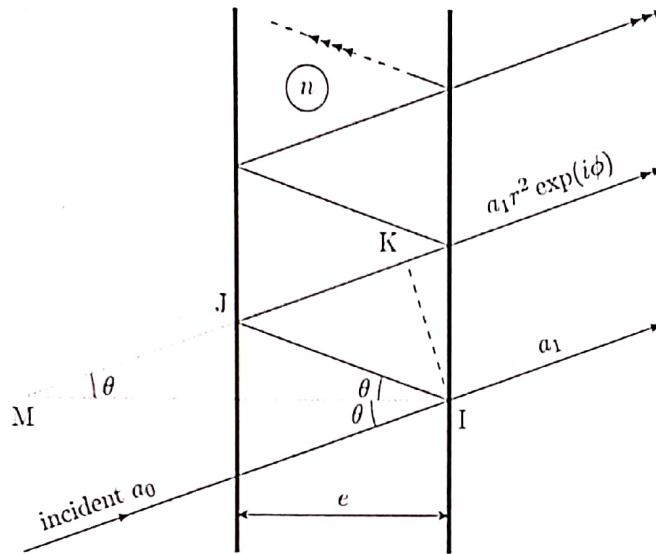


# Interféromètre de Fabry-Perot

L'interféromètre est constitué par deux lames partiellement réfléchissantes parallèles délimitant une cavité d'épaisseur  $e$  emplie d'un milieu d'indice  $n$  (le plus souvent de l'air). Un rayon lumineux pénétrant dans l'appareil par une lame peut y subir de multiples réflexions internes sous l'angle d'incidence  $\theta$  avant d'en sortir par l'autre lame. Les différents rayons transmis sont parallèles et peuvent interférer à l'infini (en pratique ils sont collectés par une lentille et interfèrent dans le plan focal de la lentille).

## 1 Déphasage entre rayons émergents successifs



On fait le calcul entre les deux premiers rayons émergents. On note K le projeté orthogonal de I sur le rayon « supérieur ». Par la méthode classique (théorème de Malus et principe du retour inverse de la lumière avec une source fictive placée au point d'observation des interférences), la différence de marche à prendre en compte est  $L_{IJ} + L_{JK}$ . On place le point M, symétrique de I par rapport à la lame de gauche, de façon à ce que le triangle IJM soit isocèle. Alors  $IJ = MJ$  et  $IJ + JK = MJ + JK = MK$ . Dans le triangle IKM, rectangle en K,  $MK = MI \cos(\theta) = 2e \cos(\theta)$ . C'est la différence de marche cherchée si on considère que l'indice  $n$  vaut 1. De façon générale, en lumière monochromatique, le déphasage entre deux rayons successifs est :

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2nc \cos \theta \quad (1)$$

## 2 Amplitude complexe de l'onde émergente

Soit  $r$  le coefficient de réflexion sur les lames (supposées identiques). Soit  $t$  le coefficient de transmission. Ces coefficients vérifient la relation générale  $|r|^2 + |t|^2 = 1$  (lames transparentes sans pertes).

On note  $a_1$  l'amplitude complexe du premier rayon émergent. Pour le second rayon émergent, il a, comme le premier, été transmis par la lame de droite mais a dû, en plus, subir une réflexion sur chaque lame (en I puis en J, facteur  $r^2$ ) et le retard de phase  $\phi$ . Son amplitude est alors  $a_2 = a_1 r^2 \exp(-i\phi)$ .

Par une récurrence immédiate, les amplitudes des rayons successifs conduisent à une suite géométrique de raison  $r^2 \exp(-i\phi)$ . L'amplitude résultant de la superposition de  $N$  ondes est alors

$$a = a_1 \frac{1 - r^{2N} \exp(-iN\phi)}{1 - r^2 \exp(-i\phi)}$$

Si on suppose le nombre de rayons  $N$  à prendre en compte assez grand pour que  $|r|^{2N} \ll 1$ ,

$$a = \frac{a_1}{1 - r^2 \exp(-i\phi)} \quad (2)$$

### 3 Expression de l'intensité émergente en fonction du déphasage

On suppose  $r$  réel. L'intensité lumineuse est le carré du module de  $a$ .

$$I = \left| \frac{a_1}{1 - r^2 \cos(\phi) + ir^2 \sin(\phi)} \right|^2 = \frac{|a_1|^2}{1 + r^4 - 2r^2 \cos(\phi)} = \frac{|a_1|^2}{1 + r^4 - 2r^2 + 4r^2 \sin^2(\phi/2)}$$

$$I = \frac{|a_1|^2}{(1 - r^2)^2 + 4r^2 \sin^2(\phi/2)} = \frac{I_{\max}}{1 + m \sin^2(\phi/2)} \quad (3)$$

avec  $I_{\max} = \frac{|a_1|^2}{(1 - r^2)^2}$  et  $m = \frac{4r^2}{(1 - r^2)^2}$ . Comme le rayon incident a traversé une fois chaque lame,  $|a_1| = |a_0||t|^2$  donc  $I_{\max} = |a_0|^2 \left( \frac{|t|^2}{1 - r^2} \right)^2 = |a_0|^2 = I_{\text{incidente}}$ .

### 4 Étude de l'intensité lumineuse; cas où $m \gg 1$

L'intensité est maximale quand le sinus qui apparaît au dénominateur de son expression (équation 3) est nul. Ceci se produit lorsque  $\phi/2$  est un multiple de  $\pi$  c'est-à-dire lorsque  $\phi$  est un multiple de  $2\pi$ . Cela correspond à la situation physiquement prévisible où toutes les ondes émergentes sont en phase. Alors  $I = I_{\text{incidente}}$ . Toute la puissance lumineuse est transmise.

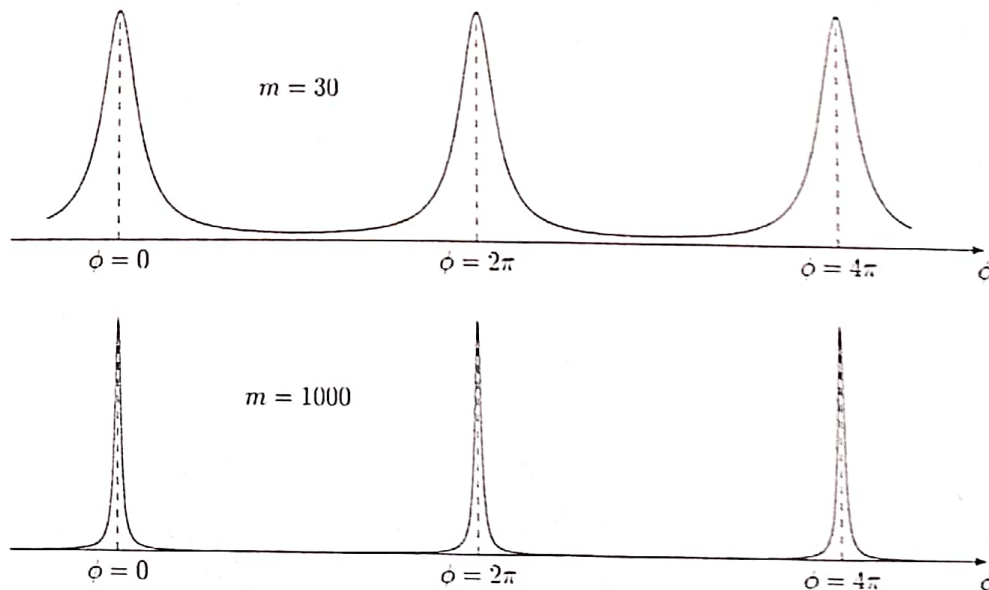
L'intensité minimale est atteinte quand le sinus (équation 3) vaut 1 en module donc pour  $\phi$  multiple impair de  $\pi$ . Deux ondes émergentes successives sont en opposition de phase.  $I_{\min} = \frac{I_{\max}}{1+m}$ .

Le cas physiquement utile correspond à la situation où les lames ont un coefficient de réflexion très grand, c'est-à-dire  $r^2$  très proche de 1. Alors  $m \gg 1$  et  $I_{\min}$  est négligeable devant  $I_{\max}$ .

Au voisinage de  $\phi = 0$  (à  $2\pi$  près), l'intensité décroît très vite si  $m \gg 1$ . On peut déterminer la *demi-largeur à mi-hauteur* par les valeurs de  $\phi$  telle que  $I = I_{\max}/2$ . Cela correspond à  $m \sin^2(\phi/2) = 1$  donc à  $|\sin(\phi/2)| = 1/\sqrt{m}$ . Si  $m$  est grand devant 1, les valeurs de  $\phi$  sont très petites et, en assimilant le sinus à son argument,

$$|\phi_{\text{mi-hauteur}}| \sim \frac{2}{\sqrt{m}} \ll 2\pi$$

La largeur des pics est très petite par rapport à leur écart. C'est une caractéristique des interférences à  $N$  ondes lorsque  $N \gg 1$ . C'est le cas ici car le coefficient de réflexion étant très proche de 1, de nombreuses ondes émergentes ont une amplitude non négligeable et contribuent donc de façon notable à l'amplitude de l'onde globale émergente.



La très grande finesse des pics permet de faire l'étude spectrale d'une source lumineuse en séparant des longueurs d'onde très proches (n'oublions pas que  $\phi$  dépend de la longueur d'onde).

Le dispositif est également utilisé dans les lasers en tant que cavité permettant de sélectionner la fréquence d'émission du laser.