Mesure d'une faible différence de phase en optique

Deux ouvertures quasi-ponctuelles A et B, de même taille, sont réalisées dans un plan opaque. Une onde plane, monochromatique, de longueur d'onde dans le vide λ_0, éclaire le plan en incidence normale.

1. On veut observer les franges d'interférences dans le plan focal d'une lentille (L) de distance focale f' placée au-delà du plan opaque. Faire un schéma du système dans un plan contenant A, B et les rayons lumineux incidents associés. On appelle C le milieu de AB. L'axe optique de la lentille est dans ce plan et coïncide avec la médiatrice de AB. O est le foyer image de la lentille. On pose $AB = 2a$ et on suppose que $f' \gg a$. On note a_0 l'amplitude (réelle) au voisinage de O de l'onde due à une seule ouverture. Pour les applications numériques on prendra : $2a = 4$ cm, $f' = 2$ m et $\lambda_0 = 0{,}5$ µm.

a. Calculer le déphasage en un point quelconque de l'écran. Décrire la figure d'interférence. Calculer l'interfrange.

b. Comment observer ces franges avec commodité ?

c. Exprimer l'intensité lumineuse dans le plan d'observation en fonction de la différence de phase ϕ entre les ondes provenant de A et B. On notera I_1 l'intensité en O et on exprimera I_1 en fonction de a_0.

d. Déterminer la différence de phase ϕ_1 correspondant au point le plus voisin de O, pour lequel l'intensité est égale à l'intensité maximale diminuée de 4%.

2. Sans rien changer au dispositif précédent, une troisième ouverture est percée en C dans le plan opaque. Sa taille est telle que, au voisinage du point O, l'amplitude de l'onde lumineuse provenant de C est égale à ρa_0.

a. Exprimer, en fonction de ϕ (introduit en **1c**), en un point quelconque du plan focal de (L) au voisinage de O, l'amplitude complexe $\tilde{a}$ résultant de la superposition des trois ondes. On choisira l'origine des phases de façon à ce que l'onde issue de C ait une phase nulle au point d'observation. Étudier les variations de $\tilde{a}(\phi)$ (tracer le graphe).

b. Déterminer les positions des maxima et minima d'intensité. On montrera en particulier que si une condition portant sur ρ est remplie, on observe des maxima principaux et des maxima secondaires d'intensité.

c. Que se passe-t-il si $\rho = 2$? Comment réaliser cette condition expérimentalement ?

3. Sans modifier les ouvertures A, B et C, on place sur C une lame mince parfaitement transparente, qui recouvre cette ouverture complètement sans recouvrir A et B. La présence de cette lame ne fait qu'ajouter un chemin optique $\lambda_0/4$ (lame « quart d'onde ») pour l'onde transmise par C. Quel est le retard de phase associé ? Déterminer la nouvelle expression de l'amplitude complexe $\tilde{a}$ puis celle de l'intensité lumineuse (à exprimer en fonction de I_1, ρ et ϕ). Préciser la position des franges brillantes et des franges sombres. Comparer avec le dispositif de **1**.

4. On interpose maintenant sur C une lame parfaitement transparente qui n'est pas rigoureusement quart d'onde. La différence de phase qu'elle introduit est écrite sous la forme $\frac{\pi}{2} - \varepsilon$ avec $\varepsilon \ll 1$ rad.

a. Exprimer l'amplitude complexe (au premier ordre en ε) puis l'intensité lumineuse en fonction de I_1, ρ, ε et ϕ. Faire une représentation graphique de l'intensité en fonction de ϕ.

b. On note $I_{\max 1}$ et $I_{\max 2}$ les intensités pour deux maxima successifs. Quelle valeur doit-on donner à ρ pour que l'écart relatif $\dfrac{|I_{\max 1} - I_{\max 2}|}{I_{\max}(\varepsilon = 0)}$ soit le plus grand possible ?

c. Avec cette valeur de ρ, calculer la valeur ε_1 de ε correspondant à un écart relatif de 4% entre deux maxima successifs. Comparer ε_1 à la valeur ϕ_1 trouvée au **1**.

5. Les valeurs trouvées précédemment conduisent au principe d'une méthode permettant, par des mesures photométriques, la détermination des différences de phase avec une très grande précision. Comme exemple d'application calculer, pour une radiation monochromatique de longueur d'onde λ_0 la variation d'indice de réfraction δn correspondant, sur un trajet de 1 m à travers de l'air, à la différence de phase ε_1.

Indiquer quelles précautions expérimentales nécessiterait la mise en œuvre de cette méthode, pour qu'une telle détermination d'indice corresponde à des conditions physiques de l'air suffisamment bien définies. On rappelle que, pour un gaz, la quantité $(n-1)$ varie proportionnellement à la masse volumique. Pour l'air, dans les CNTP, $n - 1 \approx 3 \times 10^{-4}$.

$\Delta\varphi = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda}\overline{A_2A_1}\cos i$

DEUXIEME PROBLEME : OPTIQUE

Les instruments sont plongés dans l'air que l'on assimilera au vide. On ne fera intervenir aucun déphasage à la réflexion sur les miroirs. La notation $\overline{AB}$ désignera la mesure algébrique de AB sur un axe orienté.

I.Préliminaire.

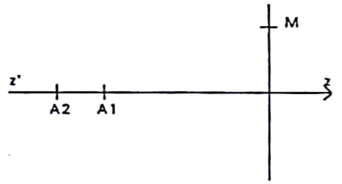
1.Soit deux sources lumineuses ponctuelles A_1 et A_2, monochromatiques situées sur l'axe z'Oz, de longueur d'onde λ (dans le vide), cohérentes, réelles ou virtuelles. L'origine des phases étant prise en A_1, les amplitudes des deux ondes en M s'écrivent respectivement : $s_1(t,M)=s_o\cos(\omega t-\varphi_1(M))$; $s_2(t,M)=s_o\cos(\omega t-\varphi_2(M)-\varphi_o)$, A_2 pouvant présenter un éventuel retard de phase φ_o (algébrique) sur la source A_1.

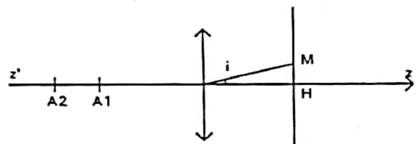
Donner l'expression de la différence de phase $\Delta\varphi(M)=(\varphi_2(M)+\varphi_o)-\varphi_1(M)$ en fonction de λ, A_1M, A_2M et φ_o

Donner l'expression de l'ordre d'interférence p(M) en M. Quel est le lieu des points tel que $\Delta\varphi(M)$ soit constante?

On observe le phénomène d'interférences sur un écran perpendiculaire à Oz. On fait théoriquement tendre la distance de l'écran aux sources vers l'infini, ce que l'on réalise pratiquement en plaçant l'écran dans le plan focal d'une lentille mince convergente. On note i l'angle entre Oz et OM, O étant le centre optique de la lentille

Exprimer $\Delta\varphi(M)$ en fonction de l'angle i, λ, $\overline{A_2A_1}$ et φ_o



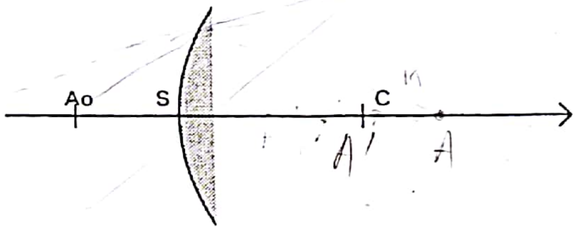


2.Soit un miroir plan (m) perpendiculaire à un axe z'Oz réfléchissant les rayons vers z', le point d'intersection de la surface réfléchissante et de l'axe z'z est noté S. Il est éclairé par une source ponctuelle A_o située sur z'Oz.

Où se trouve l'image A de A_o à travers le miroir.? Justifier que A doit être considérée comme en phase avec A_o.

Comment se déplace l'image A si l'on translate le miroir de $\overline{S_1S_2}$ selon z'Oz ?

3.Soit un miroir convexe de sommet S, de centre C, de rayon R=SC et un objet lumineux ponctuel A_o situé sur l'axe optique z'Oz. Soit A' le symétrique de A_o par rapport à S et A l'image de A_o par réflexion sur le miroir.



3.1.Donner la relation de conjugaison donnant la position de l'image A de A_o par réflexion sur le miroir convexe.

3.2.Donner l'expression simplifiée de $\overline{AA'}$ en fonction de $\overline{SA_o}$ et de $\overline{SC}$ en supposant SC très grand devant SA_o

on admet que $\frac{1}{\overline{SA}}+\frac{1}{\overline{SA_o}}=\frac{2}{\overline{SC}}$

3.3.Situer alors A par rapport à A' et justifier que l'image A doit être considérée comme en retard de phase de $(2\pi/\lambda)|\overline{AA'}|$ sur la source A_o.

$\frac{2\pi\overline{AA'}}{\lambda}$

II.Application : mesure interférométrique de la déformation d'un miroir.

On considère le système interférentiel décrit ci-dessous pour lequel A_1 et A_2 jouent le rôle des sources décrites dans la partie I pour l'obtention des interférences sur l'écran.

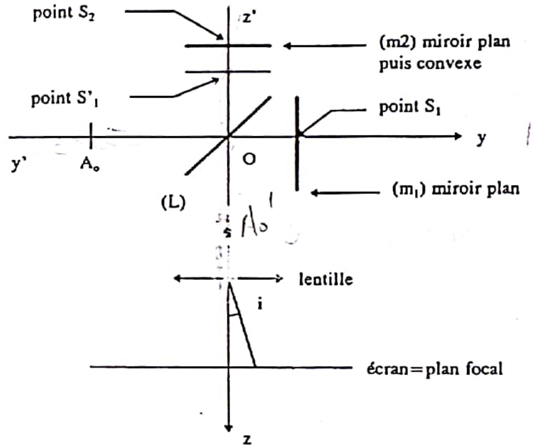
1.Soit deux axes orthonormés y'Oy et z'Oz, Un miroir plan (m_1) de sommet S_1 perpendiculaire à Oy, un miroir plan (m_2) de sommet S_2 perpendiculaire à Oz et une lame semiréfléchissante (L) inclinée à 45° sur les axes ; cette lame n'intervient pas dans l'expression des déphasages.

Soit S'_1 le symétrique de S_1 à travers (L)

A_o est une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ située sur Oy'. On pose $D = A_oS_1$.

On observe le phénomène d'interférences dans le plan focal de la lentille convergente en notant i l'angle d'émergence, i supposé petit. Le faisceau lumineux conique issu de A_o envoyé sur (L) est donc divisé en deux :

- une partie qui se réfléchit sur (L) puis sur (m_2) et repasse à travers (L) : l'image de A_o est alors A_2.
- une partie qui passe à travers (L), se réfléchit sur (m_1) puis sur (L): l'image de A_o est alors A_1.



$A_o' \; A_o \; 2 \; OS_1 + O\,S_2$

En utilisant des résultats établis au I et après avoir déterminé la distance A_2A_1,

1.1.Déterminer l'ordre d'interférence p sur l'écran en fonction de l'angle i et de $e = \overline{S_2S'_1}$.

1.2.En supposant entier l'ordre en i = 0, donner l'expression du rayon angulaire i_n du $n^{ième}$ anneau brillant

1.3.λ=0,5μm, e = 0,8 mm. Calculer le nombre d'anneaux brillants de rayon inférieur à 5cm pour une lentille de distance focale égale à 1m.

2.On ramène S_2 en S'_1 (contact optique) et on étudie maintenant la déformation du miroir (m_2) qui devient sphérique convexe sous l'effet de contraintes mécaniques, son sommet S_2 demeurant en S'_1. On note R son rayon de courbure et C son centre situé sur S_2z'. On suppose R très grand.

2.1.Qu'observe-t-on sur l'écran avant la déformation du miroir (m_2) ?

2.2.En utilisant, entre autres, les résultats de la question 1.3 et en n'oubliant pas de faire intervenir le déphasage entre les sources secondaires A_1 et A_2, déterminer l'ordre d'interférence p' sur l'écran en fonction de i, D et R. Vérifier la valeur de p' pour R devenant infini.

2.3.Application : D = 20 cm ; λ=0,5μm,. La distance focale de la lentille d'observation est de 1m. Le rayon du $3^{ième}$ anneau brillant est de 3cm. Calculer R et commenter cette méthode de mesure.