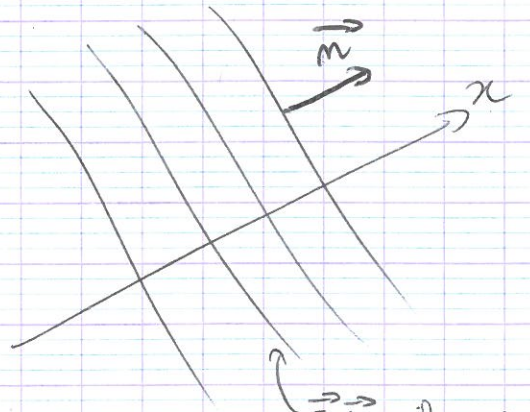
Ondes électromagnétiques dans le vide

(zones de l'espace où $\rho = 0, \vec{j} = \vec{0}$)

I Ondes planes électromagnétiques

1) Définition d'onde plane en sens électromagnétique

$\vec{E}(M,t)$ onde plane si $(\vec{E}, \vec{B})$ est uniforme sur
$\vec{B}(M,t)$ chaque plan d'une famille de plans parallèles → une seule



$\vec{n}$ identique pour tous les plans
Choix des coords cartésiennes tq $\vec{u}_x = \vec{n}$
$\vec{E}(x, \cancel{y}, \cancel{z}, t)$
$\vec{B}(x,t)$
→ on choisit tomber le modèle de charges

2) Les ondes planes électromagnétiques sont transverses

$\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont ⊥ à la direction de propagation

MG : $\operatorname{div} \vec{E} = 0$ $\quad \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\cancel{\partial E_y}}{\cancel{\partial y}} + \frac{\cancel{\partial E_z}}{\cancel{\partial z}}$

donc $\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0$

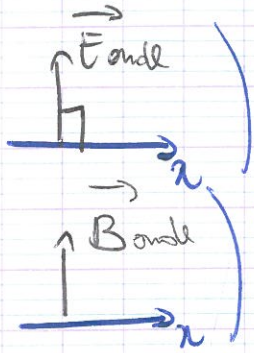
MA : $\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0}$

projection sur l'axe (Ox) : $\frac{\cancel{\partial B_z}}{\cancel{\partial y}} - \frac{\cancel{\partial B_y}}{\cancel{\partial z}} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0$

donc $\frac{\partial E_x}{\partial t} = 0$

→ A un champ uniforme permanent près : $E_x = 0$

de même MF → $B_x = cte$ → $B_x = 0$



onde transverse électrique TE

onde transverse magnétique TM

onde électromagnétique TEM

(espace vide de charge et de courants)

⚠ ne pas toujours dire qu'une onde est plane/transverse etc... Regarder les hypothèses

3) Structure des ondes planes progressives

a) Ondes planes progressives :

$\vec{E}(x,t)$ $\vec{B}(x,t)$ Maxwell → équation d'Alembert unidimensionnelle

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

(résolution)

$$E_y = F_{E_y}(x-ct) + G_{E_y}(x+ct)$$

$$E_z = F_{E_z}(x-ct) + G_{E_z}(x+ct)$$

pareil pour $\vec{B}$

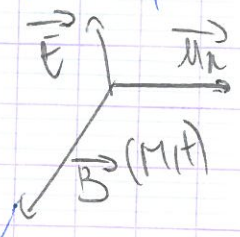
→ onde plane progressive : pas de sens dans le sens x croissant

$\vec{E} = \vec{E}(u)$ $\quad u = x - ct$

$\vec{B} = \vec{B}(u)$

b) Relation de structure d'une onde plane progressive.

* à toute date en un point quelconque M
- $\vec{E}(M,t)$ et $\vec{B}(M,t)$
- $(\vec{u_x}, \vec{E}, \vec{B})$ direct
- $\|\vec{B}(M,t)\| = \frac{\|\vec{E}(M,t)\|}{c}$



$$\vec{B} = \frac{\vec{u_x} \wedge \vec{E}}{c}$$

valable pour une onde plane progressive

c) Démonstration

$E(x-ct) \to \vec{E}(u)$ $\quad u = x - ct$

$$\frac{\partial}{\partial x}\vec{E}(u) = \frac{d\vec{E}}{du} \times 1$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \to \frac{d}{du}$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\vec{E}(u) = \frac{d\vec{E}}{du} \times (-c)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = -c\frac{d}{du}$$

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} = \vec{u_x}\frac{d}{du}$$

Maxwell Faraday.

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{u_x} \wedge \frac{d\vec{E}}{du} - c\frac{d\vec{B}}{dt} = 0$$

$$\frac{d\vec{B}}{du} = \frac{1}{c}\vec{u_x} \wedge \frac{d\vec{E}}{du}$$

$$\vec{B} = \frac{\vec{u_x} \wedge \vec{E}}{c} + \vec{cte}$$

$\frac{\partial}{\partial u}\vec{cte} = 0$ donc ne dépend ni de x ni de t

Ondes électromagnétiques dans le vide (Suite)

Remarque : onde progressive selon x décroissant :

$$\vec{B} = \frac{(-\vec{u_x}) \wedge \vec{E}}{c}$$

I) Aspects énergétiques : Pour une onde plane progressive

a) équipartition d'énergie entre le terme magnétique et le terme électrique :

$$w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

, onde progressive : $B = E/c \Rightarrow \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{E^2}{2\mu_0 c^2}$ ($\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$)

$$= \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$$

→ égalité des termes d'énergie pour $\vec{E}$ et $\vec{B}$ pour tout M et t

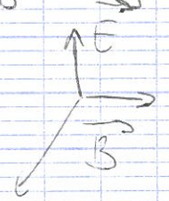
donc $w = \varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$

b) Vecteur de Poynting et propagation d'énergie

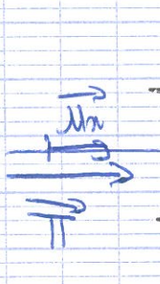
$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

$$= \frac{\vec{u_x} E B}{\mu_0}$$

$$= \frac{\vec{u_x} E^2}{\mu_0 c} = \frac{c \vec{u_x} B^2}{\mu_0}$$



* $\vec{\Pi}$ // à la direction et le sens de la propagation



$$P_\Sigma = \iint_\Sigma \vec{\Pi} \cdot d\vec{\Sigma}$$

$$= S \times \frac{E^2}{\mu_0 c}$$

→ puissance surfacique à travers une section droite $\frac{E^2}{\mu_0 c}$ ($W \cdot m^{-2}$)

Soleil : 1300 W m^{-2} (hors de l'atmosphère) et 1000 W m^{-2} (au niveau du sol)
lorsque $\uparrow$ P

c) "Vitesse de propagation" de l'énergie

énergie | densité volumique : $\omega = \varepsilon_0 E^2$
puissance surfacique $\|\vec{\Pi}\| = \frac{E^2}{\mu_0 c}$

analogie avec | électricité e
charge électrique : $\vec{j} = \rho_m \vec{v} = n q \vec{v}$ (mobile)

$\vec{\Pi} = \omega \vec{v}_{\text{énergie}}$

$$\vec{v}_{\text{énergie}} = \frac{\vec{\Pi}}{\omega} = \vec{u}_x \frac{E^2}{\mu_0 c \varepsilon_0 E^2} = c \vec{u}_x$$

5) Ondes harmoniques (ondes planes progressives)

a) Définitions

$E_y = E_y(x-ct) = E_{0y} \cos(k(x-ct) + \varphi_y)$ si harmonique

$E_y(x-ct)$: fct quelconque

pulsation

pas forcément égales

$E_z = E_{0z} \cos(k(x-ct) + \varphi_z)$

onde harmonique $\Rightarrow$ même constante devant x et t (pour E et B, toutes les composantes)

$k(x-ct) = kx - ckt = kx - \omega t$

$\omega = ck$

$kx = \vec{k} \cdot \overrightarrow{OM}$ | $\vec{k} = k \vec{u}_x$

$\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t$ | $\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

$\vec{k} = k \vec{u}$

onde plane de vect de prop $\vec{u}$

($\vec{k}$ vecteur d'onde
ω pulsation
$\|\vec{k}\| = \frac{\omega}{c}$ (relation de dispersion)

et c période, longueur d'onde, fréq...

b) Emploi des complexes :

Onde réelle $E_y = E_y^0 \cos(kx - \omega t + \varphi)$

→ Onde complexe $\underline{E}_y = \underline{E}_y^0 e^{i(kx-\omega t)}$

$E_y^0 e^{i\varphi_y} = \underline{E}_y^0$: amplitude complexe du champ

$E_y = Re(\underline{E}_y)$

Champ réel $\vec{E}$ vectoriel → champ complexe vectoriel $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}^0 e^{i(kx-\omega t)}$

$= \begin{pmatrix} 0 \\ E_y^0 e^{i\varphi_y} \\ E_z^0 e^{i\varphi_z} \end{pmatrix} e^{i(kx-\omega t)}$

[dans un exercice si $-\omega t + \varphi$ apparaît → $-\omega t$ partout de même pour $+\omega t$

* sens de propagation quelconque $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}^0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)}$

OEMPPM $\vec{E} = Re(\underline{\vec{E}})$

c) Avantage des complexes pour "résoudre" les équations de Maxwell

Plane Est-il possible de trouver des solutions sous forme d'onde progressive harmonique aux équations de Maxwell
on cherche des solutions avec des solutions de la forme complexe $\begin{cases} \underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}^0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)} \\ \underline{\vec{B}} = \underline{\vec{B}}^0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \end{cases}$

a- Simplification des calculs

$\vec{\nabla} = i\vec{k}$ | $e^{i(k_x + k_x y + k_z z - \omega t)}$

$\frac{\partial}{\partial x} \Leftrightarrow ik_x$

$\frac{\partial}{\partial y} \Leftrightarrow ik_y$

$\frac{\partial}{\partial z} \Leftrightarrow ik_z$

b - Démonstration directe (en partant des équations de Maxwell) des connaissances acquises dans les sous parag précédents.

① $\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ $\vec{k}$ $\begin{matrix} \operatorname{div}(\underline{\vec{E}}) = 0 \\ \operatorname{Re}(\underline{\vec{E}}) = 0 \end{matrix}$ $\vec{\nabla} \cdot \underline{\vec{E}} = 0$ $i\vec{k} \cdot \underline{\vec{E}} = 0$

$\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$, $\vec{E} \perp \vec{k} \longrightarrow$ onde transverse TE

$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \Rightarrow$ onde transverse magnétique TM

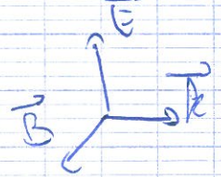
MF : $\underbrace{\operatorname{rot} \underline{\vec{E}}}_{\vec{\nabla} \wedge \vec{E}} + \frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t} = 0$

$i\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}} - i\omega \underline{\vec{B}} = 0$

② : $\omega \in \mathbb{R}$:

$\vec{k} \wedge \vec{E} - \omega \vec{B} = 0$

donc $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$



MA : $\operatorname{rot} \vec{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t} = 0$

$$i\vec{k} \wedge \vec{\tilde{B}} + \varepsilon_0 \mu_0 i\omega \vec{\tilde{E}} = \vec{0}$$

Re() ↳ $$\vec{k} \wedge \vec{B} + \varepsilon_0 \mu_0 \omega \vec{E} = \vec{0}$$

$$\vec{k} \wedge \vec{B} = -\varepsilon_0 \mu_0 \omega \vec{E}$$

$$kB = \varepsilon_0 \mu_0 \omega E$$

donc $\frac{k^2 E}{\omega} = \varepsilon_0 \mu_0 \omega E$ (car $B = \frac{kE}{\omega}$)

donc $k^2 = \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$

donc $k = \pm \frac{\omega}{c}$, $\frac{\omega}{k} = \pm c$

→ on retrouve $k = \frac{\omega}{c}$ donc $B = \frac{E}{c}$ comme avant

$\frac{\omega}{k}$: vitesse de phase de l'onde harmonique étudiée

& on a trouvé des solutions !...

II Polarisation de la lumière :

1) Présentation

Ondes planes progressives dans le vide $\rho = 0$; $\vec{j} = \vec{0}$ → onde transverse $E_z = 0$ | $\vec{B} = \frac{\vec{u_z} \wedge \vec{E}}{c}$

propagation selon $\vec{u_z}$ | a priori $E_x, E_y \neq 0$ | ↓ comme $\vec{E}$ et $\vec{u_z}$ connus

$E_x(3,t)$, $E_y(3,t)$

a priori effet étudier 2 champs scalaires

aspect vectoriel des ondes électromagnétiques ←

2) Etat de polarisation d'une onde plane progressive harmonique

se propage suivant (Oz) | on fixe z et on étudie $\vec{E}$ en fonction du temps

$$E_x = E_x^0 \cos(kz - \omega t + \varphi_x)$$

$$E_y = E_y^0 \cos(kz - \omega t + \varphi_y)$$

on fixe z pour étudier $\vec{E}$

Choix de z : $k_z + \varphi_x = 0$: $E_x = E_x^0 \cos(+\omega t)$

$E_y = E_y^0 \cos(-\omega t + \varphi_y - \varphi_x)$ (φ)

$\cos(\omega t - \varphi)$

3) Décomposition d'une onde plane progressive quelconque en 2 ondes de polarisation rectiligne

2) Description en 2 ondes de polarisation rectiligne

$E_x = F_x(z-ct)$

$E_y = F_y(z-ct)$

$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ E_y \end{pmatrix} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$

$\vec{E_1}$ // $\vec{u_x}$; $\vec{E_2}$ // $\vec{u_y}$

polarisé rectilignement selon le vecteur $\vec{u_x}$

onde plane progressive : $\vec{B} = \vec{u_z} \wedge \vec{E}$

$= \frac{\vec{u_z} \wedge \vec{E_1}}{c} + \frac{\vec{u_z} \wedge \vec{E_2}}{c} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$

polarisé selon $\vec{u_y}$ // $\vec{u_x}$

$(\vec{E_1}, \vec{B_2})$, $\vec{B_1} = \frac{\vec{u_z} \wedge \vec{E_1}}{c}$

↳ c'est une onde électromagnétique plane prog. de polarisation rectiligne.

idem pour $(\vec{E_2}, \vec{B_2})$

donc $(\vec{E}, \vec{B}) = (\vec{E_1}, \vec{B_1}) + (\vec{E_2}, \vec{B_2})$

$(\vec{E_1}, \vec{B_1})$ polarisé selon $\vec{u_x}$; $(\vec{E_2}, \vec{B_2})$ polarisé selon $\vec{u_y}$

b) Aspect énergétique associé à cette décomposition

$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$

$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$

$\vec{\Pi} = (\vec{E_1} + \vec{E_2}) \wedge (\vec{B_1} + \vec{B_2}) = \vec{E_1} \wedge \vec{B_1} + \vec{E_2} \wedge \vec{B_2} + \vec{E_1} \wedge \vec{B_2} + \vec{E_2} \wedge \vec{B_1}$

$\vec{\Pi_1}$; $\vec{\Pi_2}$; $\vec{E_1} \wedge \vec{B_1} + \vec{E_2} \wedge \vec{B_2} = 0$; $\vec{E_1} \wedge \vec{B_2} + \vec{E_2} \wedge \vec{B_1} = 0$

interférences ?

$\vec{B_2} = \frac{\vec{u_z} \wedge \vec{E_2}}{c}$

Structure de l'onde 2 : $\vec{E_2}$, $\vec{E_1}$, $\vec{E_2}$ orthogonaux ; $\vec{B_2}$, $\vec{E_1}$

2 ondes de polarisations rectilignes orthogonales n'interfèrent pas

$I = I_1 + I_2$

c) Décomposition d'une onde plane progressive harmonique en 2 ondes de polarisation circulaires

Onde harmonique décomposable en 2 ondes de ~~polarisation~~ polarisation rectiligne.

$\vec{E_1} = E_1^0 \cos(\omega t - kz) \vec{u_x}$; z fixé

$\vec{E_1} = \vec{E_1^+} + \vec{E_1^-}$; $\vec{E_1^+} / E_1^0$

$E_1^0 \left[\begin{pmatrix} \frac{\cos \omega t}{2} \\ \frac{\sin \omega t}{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\cos \omega t}{2} \\ -\frac{\sin \omega t}{2} \end{pmatrix} \right]$

ω ; x ; ω ; y

$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} = \vec{E_1^+} + \vec{E_1^-} + \vec{E_2^+} + \vec{E_2^-}$

circulaire gauche E^+ ; $\vec{E}$: circulaire droite

3) Emploi de ces décompositions

$O = O_1 + O_2$

onde incidente → [ ] → onde harmonique $= F(O)$

↓ système optique conservant sinusoïde ou le système linéaire

$F(O) = F(O_1) + F(O_2)$

simple ? simple ?

4) Production et analyse de lumière polarisation rectiligne

a) Lame ou feuille polarisante

→ feuille transparente anisotrope

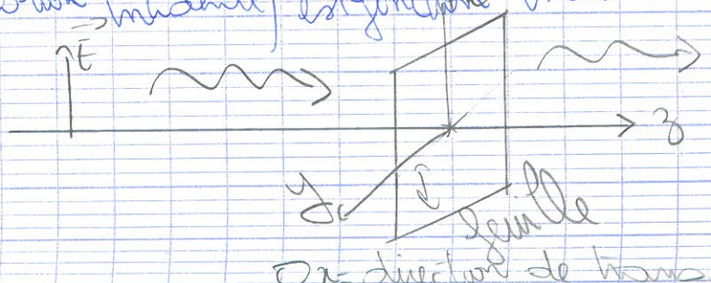
anisotropie d'absorption



* si $\vec{E}$ d'une onde incidente // direction de transmission alors l'onde traverse sans être absorbée

* si $\vec{E}_{\text{onde incidente}}$ ⊥ direction de transmission, alors l'onde est absorbée (ou réfléchie)

* milieu linéaire : l'onde transmise (quelle que soit la polarisation incidente) est fonction linéaire de l'onde incidente

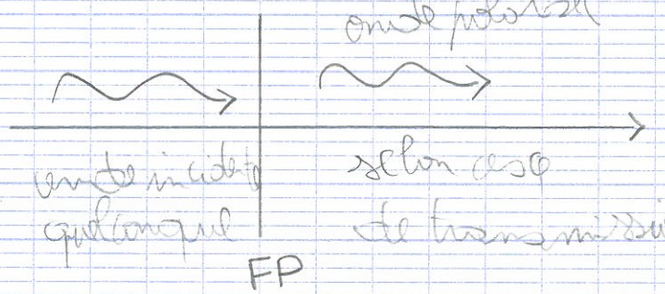


$$\vec{E}_{\text{incident}} = \begin{pmatrix} E_x^\circ \cos(kz - \omega t + \varphi_x) \\ E_y^\circ \cos(kz - \omega t + \varphi_y) \end{pmatrix}$$

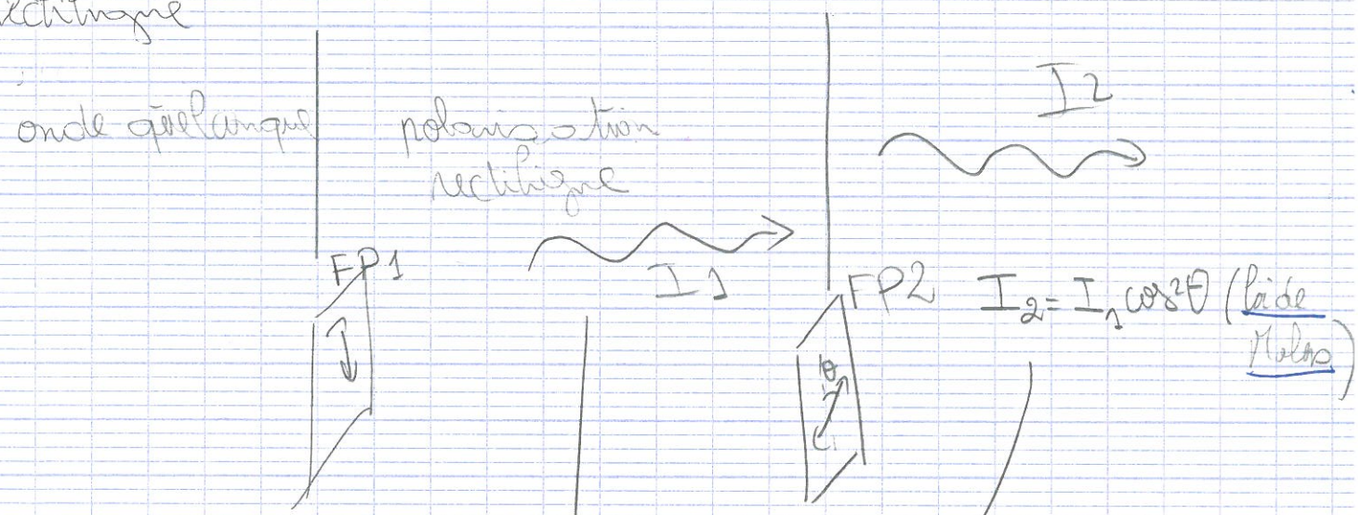
$$\vec{E}_{transmise} = \begin{pmatrix} E_x \cos(kz - \omega t + \varphi_{incident} + \varphi_{transmission}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\sim \vec{t}_{transmise} = \left(\vec{u}_x \cdot \vec{E}_{incident} + \varphi_{transmission}\right) \vec{u}_x$$

b) Production d'une lumière de polarisation rectiligne
On intercale une feuille polarisante sur le trajet d'une onde quelconque



c) Action d'une feuille polarisante sur une onde de polarisation rectiligne



$I_2 = I_1 \cos^2\theta$ (loi de Malus)



$$\vec{E}_1 = E(3,H)\,\vec{u}_1$$

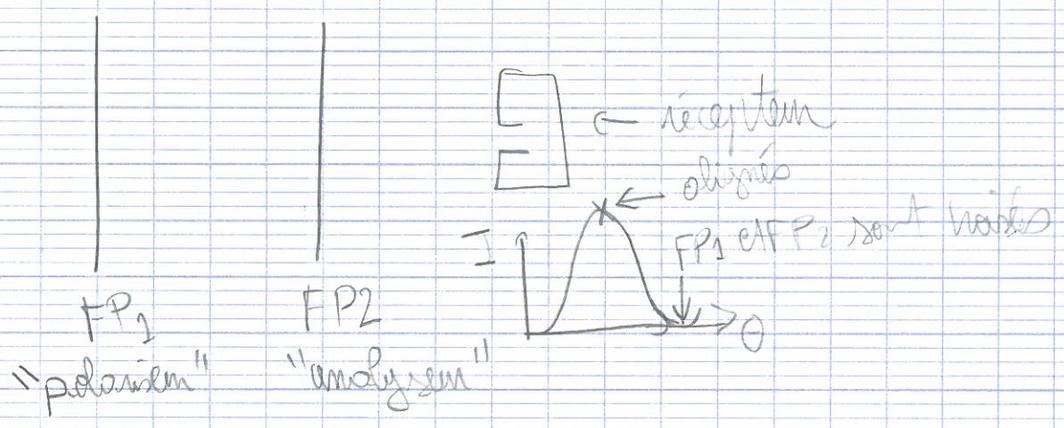
$$\vec{E}_2 = \left(E_1\,\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2\right)\vec{u}_2 = E_1 \cos\theta\,\vec{u}_2$$

$$\rightarrow I_1 \propto \|\vec{\Pi}_1\| = \frac{EB}{\mu_0} = \frac{E_1^2}{N_0 C}$$

$$I_2 \propto \|\vec{\Pi}_2\| = \frac{1}{\mu C} E_2^2 \Big\} \rightarrow I_2 = \cos^2\theta\, I_1$$

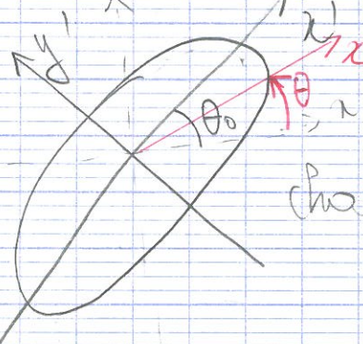
d) Analyse de la polarisation d'une onde de polarisation rectiligne inconnue

(H) * FP1 a un axe de transmission de direction inconnue
* FP_2 : on connait sa direction de transmission



e) Analyse de lumière de polarisation elliptique

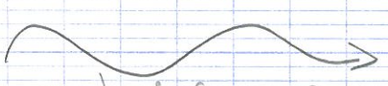
(H) onde monochromatique parfaite $\begin{cases} E_x = E^\circ_x \cos(kz - \omega t + \varphi_x) \\ E_y = E^\circ_y \cos(kz - \omega t + \varphi_y) \end{cases}$



changement d'axes

(E°_0 inconnue
$E^\circ_{x'}$ inconnue
$E^\circ_{y'}$ inconnue

à z fixé $E_{x'} = E^\circ_{x'} \cos \omega t$ $(-\varphi_0)$
$E_{y'} = \pm E^\circ_{y'} \sin(\omega t)$ $(-\varphi_0)$



$I_{transmis} = f(\theta)$

FP dont l'axe de transmission est connu
axe de transmission x_t

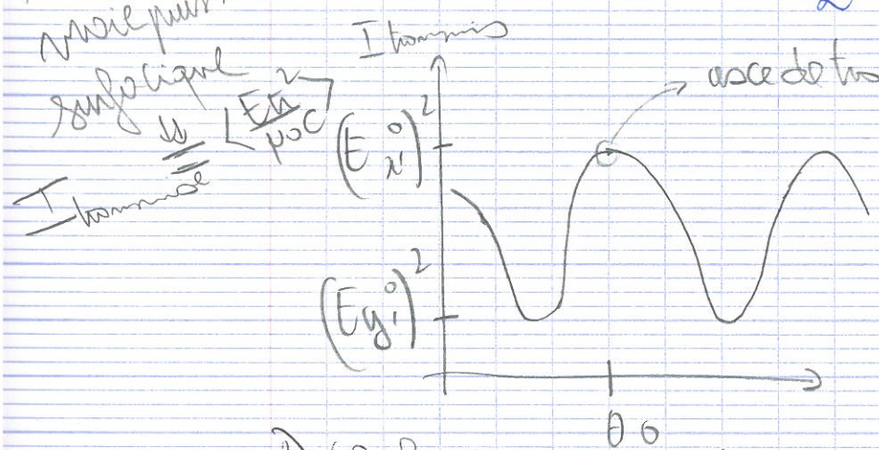
projection $\vec{E}_{transmis} = \vec{u}\left(E_{x'}\cos(\theta_0-\theta) - E_{y'}\sin(\theta_0-\theta)\right)$

$I_{transmise} \propto \langle (E_{transmis})^2 \rangle = \langle E_{x'}^2 \rangle \cos^2(\theta_0-\theta) + \langle E_{y'}^2 \rangle \sin^2(\theta_0-\theta) - 2\langle E_{x'}E_{y'} \rangle \cos(\theta_0-\theta)\sin(\theta_0-\theta)$

$\frac{1}{2}E_{x'}^{0\,2}$; $\frac{1}{2}E_{y'}^{0\,2}$; 0

si l'appareil mesure la moyenne surfacique $\frac{E^2}{\mu_0 c}$ = $I_{transmise}$

donc $I_{transmise} \propto \frac{1}{2}\left[E_{y'}^{0\,2} + \cos^2(\theta_0-\theta)\left(E_{x'}^{0\,2} - E_{y'}^{0\,2}\right)\right]$



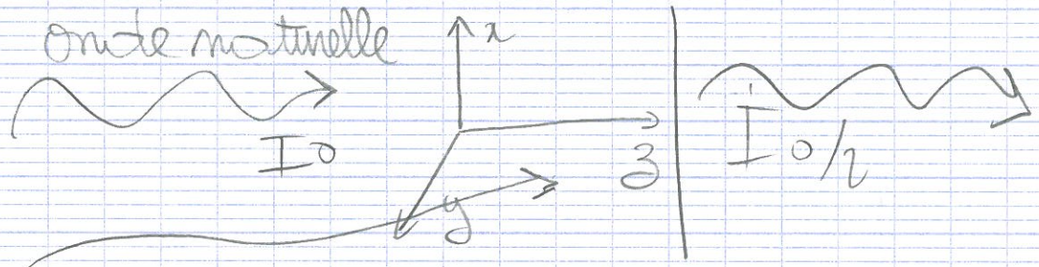
axe de transmission polariseur pointe la direction du grand axe

$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \left(\frac{E^0_{x'}}{E^0_{y'}}\right)^2$

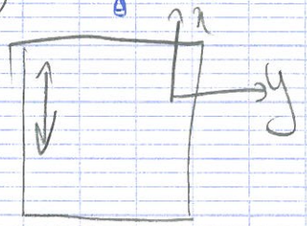
→ on peut trouver θ_0

2) La lumière naturelle

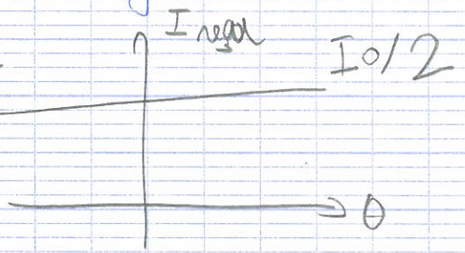
La lumière naturelle est une succession de paquets d'ondes aléatoire en phase (φ_x et φ_y sont des variables aléatoires indépendantes)



E_x, E_y en moyenne même (module)^2 avec déphasages aléatoires

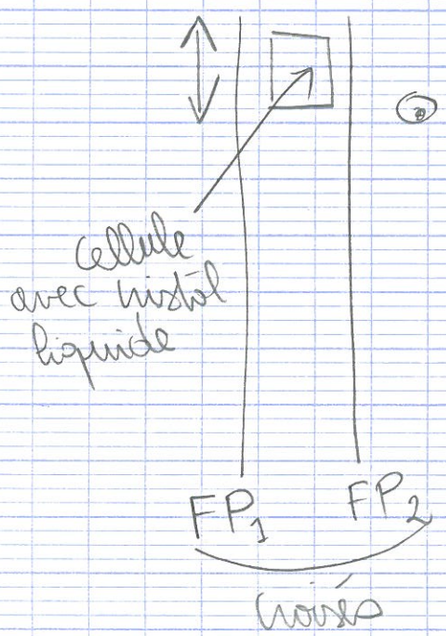


$\underbrace{E^2}_{transmis} = E_x^2 + E_y^2$



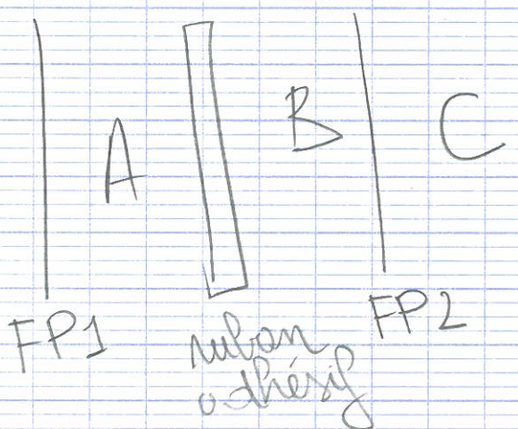
5) Applications

a) Affichages à cristaux liquides



b) Cinéma en relief

c) Interférences en lumière polarisée



$$\vec{E_A} = \vec{\mu}\left(E_0 \cos\omega t\right)$$

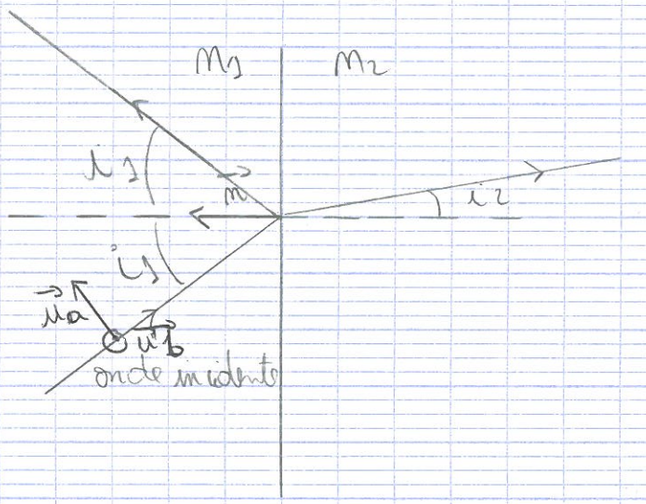
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\vec{\mu_1}+\vec{\mu_2}\right) E_0 \cos\omega t$$

$$\vec{E}_B = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\left(\vec{\mu_1}\cos(\omega t-\varphi_1) + \vec{\mu_2}\cos(\omega t-\varphi_2)\right)$$

$$\vec{E_c} = E_0/2 \left(\cos(\omega t - \varphi_1) + \cos(\omega t - \varphi_2) \right) \vec{u}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_1 - n_2) e$$

d. Incidence de Brewster :



$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

plan du dessin : plan d'incidence

$$\vec{E_1} = \vec{E_{1//}} + \vec{E_{1\perp}}$$

$$\vec{E'_{1\,\text{reflechi}}} = \vec{E'_{1//}} + \vec{E'_{1\perp}}$$

$$= E'_{1//} \vec{u}_{A'}$$

on peut démontrer $\rightarrow E'_{1//} = r_{//} E_{1//}$

↳ coef de réflexion pour une onde parallèle au plan d'incidence

$$\vec{E'_{1\perp}} = r_\perp \vec{E_{1\perp}}$$

résultat : $r_{//} = \dfrac{n_1 \cos i_2 - n_2 \cos i_1}{n_1 \cos i_2 + n_2 \cos i_1}$

$$r_\perp = \frac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2}$$

est ce possible d'avoir $r_{//} = 0$? : $\begin{cases} n_1 \cos i_2 = n_2 \cos i_1 \\ n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \end{cases}$

$\dfrac{\cos i_2}{\sin i_1} = \dfrac{\cos i_1}{\sin i_2} \Rightarrow \sin i_2 \cos i_2 = \sin i_1 \cos i_1$

$\sin 2i_1 = \sin(2i_2)$

$\Rightarrow 2i_1 = 2i_2$ pas possible.

ou $2i_1 + 2i_2 = \pi$

donc $i_1 + i_2 = \pi/2$ cond nécessaire

$\arctan\left(\frac{1}{n_1}\right) \simeq \arctan(\pi/6) + \frac{1}{2} \cdot 1{,}33 \simeq 1{,}065$
$= 1{,}65$ rad

reportant dans l'éq : $\begin{cases} n_1 \sin i_1 = n_2 \cos i_2 \\ n_1 \sin i_2 = n_2 \cos i_1 \end{cases}$

donc $\tan i_1 = \frac{n_2}{n_1}$

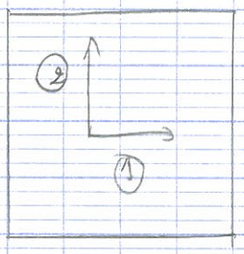
Solution unique $\begin{cases} i_1 = \arctan \frac{n_2}{n_1} \\ i_2 = \arctan\left(\frac{n_1}{n_2}\right) \end{cases}$ → angle de Brewster

$n_1 = 0$? : nul si $\begin{cases} n_1 \cos i_1 = n_2 \cos i_2 \\ n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \end{cases}$

$\Rightarrow \tan(i_1) = \tan(i_2) \longrightarrow i_1 = i_2$

→ On envoie une onde quelconque avec
$i_1 = i_B$
incidence de Brewster
onde réfléchie $E'_1 = 0$
→ $\vec{E}'_1$ réfléchie $\parallel \vec{u}'_B$
$\perp$ plan d'incidence

(e) Lame quart d'onde (Remède 4)
* lame biréfringente :
(feuille anisotrope
ne dépend de la direction de $\vec{E}$



si $n_1 > n_2$
Le ① accélère, ② est rapide
Milieu linéaire.

(H) Onde incidente (incidence normale)

$\vec{E}_{incident} \parallel$ ① $\Rightarrow \vec{E}_{transmis} \parallel$ ① avec déformation propagation à travers feuille à $\frac{\lambda}{4}$

IV

(H) $E_{incidente} // \mathcal{E} \Rightarrow E_{transmis} // \mathcal{E}$: c/n_2

(H) onde harmonique :

retard de phase pour ① $\frac{2\pi}{\lambda_0} \times (n_1 - 1)\, e$

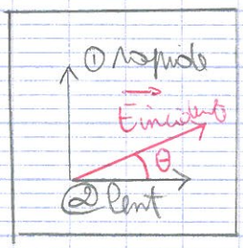
pour ② $\frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 - 1)\, e$

↳ retard de phase relatif : l'un par rapport à l'autre $\frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 - n_1)\, e$

→ lame $\lambda/4$ $\frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 - n_1)\, e = \pi/2$

lame $\lambda/4$ pour une certaine fréq

usage :



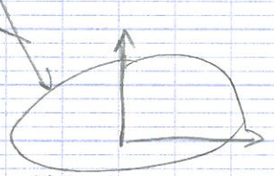
$\vec{E}_{incident} = E_0 \cos\omega t\, \vec{u_x} = E_0 \cos\omega t (\cos\theta \vec{u_x} + \sin\theta \vec{u_y})$

onde incidente monochromatique de polarisation rectiligne

$\vec{E}_{transmis} = \cos\theta\, E_0 \cos(\omega t' - \pi/2)\, \vec{u_x} + E_0 \sin\theta \sin(\omega t)\, \vec{u_y}$

t' (retard du rapide)

* inversement : onde incidente de polarisation



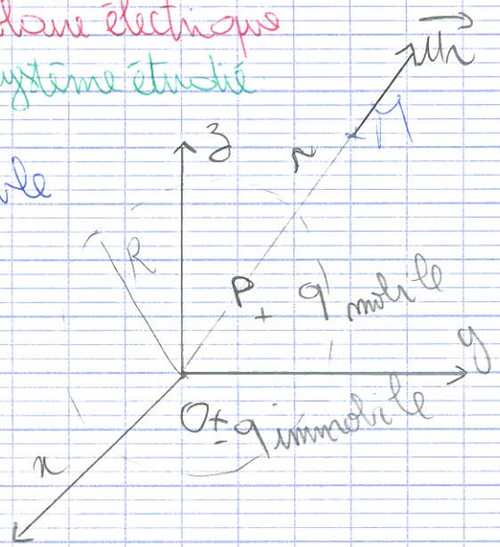
elliptique avec axes // axe lent ou axe rapide de la lame $\lambda/4$

circulaire si $\theta = \pi/4$

circulaire gauche $\pi/2$ + ou −

III Création d'une électromagnétique quasi-plane : rayonnement dipolaire électrique

1) Système étudié



double

q placée en P est mobile au voisinage de O (distance limitée à R)

on étudie $(\vec{E}, \vec{B})$ en M tq $OM \gg C\,t \gg R$ (2) (1)

t : durée caractéristique associée au mouvement de la charge mobile + q

(1) * $v \ll c$: on réécrit $\frac{R}{T} \ll c$

$\frac{1}{T}$: ordre de grandeur de la vitesse

→ * R très petit : approx dipolaire possible

$\vec{p} = q\vec{OP}$, $\vec{p}(t) = q\vec{OP}(t)$ ← variable

donc $\boxed{\dot{\vec{p}}(t) = q\vec{a}(t)}$

(2) M est ~~situé~~ dans la zone de rayonnement si $OM \ll CT$ ~~: zone statique~~

2) Champ électromagnétique rayonné : la zone de rayonnement

$$\boxed{\vec{B}(M,t) \simeq \frac{\mu_0 q}{4\pi r c}\,\vec{a}(t - r/c) \wedge \vec{u_r} \qquad \vec{E}(M,t) \simeq \frac{\mu_0 q}{4\pi r}\left(\vec{a}(t - r/c) \wedge \vec{u_r}\right) \wedge \vec{u_r}}$$

formules admises en général voir dessin ci-dessus pour $r, \vec{u_r}$

à connaître

3) Commentaires

a) Dépendance en $1/r$ | * développement limité en puissances de $1/r$
* lié à la conservation de l'énergie (voir plus tard)

b) Dépendance en $\vec{a}(t-r/c)$.

→ propagation radiale à la vitesse c : $\vec{a}\left(t+\Delta t - \frac{r+\Delta r}{c}\right) = \vec{a}(t-r/c)$

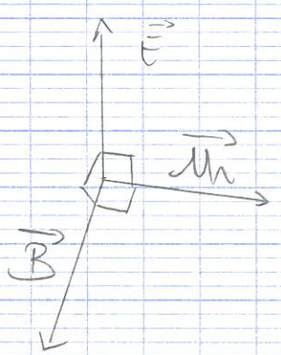
à condition que $\Delta t = \frac{\Delta r}{c}$

→ mais avec atténuation correspondant à une dépendance en $1/r$

c) Onde transverse $(\perp \vec{u_r})$

d) Structure de l'onde : $\vec{E} = (\vec{B} \wedge \vec{u_r}) \times c$

$\|\vec{E}\| = c\|\vec{B}\|$



identique à la structure d'une onde plane progressive.

e) Notion d'onde quasi-plane :

onde presque plane : il y a dépendance en θ (donc pas seulement en r)

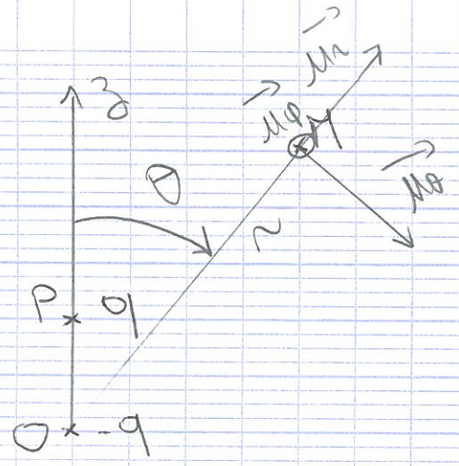
→ "onde sphérique" que

Cependant on peut considérer la courbure est négligeable pour r assez grand, il y aura donc dépendance que en r et donc quasiment une onde plane



le champ ne dépend que de $\vec{u_r}$ (pas de $\vec{r}$ et $\vec{\theta}$)

4) Cas particulier d'une particule en mouvement sur l'axe Oz



② expression de $\vec{E}$, $\vec{B}$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q}{4\pi r} a(t - r/c)\, \vec{u_\varphi} \sin\theta$$

$$\vec{E} = \frac{\mu_0 q}{4\pi r} a(t - r/c) \sin\theta\, \vec{u_\theta}$$

⑥ Polarisation :

M fixé, t quelconque $\vec{E} \parallel \vec{u_\theta}$ (fixé)

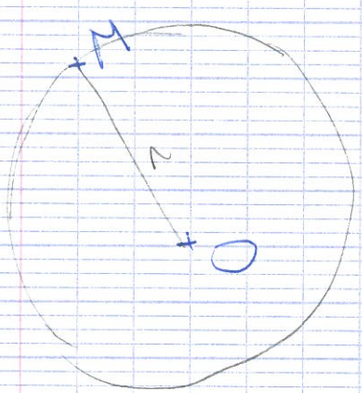
→ onde de polarisation rectiligne.

⑥ Symétries :

Causes : charges −q, q | Le plan (Oz, M) est un plan de symétrie
mouvement des charges

→ plan de symétrie pour $\vec{E}$
→ plan d'antisymétrie pour $\vec{B}$
} OK, cohérent.

5) Aspects énergétiques (cas d'un mouvement quelconque)



on fixe | t
r

$\vec{a}(t - \frac{r}{c})$ fixée

Choisi $(Oz) \parallel \vec{a}(t - r/c)$ (que pour tel r)

④ Vecteur de Poynting :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \vec{u_r} \cdot \frac{\mu_0 q^2}{(4\pi r)^2 c} \left(a(t - r/c)\right)^2 \sin^2\theta$$

⑥ Commentaires :

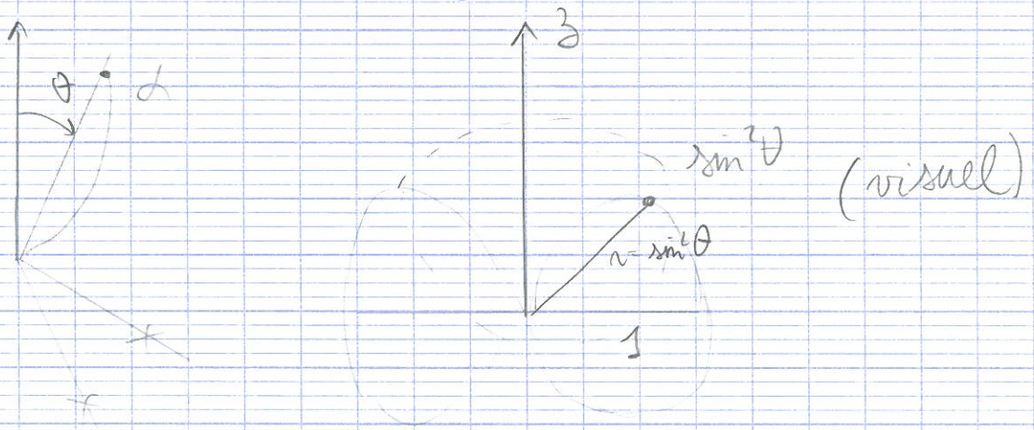
$\vec{\Pi} \parallel \vec{u_r}$: propagation radiale de l'énergie

$\sin^2\theta$ → Puissance surfacique $\propto \sin^2\alpha$: non isotrope : répartition d'énergie non uniforme

Pas d'émission dans la direction $\theta = 0$ ou π

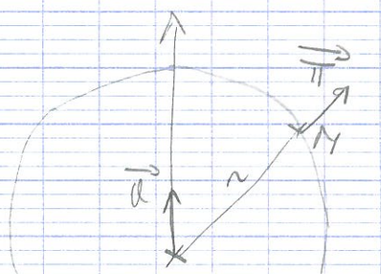
→ Pas d'émission dans la direction de $\vec{p}$ (de $\vec{a}$)

c) Diagramme polaire de rayonnement
Indicatrice polaire de rayonnement



d) Puissance totale émise :

$$\vec{\Pi} = \frac{\mu_0 q^2}{(4\pi r)^2 c} a^2(t - r/c) \sin^2\theta \, \vec{u}_r$$



(H) (t fixé, r fixé → choix de l'axe $Oz \parallel \vec{a}(t - r/c)$

$$P_{totale} = \oiint_{sphère} \vec{\Pi} \, d\vec{\Sigma} = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{\mu_0 q^2}{(4\pi r)^2 c} a^2(t - r/c) \sin^2\theta \, r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

($r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, \vec{u}_r$: élément de surface)

$$= \frac{\mu_0 q^2}{(4\pi r)^2 c} a^2(t - r/c) \, r^2 \, 2\pi \int_0^{\pi} \sin^3\theta \, d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 q^2}{(4\pi r)^2 c} a^2(t - r/c) \, r^2 \int_0^{\pi} -(1 - \cos^2\theta) \cos\theta \, d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 q^2}{(4\pi r)^2} a^2(t - r/c) \, 2\pi r^2 \left[-\cos\theta + \frac{\cos^3\theta}{3} \right]_0^{\pi}$$

$$= \frac{1}{3}\frac{\mu_0 q^2}{(4\pi r)^2} a^2(t-r/c)\, 2\pi r^2$$

$$= \frac{2}{3}\frac{\mu_0 q^2}{4\pi c} a^2(t-r/c) = \frac{2}{3}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 c^3} a^2((t-r/c)) = P_{\text{totale rayonnée}}$$

→ formule de Larmor

↳ pas de dépendance en r à part le fait que l'accélération apparaît à l'instant $t-r/c$

si on remplace $t \leftarrow t+\Delta t$, $r \leftarrow r - c\Delta t$

$$P(t+\Delta t, r+c\Delta t) = P(t,r)$$

→ même puissance à travers différentes sphères
↳ pas d'énergie conservée sans accumulation

ⓒ Remarque : on a pris pour hypothèse que $\vec{a}$ est de direction constante : le choix de Oz dépend de t dans le cas où $\vec{a}(t)$ a une direction constante

ⓓ Cas particulier : oscillations harmoniques d'une charge selon l'axe Oz :



$z = z_0 \cos\omega t$

validité du modèle utilisé

$R \ll cT \ll r$ | $z_0 \ll \lambda \ll r$

cT : durée caractéristique → période $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$cT = \lambda$ → notations on ne sait pas si c'est le λ de l'onde

$$\vec{E} = \frac{\mu_0 q}{4\pi r} a(t - r/c) \sin\theta \vec{u_\theta}$$

$$a = \frac{d^2 z}{dt^2} = -\omega^2 z_0 \cos\omega t$$

donc $\vec{E} = \frac{\mu_0 q}{4\pi r} \times (-\omega^2) z_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega r}{c}\right) \sin\theta \vec{u_\theta}$

↳ c'est une onde harmonique de pulsation ω.
elle est polarisée rectilignement.

On applique la formule de Larmor:

$$P_{totale} = \frac{2}{3} \frac{k_0 q^2}{4\pi c^3 \varepsilon_0} a^2(t - r/c) = \frac{2}{3} \frac{q^2 \omega^4}{4\pi \varepsilon_0 c^3} z_0^2 \cos^2(\omega(t - r/c))$$

$$\boxed{\langle P_{totale} \rangle = \frac{1}{3} \frac{q^2 \omega^4 z_0^2}{4\pi \varepsilon_0 c^3}}$$

rappel: $\vec{p} = q z_0 \cos\omega t \vec{u_z}$
$= p_0 \cos\omega t \vec{u_z}$
dipôle oscillant, $p_0 = q z_0$

donc on peut écrire $P_{totale} = \frac{1}{3} \frac{p_0^2 \omega^4}{4\pi \varepsilon_0 c^3}$

3) Applications:

a) toute particule chargée accélérée rayonne (et donc de rayonnement électromag)

$\vec{a} \neq \vec{0}$: peut être freinée.

exc: $\vec{v} = cte$: 

$\vec{v} \neq \vec{0}$: rayonnement synchrotron
Pensez $\neq 0$

→ Rayonnement de freinage

b) Les antennes radio:

$\sum_{\text{particules de } d\ell} q_i \vec{v}_i = i\, d\vec{\ell}$

$\lambda_i(t)$ — I — $d\ell$

1 particule $\vec{E}_i \propto q_i \vec{a}_i$; $\vec{a}_i$ peut dépendre du temp $\frac{\partial i}{\partial t}$

$d\vec{E} \propto \sum_{i \in d\ell} q_i \vec{a}_i = \frac{\partial i}{\partial t} d\vec{\ell}$

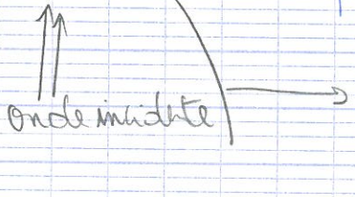
$d\vec{B}_{\text{réémis par } d\ell} = \frac{\mu_0}{4\pi c} \frac{\partial i}{\partial t}(t - r/c)\, d\vec{\ell} \wedge \vec{u}_r$

↳ $\frac{\partial i}{\partial t}$: à point de l'atome fixé (n'intégrant pas le temps)

3) Atmosphère terrestre : diffusion de la lumière

* Couleur bleue du ciel

1 molécule éclairée par une onde



$\Leftrightarrow$ $\vec{p}$ (dipôle) : déplacement des e^- par rapport aux p^+

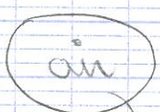
$\vec{F}^+$ et $\vec{F}^-$ oscillantes

$\Rightarrow$ $\vec{p}$ oscillant

$\Rightarrow$ rayonnement dipolaire diffusé par la molécule

ciel — molécules de l'air :





différence avec les ondes complexes : P_0 peut dépendre de ω : possibilité de différencier une autre couleur

$\langle P_{\text{monochromatique}} \rangle \propto P_0^2 \omega^4$ (cf. page précédente)

amplitude d'oscillation du dipôle

(+) P_0 à peu près indépendant de la fréquence

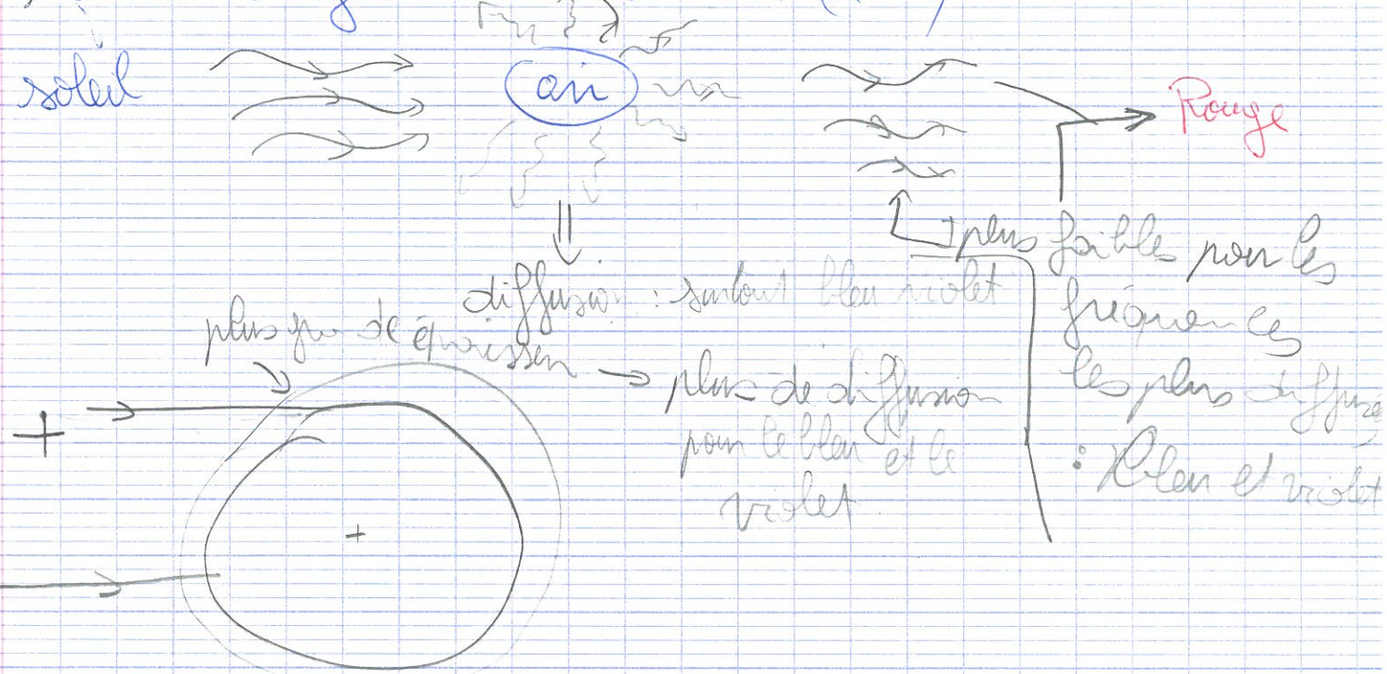
→ pour le violet ω^4 16 fois plus grand que pour le rouge
↳ couleur bleue du ciel (pas violet pck : violet + bleu + ind → Noyens)

Tout ce qui précède est valable si on est loin de la résonance

la condition pour une molécule en A vérifiée $R \ll \lambda \ll L$
dans l'air 10^{-9} m 10^{-6} m 1 km

⟶ diffusion de Rayleigh

* Couleur rouge du soleil couchant (ou lever)

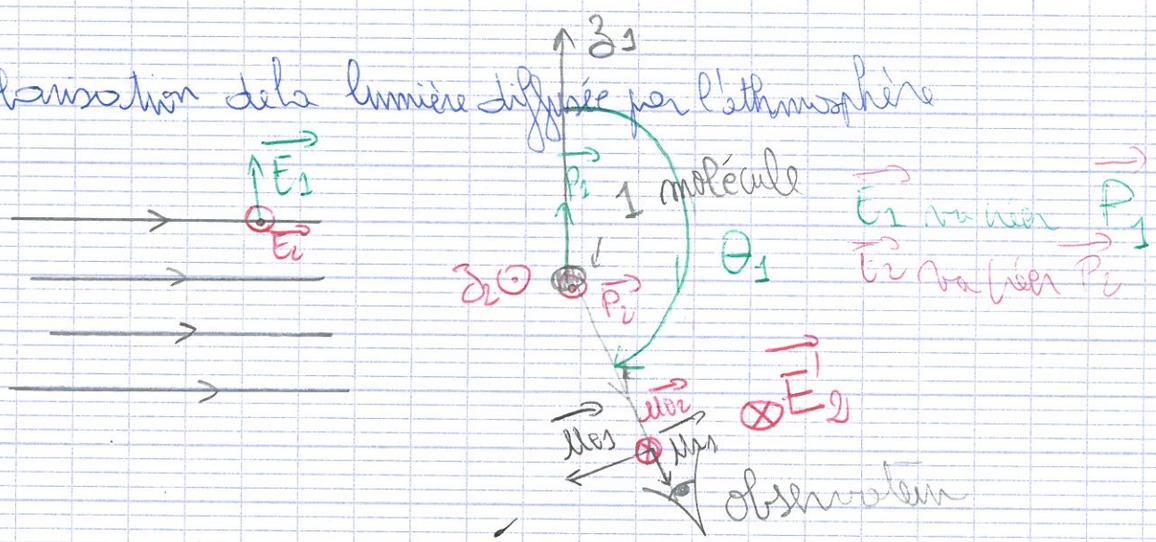


* Présence de gouttes d'eau dans l'air (nuages)

goutte d'eau
↳ (R) $R = 10^{-5}$ m ou plus
~~<<~~ la diffusion de Rayleigh ne s'applique pas pour les gouttes d'eau

⟶ diffusion de Mie P_r indépendant de ω / pas de bleu donc

* Polarisation de la lumière diffusée par l'atmosphère



(H) la molécule a une réponse linéaire (cf formule)

$\vec{E_1} \to \vec{p_1} \to \vec{E'_1}$ polarisé rayonné $\vec{E'_1} \parallel \vec{u_{\theta_1}}$ $\|\vec{E'_2}\| \propto \sin\theta_1$

$\vec{E_2} \to \vec{p_2} \to \vec{E'_2}$ polarisé $\vec{E'_2} \parallel \vec{u_{\theta_2}}$ $\theta_2 = \pi/2$

$\|\vec{E'_2}\| \propto \sin\theta_2 = 1$

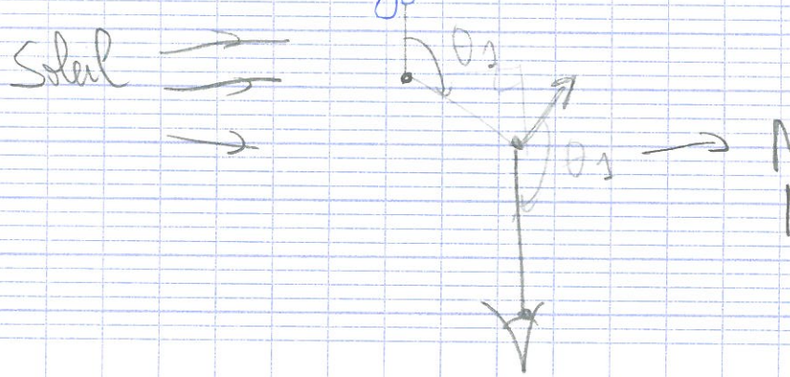
partiellement polarisée :

$\sin\theta_1 < 1$ → dominante $\vec{E'_2}$ // normale au plan défini par direction du soleil et direction d'observation

→ parfaitement polarisée pour $\theta_1 = \pi/2$

⇔ observer le ciel à la direction $\pi/2$ par rapport à celle du soleil

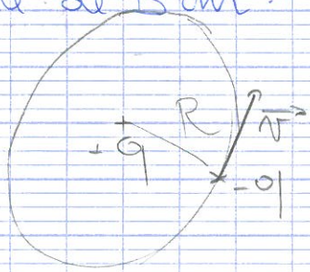
* En réalité : diffusions multiples



→ polarisation non parfaite.

I) Stabilité de la matière :

modèle : atome de Bohr :



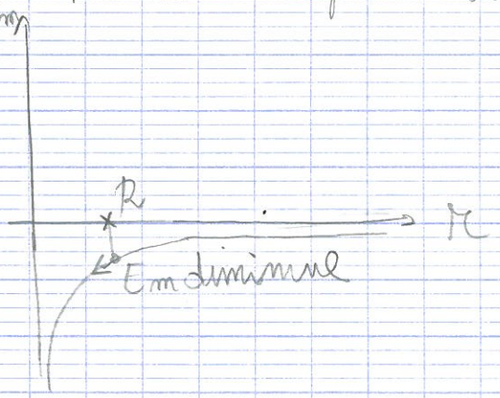
mouvement circulaire uniforme

$$\vec{F} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(-\vec{u_r}\right)$$

$$E_p = \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(formule) $P_{émise} = \frac{2}{3}\frac{q^2 a^2}{4\pi\varepsilon_0 c^3}$

⇒ E atome doit donner énergie → estimer la durée avant $r = 0$? $r \to 0$ → plus d'atome



$$E_m = -\frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow a = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2 \times m}$$

$$a \sim \frac{10^{-38}\cdot 10^{10}}{10^{-20}\,10^{-30}} = 10^{22}\ m\,s^{-2}$$

$$P = \frac{2}{3}\ P \sim \frac{10^{-38}\ 10^{44}\cdot 10^{10}}{30\times 10^{20}} \sim 10^{-9}\ W$$

$$E_m = 10^{-18}\ J\ (-13{,}6\ eV)$$

$$\tau_a = \frac{E_m}{P} \sim \frac{10^{-18}}{10^{-9}} \sim 10^{-9}\ s\ ,\ oups.$$