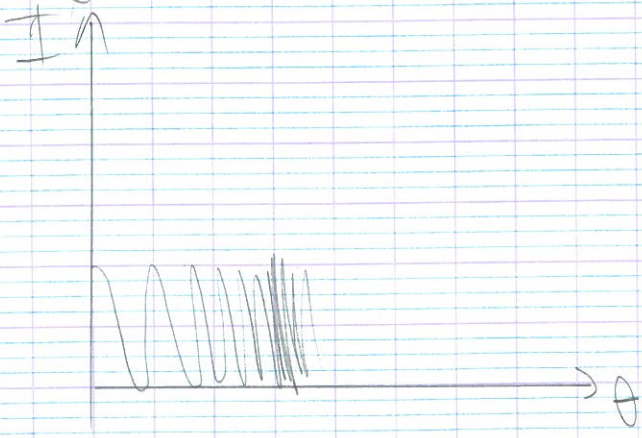
$$R_k \sim \theta_k D \sim D\sqrt{\frac{2\lambda_0}{n_{air}\,a}(k-\alpha)}$$

par exemple si $d = 0$: $R_k = \sqrt{k} \cdot R_1 \simeq D \sqrt{\frac{2\lambda \times 0}{\sin d}} \sqrt{k}$

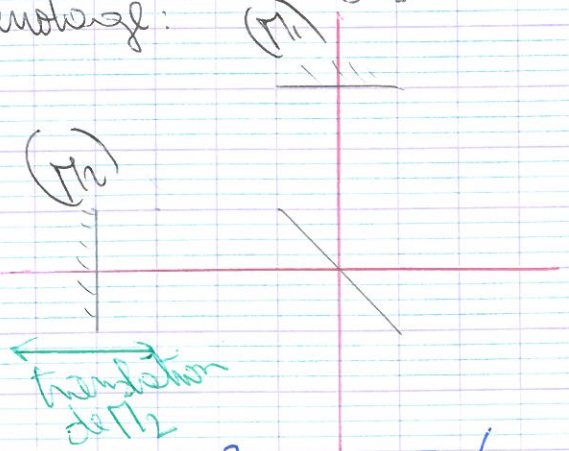
de plus en plus serré



$$I = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sin\theta^2\right)\right)$$



C- Evolution de la figure d'interférence par chariotage :



$P_2 \nearrow \Rightarrow a \nearrow$ / plus a grand plus R_k petit

pendant le chariotage on voit les anneaux (rix augmente) dont le rayon augmente

$p = \frac{a\cos\theta}{\lambda_0}$: on suit de l'oeil un anneau $\boxed{p = cte}$

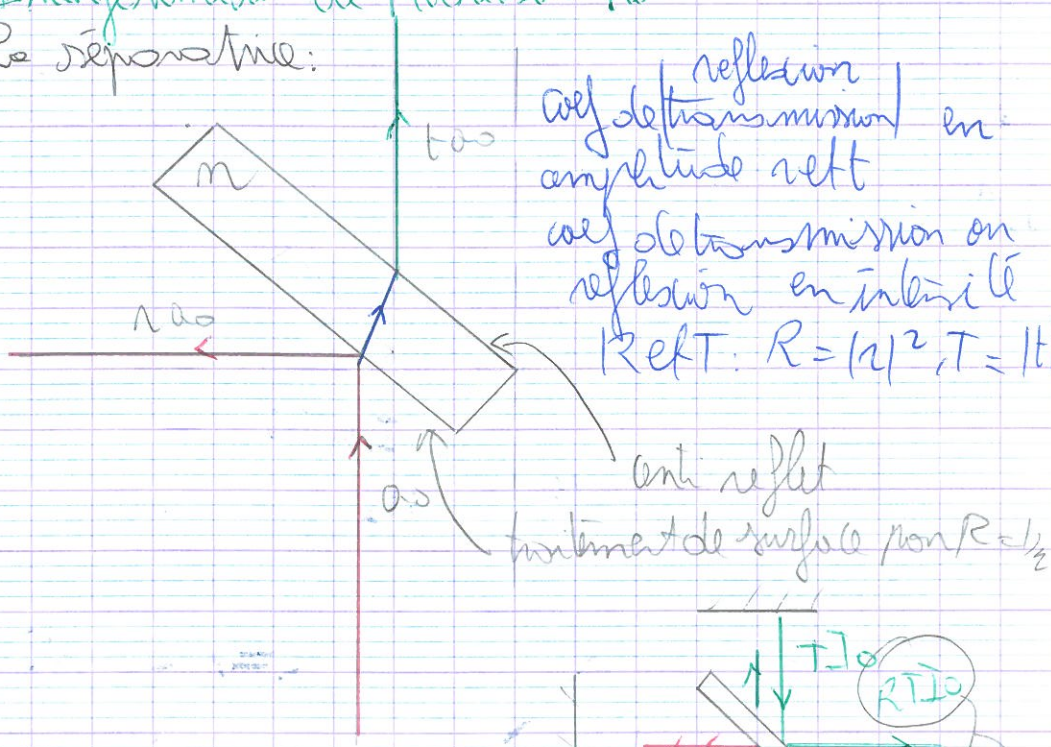
$a\cos\theta = cte$: $a \nearrow \Rightarrow \theta$ augmente

lorsque le centre passe de sombre à lumineux tous les $\sim 10^{-7}$ m

$\Rightarrow$ possibilité de mesure très très précise

3) Interféromètre de Michelson réel

a- Le séparatrice:

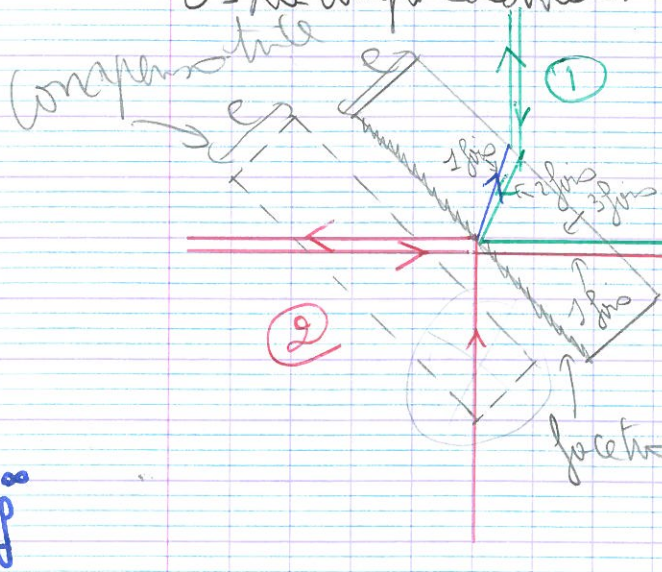


Fresnel : $I = (I_1 + I_2)(1 + \Gamma \cos\varphi)$

$R = \frac{1}{2}$, $I_1 = I_2 = \frac{I^\circ}{4}$

$I = \frac{I^\circ}{2}(1 + \cos\varphi)$ $\left(\Gamma = 1\right)$

b - La compensatrice :



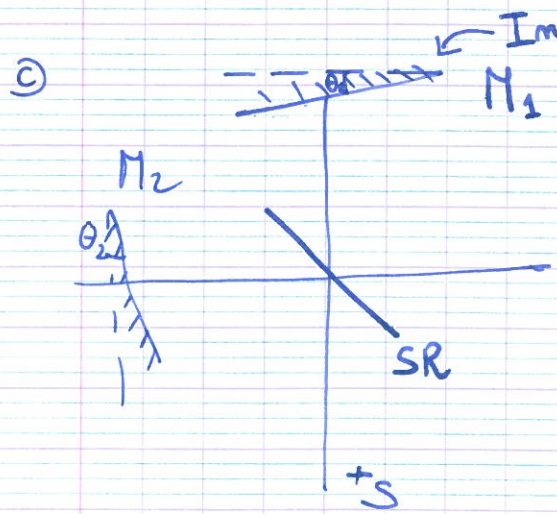
traversée de la lame
→ 3 fois pour (1)
→ 1 fois pour (2)

→ $L = \int n\,dl$

→ modification énorme de $p = \frac{\delta}{\lambda_0}$

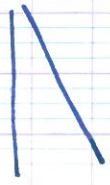
$\int_0^{+\infty} d$

remède : ajout d'une compensatrice qui va être traversée 2 fois par (2)

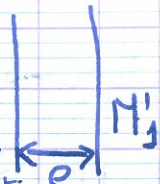


(c)

<=> Système equivalent.
voir feuille

→  réglage en coin d'air

→ réglage en lame d'air



$a = 2e$

intensité de chaque source fictive $= I_{source}$

$a = 0 \Leftrightarrow e = 0 \longrightarrow I = 2I_0\left(1+\cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right) = 4I_0$

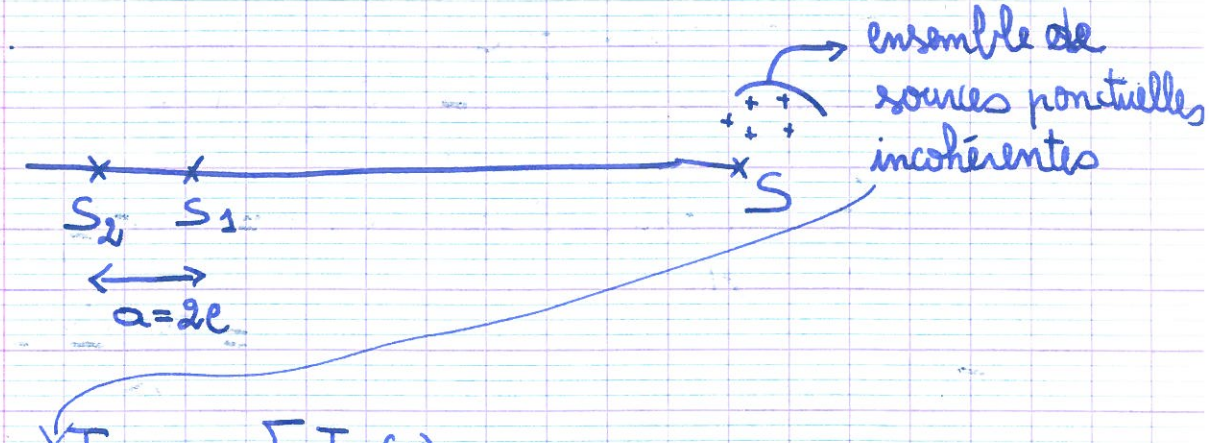
car $\delta = n_{air}\, a \cos\theta^{\circ} = 0$

$\Rightarrow$ interférence constructive partout

↳ (Voc) teinte plate

4)

a)



$I_{M(écran)} = \sum I_k(M)$

dû à chaque source ponctuelle

→ franges circulaires centrées sur la droite (S_1S_2)

Même figure pour chaque source mais décalée

b) Brouillage par incohérence



→ Luminosité presque partout = brouillage

→ Brouillages

Condition de brouillage.

$\Delta P(M)$ (centre de source et périphérie de la source) $\ll \frac{1}{2} \Rightarrow$ Pas de brouillage

$\Delta P \sim \frac{1}{2}$ ou $> \frac{1}{2} \Longrightarrow$ Brouillage

décalage de l'onde ou supérieur à $\frac{1}{2}$ interfrange

Valeur de l'interfrange : $\frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{a}{\lambda_0}\left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) n_{air}$

Local

$$= \frac{a n_{air}}{\lambda_0} - \frac{a n_{air}}{\lambda_0}\frac{\theta^2}{2}$$

$$= \frac{a n_{air}}{\lambda_0} - \frac{a n_{air}}{2\lambda_0}\frac{R^2}{D^2}$$

variations de P de 1 : $1 = \frac{a n_{air}}{\lambda_0}\frac{R dR}{D^2}$

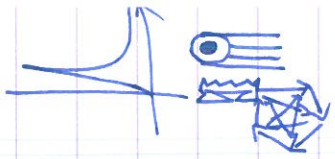
$$= \frac{a n_{air} R_{max}}{2\lambda_0 D^2}$$

donc $i = \frac{\lambda_0 D^2}{R a n_{air}}$

$$= \frac{\lambda_0}{a n_{air}} \cdot \frac{D}{\theta}$$

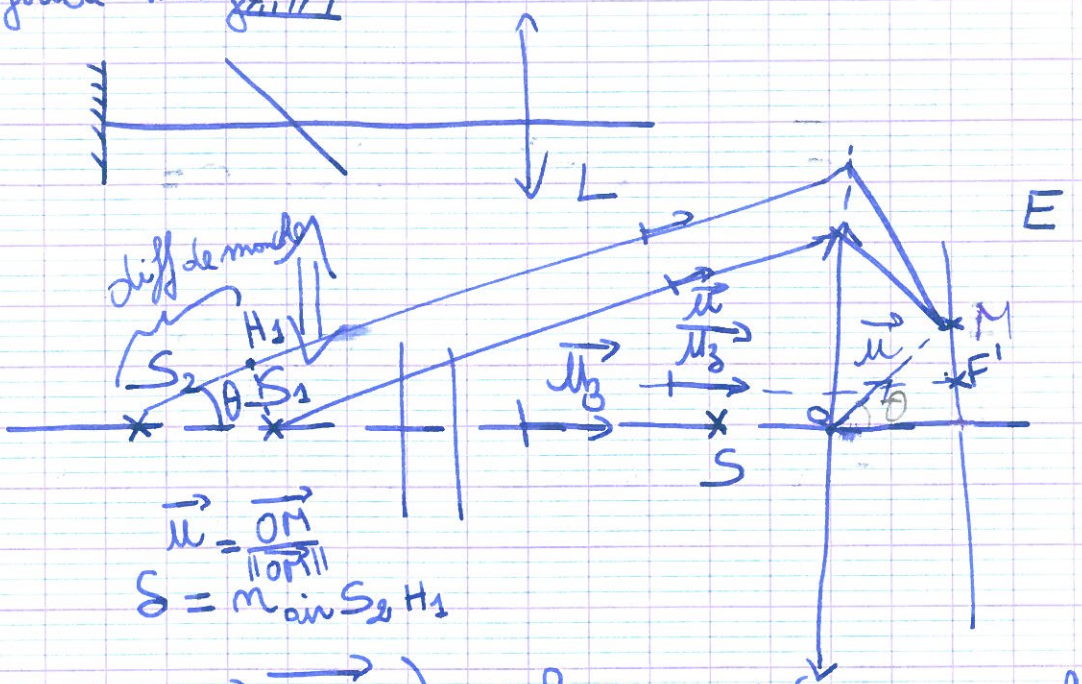
donc Brouillage $\Rightarrow R_{source} > \frac{\lambda_0 D}{2 a n_{air} \theta}$





c)

On prend une lentille et on met l'écran dans le plan focal image



$\vec{u} = \frac{\overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|}$

$\delta = n_{air} S_2 H_1$

$\delta = n_{air} \vec{u} \overrightarrow{S_2 S_1}$

$\delta = n_{air} a \cos\theta$

Calcul exact (pas approché)

ne dépend pas des mais que de θ

interprétation : source à l'infini $\Rightarrow$ ponctuelle

$\cos\theta = \vec{u} \cdot \vec{u_3}$ indépendant de la source

$I_p = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta\right)$

$I_{\text{source complète}} = \sum I_k = 2NI_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta\right)$

d)

Source étendue $\Rightarrow$ risque de brouillage par incohérence spatiale

parfois le brouillage ne se produit pas dans un domaine de l'espace

↑ certains

→ Interférences visibles sur une surface

⇒ interférences localisées

Formule à retenir : $\delta = n_{air}\, a \cos\theta$

θ = angle entre centre optique M et axe optique de lentille (⊥ miroirs)

On parle d'angles à égale inclinaison | visibles à l'infini avec l'interféromètre réglé en lame d'air

Différence entre lentille et pas de lentille :

pas à l'infini source délocalisée donc brouillage

à l'infini ponctuelle donc pas de brouillage.

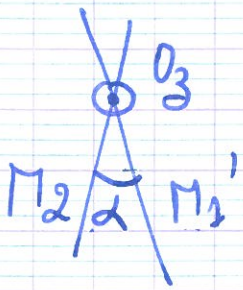
5)

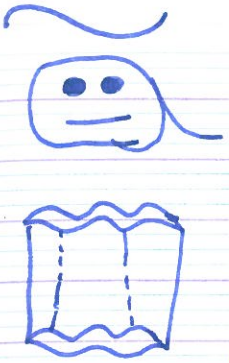
2)

$O_3 = M_2 \cap M_1'$

$\alpha \ll 1$ rad

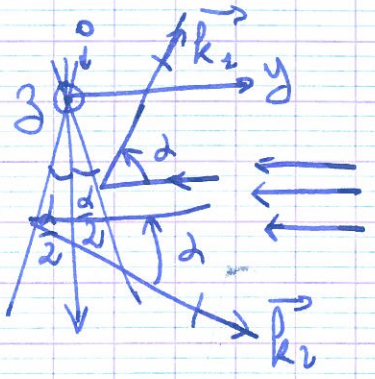
α l'angle du coin d'air

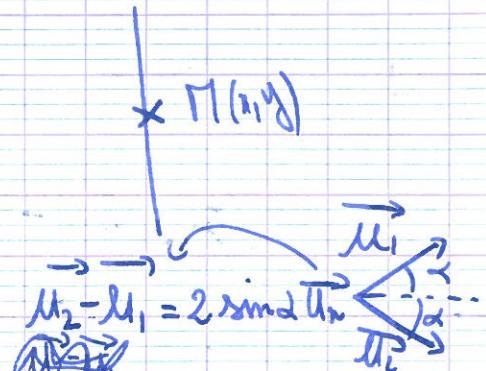




(H) source assez éloignée
→ onde plane incidence à partir de chaque point source. Incidence proche de la normale.

b)





$2d\frac{x}{\lambda}$ = nb franges

nb franges = $2\varphi/\lambda_0$

donc $\varphi(M) = 2\pi\frac{x}{\lambda_0}$

onde $\frac{1}{2}$ plane: $\varphi_1(M) = \varphi_1(O) + \frac{2\pi}{\lambda_0}\vec{u_1}.\vec{OM}$

$\varphi_2(M) = \varphi_2(O) + \frac{2\pi}{\lambda_0}\vec{u_2}.\vec{OM}$

$(\varphi_2-\varphi_1)(M) = (\varphi_2-\varphi_1)(O) + \frac{2\pi}{\lambda}(\vec{u_2}-\vec{u_1})\vec{OM}$

rotation d'angle θ de u_1 et u_2 : $\vec{u_2}-\vec{u_1} = 2\sin\alpha\,(\vec{u_x}\cos\theta - \vec{u_y}\sin\theta)$

$\varphi(M)$ devient $\frac{2\pi}{\lambda_0} 2\sin\alpha\,(x\cos\theta - y\sin\theta)$

$\sim \frac{2\pi}{\lambda_0} 2\sin\alpha\,(x - y\theta)$

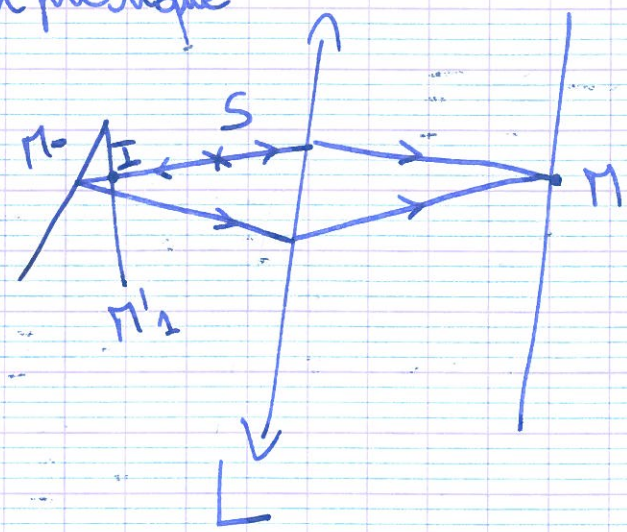
$\sim \frac{2\pi}{\lambda_0} 2\sin\alpha\,(x - D\theta)$

→ fonction du point source donc visible sur l'enroulage

Sauf si $x_D = 0$ ②

$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2 \sin\alpha \, x$ pour tout point source

① en optique



L

$L_2 - L_1 = L_{SI} + L_{IM_0} + \underbrace{L_{M_0M}}_{②} - L_{SI} - \underbrace{L_{IM}}_{①}$

$= L_{IM_0} + \underbrace{L_{M_0M}}_{②} - \underbrace{L_{M_0M}}_{①} + L_{M_0I}$

même chemin non stigmatisme

$\Delta = 2 L_{IM_0}$

= 2 épaisseur de coin d'air en M_0

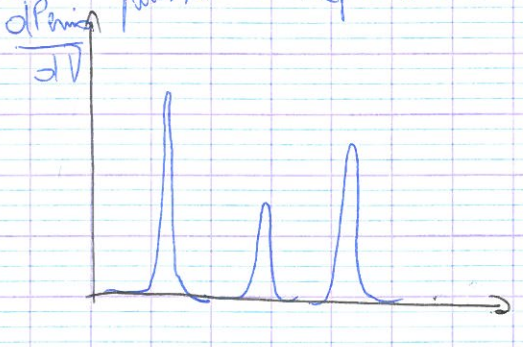
e)

On parle des franges d'égales épaisseur localisées sur le miroir de l'interféromètre et pour lesquelles

δ = 2x épaisseur locale d'un coin d'air

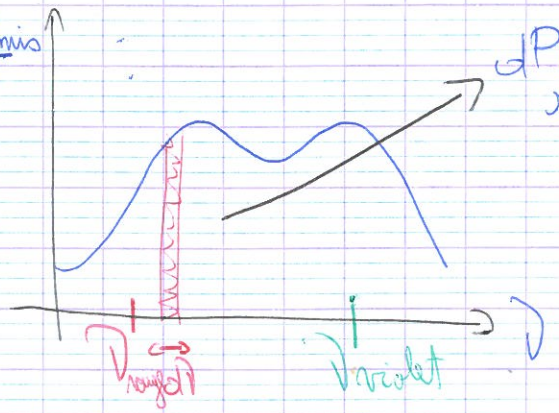
VI. Interférences en lumière polychromatique

* spectre : puissance spectrale émise → puissance émise par unité de fréquence



$F(\nu) = \frac{dP_{émis}}{d\nu}$

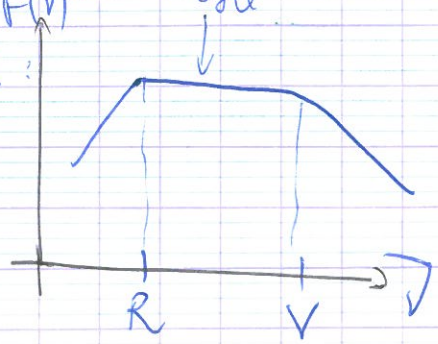
$dP_{émise} = F(\nu)\,d\nu$ sortie dans la bande $[\nu, \nu + d\nu]$



spectre continu

(Soleil, lampes à incandescence)

lumière blanche :



1) Utilisation d'un doublet spectral

Exemple: lampe au sodium (Na)

2 raies : $\lambda_1 / \lambda_2 = \begin{matrix} 589,0 \\ 589,6 \end{matrix}$ nm

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \simeq \frac{0,6}{600} \sim 10^{-3}$$

"doublet jaune du sodium"

↳ ou jaune orangé

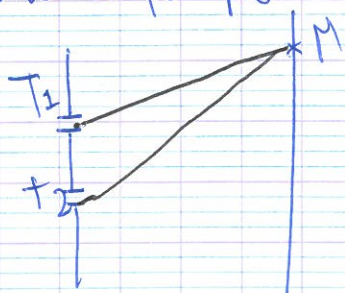
2) Calcul de l'intensité dans une expérience d'interférences à 2 ondes (Michelson réglé en lame d'air)

(H) puissance émise identique pour les deux raies

$\lambda_1 \neq \lambda_2 \Rightarrow$ incohérence temporelle $\Rightarrow I_{\text{due à } \lambda_1} + I_{\text{due à } \lambda_2} = I_{\text{totale due à la lampe}}$

$$I = 2I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_1}\right) + 2I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_2}\right)$$

δ identique pour λ_1 et λ_2

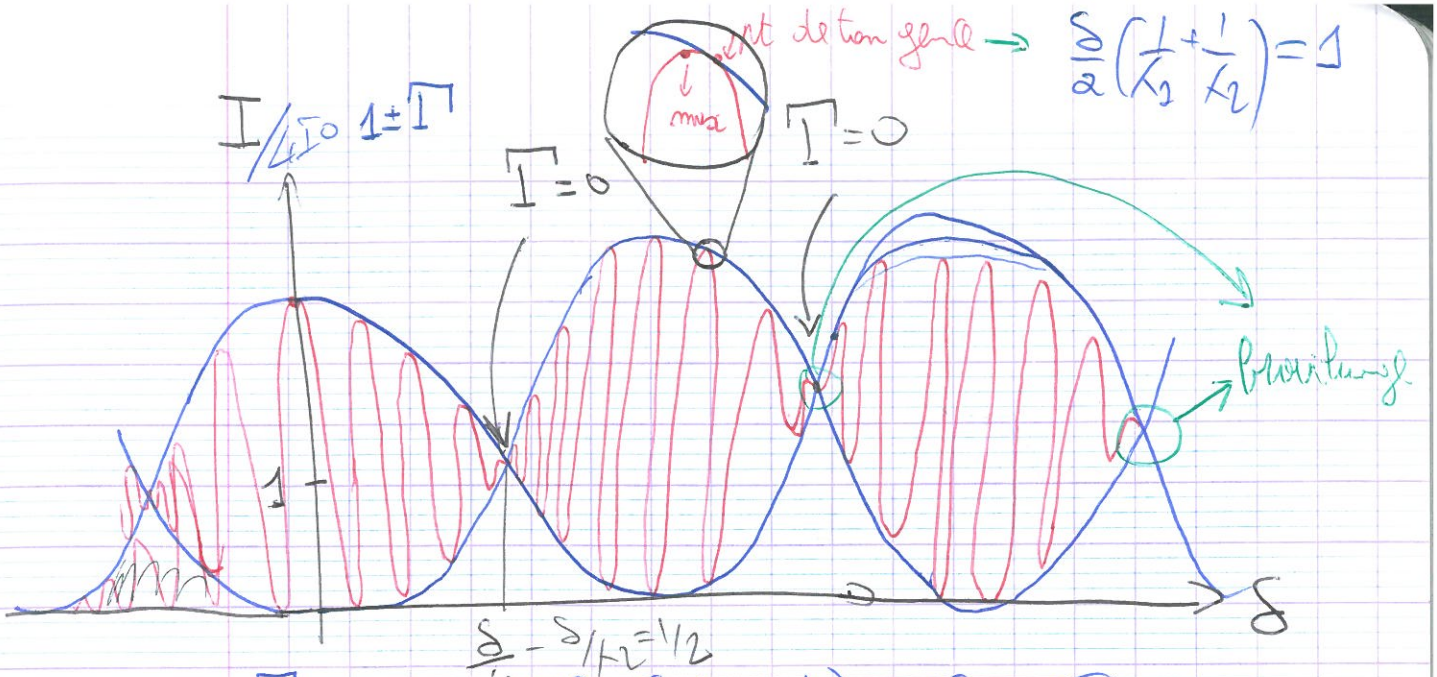


$$I = 4I_0\left(2 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\cos\left(\frac{2\pi\delta}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\right)$$

petit — grand

6- Analyse du résultat

$$I = 4I_0\left(1 + \Gamma\cos\frac{2\pi\delta}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)\right)$$



Cas de Young général → $\frac{\delta}{a}\left(\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}\right)=1$

$\Gamma = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi\delta}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right) = \pi/2 + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$

c) Attention simple de la condition de brouillage

pour les zones où $\Delta p = \frac{p_1}{\lambda_1} - \frac{p_2}{\lambda_2} \sim 1/2 +$ entier

2 ondes de λ proches ⇒ lorsque les maxima + minima sont proches ça brouille

d) Nombre de franges entre deux brouillages consécutifs :

- Les brouillages apparaissent de façon périodique en fonction de Δp
- ~~les fonction~~ les franges lumineuses apparaissent de façon périodique de période en fct de δ

→ N : nombre de franges lumineuses entre 2 brouillages consécutifs = cte

$$N = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}} \times \left(\frac{1}{2\left(\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}\right)}\right)^{-1} = \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2(\lambda_2-\lambda_1)} = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda}$$

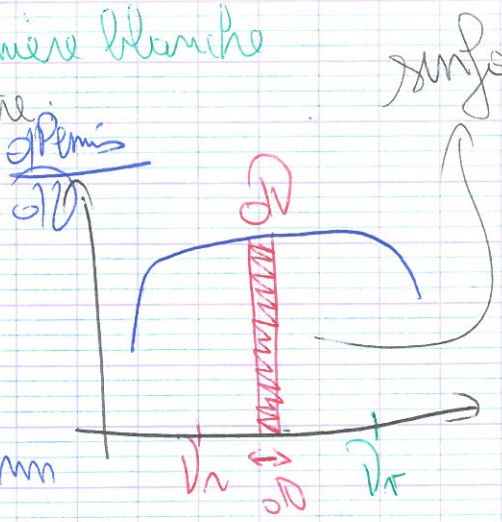
"Chronologie"
↓
Compter les franges
↓
Compter λ

$$N = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda} \sim N_a \; 1000$$

2) Interférences en lumière blanche

a) Lumière blanche, spectre





$\lambda = \frac{c}{\nu}$

$\lambda_{violet} \sim 0{,}4\ \mu m$

$\lambda_{rouge} \sim 0{,}75\ ,\ 0{,}8\ \mu m$

$\Delta\nu$ est comparable à ν

$\Delta\nu\ \tau \sim 1$

τ très petit, $l_c = c\tau$ très petite

comparable à $\lambda \sim 1\ \mu m$

brouillage lorsque $s > l_c$

→ pas d'interférences visibles sans brouillage (avec)

b) Couleurs interférentielles perçues (par exemple avec l'œil : couleurs de Newton)

fréquences $\neq$ → incohérence $\Rightarrow I = \sum dI_\nu$ (contribution de la fréquence ν)

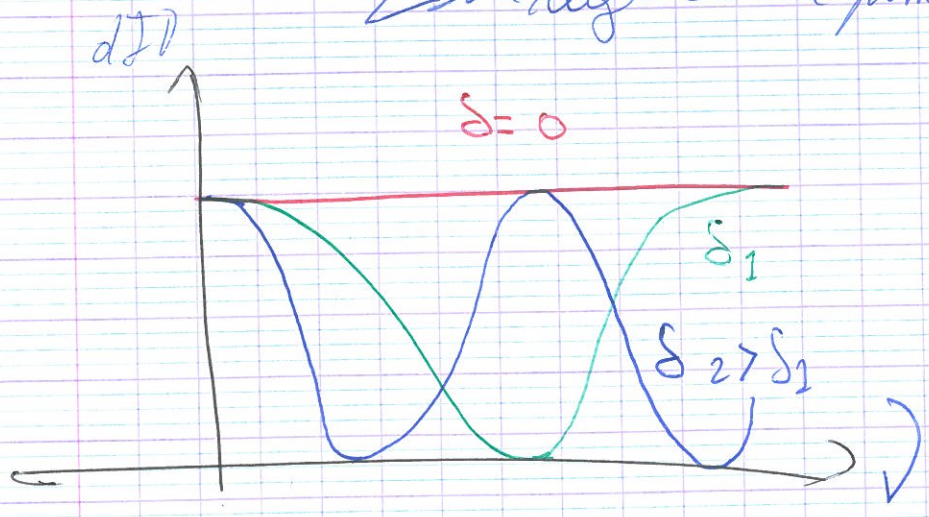
$$dI_\nu = 2K \frac{dP_{émis}}{d\nu}\left(1 + \cos\left(2\pi\frac{s}{\lambda}\right)\right) d\nu$$

Contribution de $[\nu, \nu + \Delta\nu]$

$\frac{dP_{émis}}{d\nu}$ → Constante pour la somme de lumière blanche idéale

$$= K' \underbrace{\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{c}\right)\right)}_{\delta \text{ fixé}} d\nu$$

↳ on regarde un point de l'écran



δ varie à partir de 0

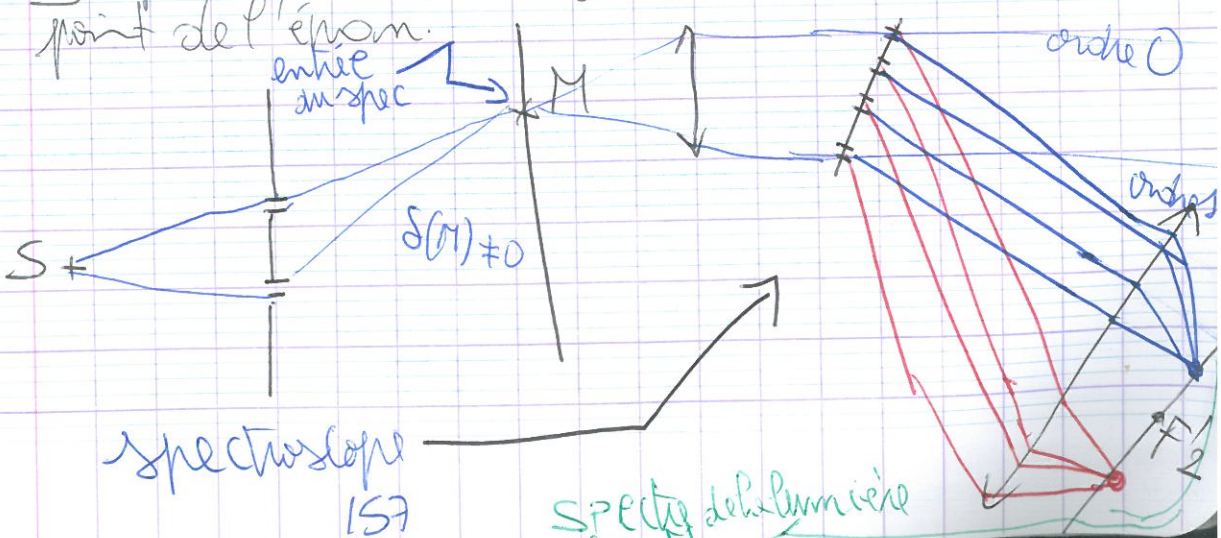
→ couleurs associées de ν où dI/ν est grand

couleur (δ) : couleur de Newton

Couleurs visibles pour $|\delta|$ limité à quelques μm

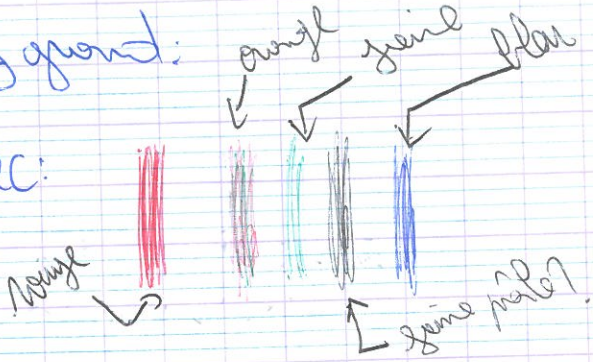
Au delà → "blanc d'ordre supérieur"

Spectre cannelé : analyse de la lumière reçue en un point de l'écran.



Pour S assez grand:

échec du spec:

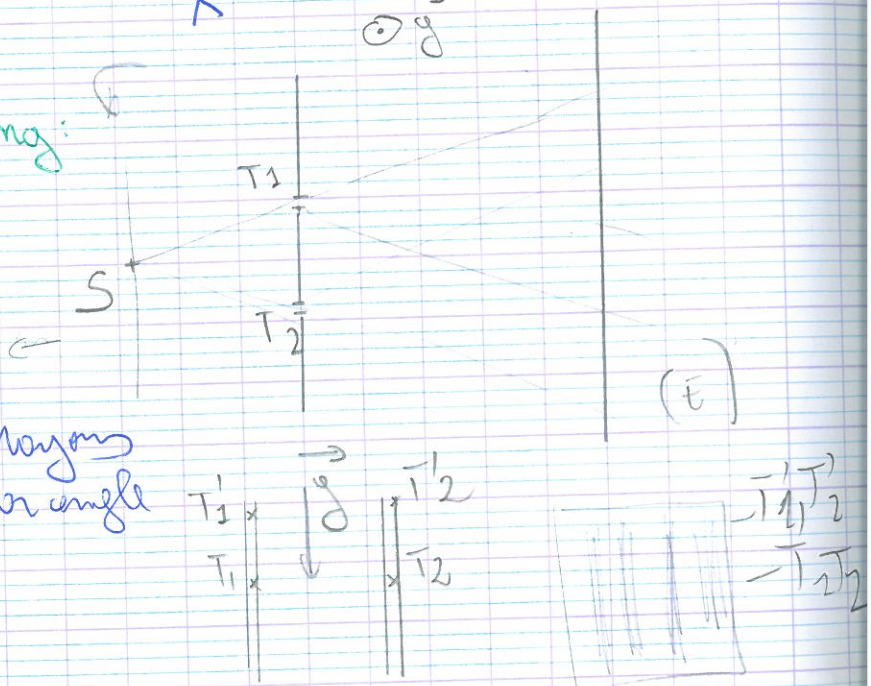


Contraste soudain pour $\frac{\delta}{\lambda}$ = entier $+\frac{1}{2}$

VII Compléments

1) Les fentes de Young:

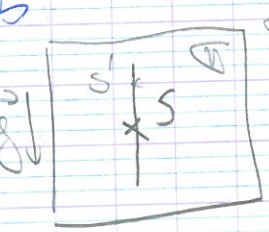
*Source ponctuelle



l'inclinaison des rayons ne change rien car angle négligeable.

*Source étendue // fentes diffractantes

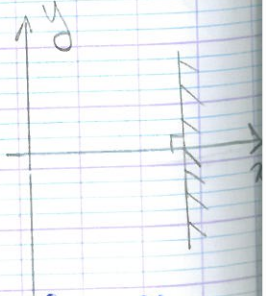
voie d'expérience : source étendue



2) Déphasages non prévisibles par l'optique géométrique

* Réflexion sur un miroir

→ Miroir métallique en incidence normale

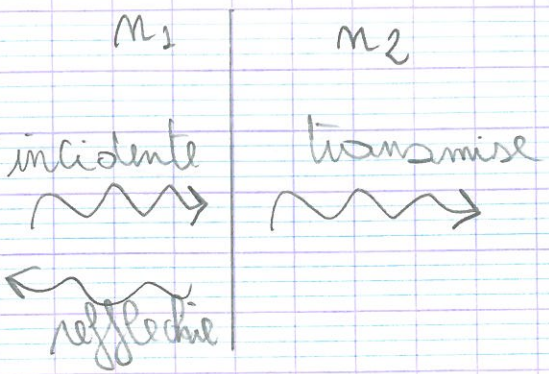


$\vec{E}_{incident} = E_0 \vec{u_y} \cos(kz - \omega t)$

$\vec{E}_{réfléchi} = r E_0 \vec{u_y} \cos(kz + \omega t)$

r = coef de réflexion $\boxed{r = -1}$ → déphasage de π à la réflexion

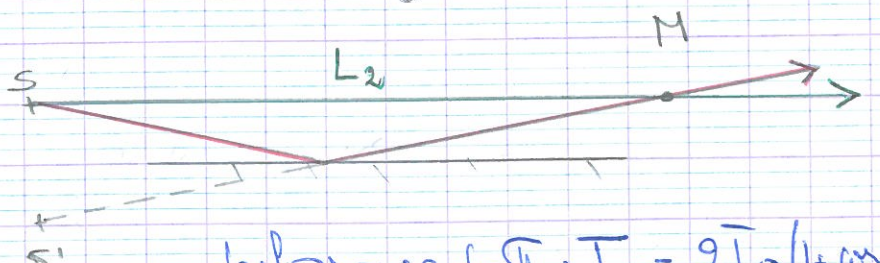
→ dioptre entre 2 milieux transparent (incidence normale)



$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$, exemple : $n_1 = 1$ (air)
$n_2 = 1{,}5$ (verre)
$r = -\frac{0{,}5}{2{,}5} = -0{,}2$

déphasage de π de la réflexion sur un milieu plus réfringent ($n_2 > n_1$)

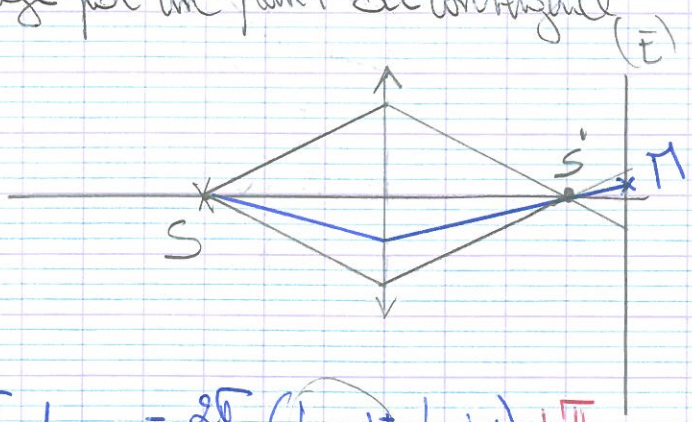
* exemple miroir de Lloyd



déphasage de π : $I_M = 2I_0\left(1 + \cos\left(2\pi\left(\frac{L_2 - L_1}{\lambda_0}\right) + \pi\right)\right)$
$= 2I_0\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta\right)\right)$

$\delta = L_2 - L_1$
⇒ inversion de contraste lumineux

* Passage par un point de convergence

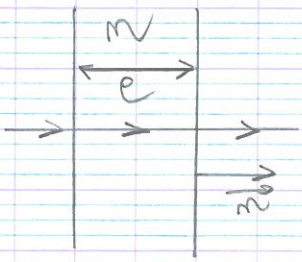


$$\varphi_M = \frac{2\pi}{\lambda_0} L_{SM} = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_{SS'} + L_{S'M}) + \pi$$

Indépendant de M

3) Lame à faces parallèles traversée par un faisceau lumineux:

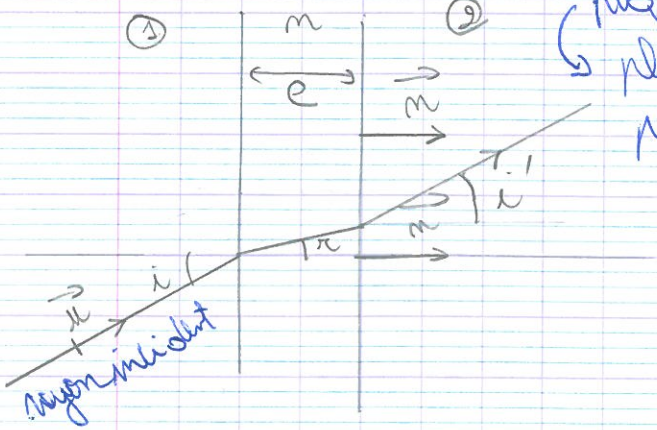
a- Cas de l'incidence normale



$$L_{\text{avec la lame}} = L_{\text{sans la lame}} + ne - n_{air} e$$

$$= L_{\text{sans la lame}} + (n - n_{air}) e$$

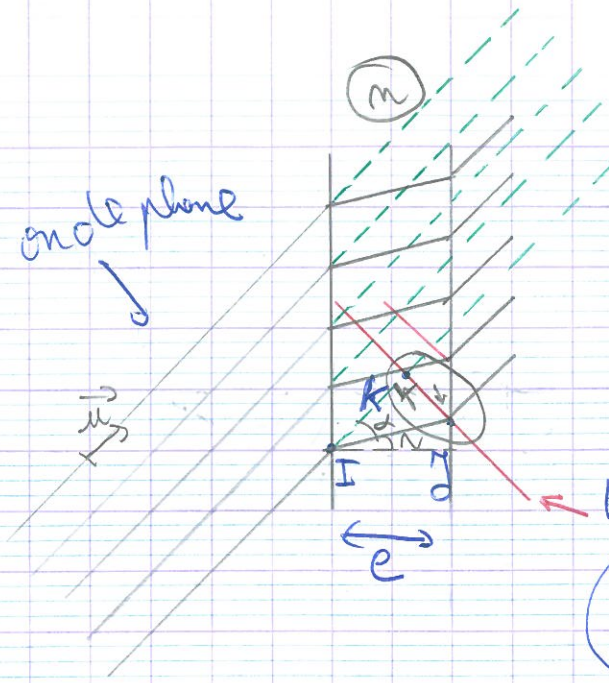
b- Cas de l'incidence oblique:



↳ plan vectoriel $(\vec{u}, \vec{n})$ plan d'incidence
↳ plan du dessin

plan d'incidence = plan de réfraction = plan d'incidence 2e dioptre = plan de réfraction 2e dioptre

Pour simplifier : avec une onde incidente plane



Onde plane de même direction de propagation
$\varphi(M) = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{u} \cdot \overrightarrow{OM}$

tout déphasage acquis ici et restera le même après cette surface (entre onde avec et sans lame)

modification due à la lame : $nIJ - IK$

IJK rectangle : $IJ = \frac{e}{\cos r}$ | $i = \alpha + r$, $\alpha = i - r$

$IK = IJ \cos\alpha$

différence de chemin optique en onde avec et sans lame

$\delta_{sup} = IJ(n - \cos(i-r))$

$= \frac{e}{\cos r}(n - \cos i \cos r - \sin i \sin r)$

~~$\frac{e}{\cos r}(n - \cos\cos$~~ $n \sin^2 r$

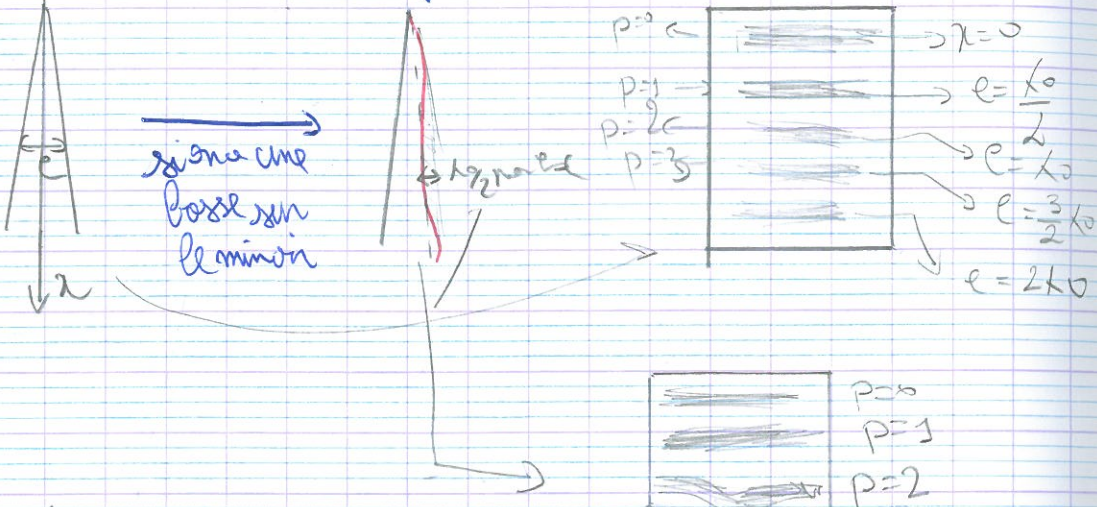
$= \frac{e}{\cos r}(n\cos^2 r - \cos i \cos r)$

$\delta_{sup} = e(n\cos r - \cos i) > 0$ si $n > 1$ (à vérifier)

4) Défaut de surface observable avec un système équivalent à l'interféromètre de michelson en coin d'air

franges d'égales épaisseur (source étendue → localisées au voisinage des miroirs

$\delta \sim 2e$



Application :

