Mécanique (MPSI)

I. Cinématique du point

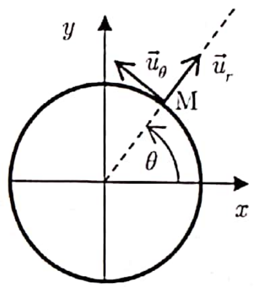
1. Mouvement à vecteur accélération constant

On rencontre, par exemple, ce type de mouvement dans les deux situations :
- chute libre (sans frottement) dans un champ de pesanteur uniforme
- mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique permanent uniforme.

Si la vitesse initiale est nulle ou colinéaire au champ de force, la trajectoire est rectiligne et le mouvement est uniformément accéléré : $x = a\dfrac{t^2}{2} + v_0 t + x_0$.

Sinon, la trajectoire est plane (dans le plan défini par $\vec{v}_0$ et $\vec{a}$) $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \vec{a}\dfrac{t^2}{2} + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{\mathrm{OM}_0}$. En projection sur la direction du champ de force, le mouvement est uniformément accéléré. Sur la normale au champ, il est uniforme. La trajectoire est parabolique.

2. Mouvement circulaire



Le point est repéré par ses coordonnées polaires $r = R$ et $\theta(t)$.

Le vecteur vitesse est $\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ de mesure algébrique $v = R\dot{\theta}$ et le vecteur accélération a deux composantes : une composantes tangentielle (orthoradiale) $R\ddot{\theta}$ (ou $\dot{v}$) et une composante normale (radiale) *centripète* $\dfrac{v^2}{R} = R\dot{\theta}^2$.

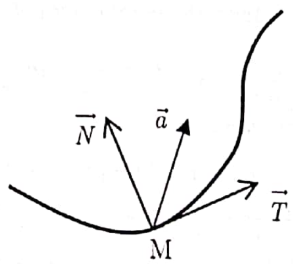
$$\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{u}_r + R\ddot{\theta}\vec{u}_\theta = -\frac{v^2}{R}\vec{u}_r + \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{u}_\theta$$

3. Mouvement quelconque : vitesse et accélération en coordonnées cylindriques d'axe Oz

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = r\vec{u}_r + z\vec{u}_z = \begin{pmatrix} r \\ 0 \\ z \end{pmatrix}_{(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z)} \qquad \vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{z}\vec{u}_z = \begin{pmatrix} \dot{r} \\ r\dot{\theta} \\ \dot{z} \end{pmatrix}_{(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z)} \qquad \vec{a} = \begin{pmatrix} \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(r^2\dot{\theta}\right) \\ \ddot{z} \end{pmatrix}_{(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z)}$$

Remarque : La composante orthoradiale de l'accélération peut aussi être écrite sous la forme $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$. Cette expression complique en général les calculs et n'est à utiliser qu'en dernière extrémité.

4. Vitesse et accélération pour une trajectoire plane quelconque



On introduit les vecteurs unitaires $\vec{T}$ (tangent à la trajectoire) et $\vec{N}$ (normal, dirigé dans la concavité de la trajectoire). On note R le *rayon de courbure* en M. C'est le rayon du cercle qui approxime le mieux la trajectoire au voisinage de M.

La vitesse est tangente à la trajectoire et l'accélération est dans le plan de la trajectoire : $\qquad \vec{v} = v\vec{T} \qquad \vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{T} + \dfrac{v^2}{R}\vec{N}$

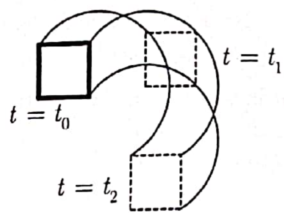
II. Cinématique du solide

1. Définition d'un solide en mécanique

Un solide est un système de points matériels rigoureusement indéformable. Pour deux points liés au solide, leur distance reste invariable au cours de temps. Pour trois points A, B, C liés au solide, l'angle $\widehat{ABC}$ est indépendant du temps.

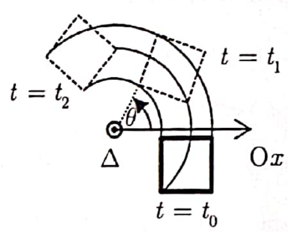
2. Mouvement de translation d'un solide

Un solide est en *translation* par rapport à un référentiel si toute droite liée au solide garde une direction constante au cours du temps. Tous les points du solide ont alors, à une date donnée, la même vitesse et la même accélération. Les trajectoires sont toutes identiques, à un décalage (translation) près.
On caractérise alors complètement le mouvement par la description de la trajectoire d'un point du solide. Par exemple, pour le carré, le mouvement illustré ci-contre est une *translation circulaire* (qui pourra être éventuellement *uniforme* si la vitesse d'un point garde un module constant).



3. Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe Δ (on choisit $Oz = \Delta$ pour la suite)

Un solide est en *rotation* autour de Δ si tous les points liés au solide ont une trajectoire circulaire centrée sur l'axe Δ. Ils ont alors la même vitesse angulaire $\Omega = \dot{\theta}$ où θ est l'angle polaire qui repère, sur sa trajectoire, le mouvement de n'importe lequel des points du solide.
Attention Ω est une grandeur algébrique. Il faut définir θ de façon cohérente avec l'orientation de Δ (sur le dessin, le sens positif est le sens trigonométrique).
Les vitesses et accélérations sont données par les expressions valables pour un mouvement circulaire (paragraphe **I.2**) où il faut prendre garde à utiliser le bon rayon pour le cercle (distance du point étudié à l'axe Δ) et les bons vecteurs unitaires (base polaire locale $\vec{u}_r, \vec{u}_\theta$ dépendant du point étudié).



$$\vec{v}(\mathrm{M}) = r\Omega\vec{u}_{\theta(\mathrm{M})} \qquad \vec{a} = -r\Omega^2\vec{u}_r + r\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t}\vec{u}_\theta$$

III. Cinétique des systèmes

1. Centre d'inertie (ou centre de masse)

Le *centre d'inertie* G d'un système matériel est le barycentre de ces points affectés de leur masse. Il est caractérisé par les deux propriétés équivalentes :

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \frac{\sum m_k \overrightarrow{\mathrm{OM}_k}}{\sum m_k} \quad \text{et} \quad \sum m_k \overrightarrow{\mathrm{GM}_k} = \vec{0}$$

2. Quantité de mouvement

La *quantité de mouvement* $\vec{p}$ d'un système de points matériels est définie par $\vec{p} = \sum m_k \vec{v}_k$. Elle vérifie la propriété :

$$\vec{p} = m_{\text{totale}}\vec{v}(\mathrm{G})$$

Cette propriété est particulièrement utile dans le cas de l'étude d'un solide.
$\vec{p}$ est aussi nommée *impulsion* ou *résultante cinétique.*

3. Moment cinétique par rapport à un point quelconque A

Le *moment cinétique par rapport à A* (on dit aussi moment cinétique en A), noté $\vec{L}(\mathrm{A})$ est défini par :

$$\vec{L}(\mathrm{A}) = \sum \overrightarrow{\mathrm{AM}_k} \wedge m_k\vec{v}_k = \sum \overrightarrow{\mathrm{AM}_k} \wedge \vec{p}_k$$

4. Moment cinétique par rapport à un axe orienté quelconque Δ

Le *moment cinétique par rapport à l'axe* Δ est noté L_Δ et est définie par $L_\Delta = \vec{L}(\mathrm{A}) \cdot \vec{u}_\Delta$ où A est un point quelconque de Δ et $\vec{u}_\Delta$ le vecteur unitaire qui oriente Δ. Le résultat du produit scalaire est indépendant du choix de A (en respectant bien entendu $\mathrm{A} \in \Delta$).
Contrairement au moment cinétique par rapport à un point, ce moment cinétique n'est pas un vecteur. C'est un réel, grandeur algébrique, dont le signe dépend du choix de l'orientation de Δ.

5. Énergie cinétique

L'*énergie cinétique* E_c parfois notée K ou E_K est définie par $E_c = \frac{1}{2}\sum m_k v_k^2$.

6. Cas particulier où le système est réduit à un point

Les expressions des grandeurs cinétiques sont bien entendu $\vec{p} = m\vec{v}$ $\quad \vec{L}(\mathrm{A}) = \overrightarrow{\mathrm{AM}} \wedge m\vec{v}$ et $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.
Dans le cas particulier d'un mouvement plan (plan xOy), le moment au point du plan pris comme origine O peut s'exprimer en coordonnées cartésiennes ou polaires : $\quad \vec{L}(\mathrm{O}) = m(x\dot{y} - y\dot{x})\vec{u}_z = m\, r^2\dot{\theta}\, \vec{u}_z$

7. Cas particulier d'un solide en translation

Toutes les grandeurs cinétiques s'expriment comme pour un simple point matériel placé au centre d'inertie G et ayant la masse totale du solide. $\vec{p} = m_{\text{totale}}\vec{v}_{\mathrm{G}}$ $\quad \vec{L}(\mathrm{A}) = \overrightarrow{\mathrm{AG}} \wedge m_{\text{totale}}\vec{v}_{\mathrm{G}}$ et $E_c = \frac{1}{2}m_{\text{totale}}v_{\mathrm{G}}^2$.
Pour les expression des grandeurs cinétiques, un solide en translation est « équivalent » à un simple point.

8. Cas particulier d'un solide en rotation autour d'un axe fixe Δ

Le moment cinétique du solide par rapport à l'axe de rotation est $L_\Delta = J_\Delta \Omega$ où J_Δ est une constante caractérisant la répartition des masses du solide, nommée *moment d'inertie du solide par rapport à l'axe* Δ.

L'énergie cinétique du solide vaut $E_c = \frac{1}{2}J_\Delta\Omega^2$.

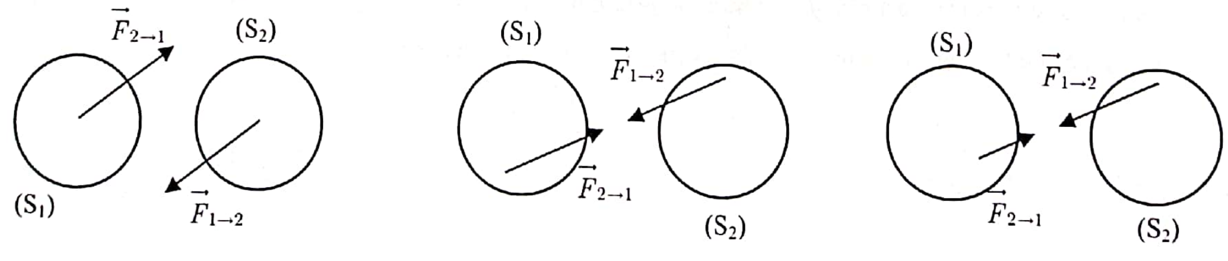
Les connaissances à avoir sur les moments d'inertie :
- le moment d'inertie ne dépend que de la position de l'axe par rapport au solide
- la contribution au moment d'inertie d'une masse m située à la distance d de l'axe est md^2. Cette contribution est donc d'autant plus importante que la masse est grande et surtout qu'elle est loin de l'axe
- la dimension d'un moment d'inertie est $[J_\Delta] = \mathsf{M}\,\mathsf{L}^2$ (unité SI : $\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$)
- le *théorème de Huygens* relie les moments d'inertie par rapport à deux axes parallèles dont l'un passe par le centre d'inertie du solide : $J_\Delta = J_{\Delta_{\mathrm{G}}} + m_{\text{totale}}d^2$ où d est la distance entre les axes.

IV Les lois générales de la dynamique (mécanique classique)

Ces lois sont valables dans tout référentiel *galiléen* et elles s'appliquent à tout système *fermé*, c'est-à-dire formé en permanence par les mêmes particules.

1. Le principe des actions réciproques

Entre deux systèmes (S_1) et (S_2), les forces exercées par (S_1) sur (S_2) et par (S_2) sur (S_1) sont opposées. Il en est de même pour les moments en un point quelconque $\vec{\Gamma}_{(\mathrm{S}_1)\to(\mathrm{S}_2)}(\mathrm{A}) = -\vec{\Gamma}_{(\mathrm{S}_2)\to(\mathrm{S}_1)}(\mathrm{A})$. Ainsi, des trois schémas ci-dessous, seul celui du centre peut être correct.



Remarque. Les lois de l'électromagnétisme sont parfois en contradiction avec la mécanique classique. Ce ne sera pas le cas ici. Tant qu'on ne s'intéresse qu'à des forces d'origine électrostatique ou à des forces de Laplace entre des circuits fermés, le principe des actions réciproques sera valide.

2. Le principe d'inertie

Un énoncé qualitatif de ce principe peut être : « Dans un référentiel galiléen, un système soumis à aucune force ou à des forces qui se compensent conserve son mouvement ».

Un énoncé plus formel est : « Dans un référentiel galiléen, pour un système soumis à aucune force ou à un système de forces dont le moment est nul en tout point, la quantité de mouvement et le moment cinétique en tout point restent invariables. En particulier, si ils sont nuls à l'instant initial, ils restent nuls à tout instant ».

3. La loi de la quantité de mouvement

« Dans un référentiel galiléen, pour tout système fermé, la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement est égale à la somme des forces extérieures subies par le système ».

Cette loi s'utilise sous les deux formes équivalentes : $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$ ou $m_{totale}\vec{a}(G) = \sum \vec{F}_{ext}$

Il faut remarquer ici que seules les forces extérieures interviennent. Aucune des forces exercées par une partie du système sur une autre ne doit intervenir dans l'étude du système global. Par contre, bien entendu, si le système est composé de deux sous-systèmes disjoints A et B, il faut écrire $m_A\vec{a}(G_A) = \sum \vec{F}_{ext \to A}$ et dans $\sum \vec{F}_{ext \to A}$ il y aura des forces exercées par B sur A.

4. La loi du moment cinétique

« Dans un référentiel galiléen, pour tout système fermé, la dérivée par rapport au temps du moment cinétique par rapport à un point fixe est égale au moment des actions extérieures subies par le système ».

L'équation associée est : $$\frac{d\vec{L}_{(A)}}{dt} = \vec{\Gamma}_{ext(A)}$$

Une variante est la version scalaire :

On définit le moment par rapport à un axe (c'est un scalaire) des actions ; il est égal au produit scalaire du moment par rapport à un point de cet axe et du vecteur unitaire orientant l'axe : $\Gamma_{ext\,\Delta} = \vec{\Gamma}_{ext(A)} \cdot \vec{u}_\Delta$ avec $A \in \Delta$.

« Dans un référentiel galiléen, pour tout système fermé, la dérivée par rapport au temps du moment cinétique par rapport à un axe fixe est égale au moment par rapport à cet axe des actions extérieures subies par le système ».

L'équation associée est : $$\frac{dL_\Delta}{dt} = \Gamma_{ext\,\Delta}$$

Cette variante est surtout intéressante dans le cas où le système étudié est un solide. Voir paragraphe suivant.

5. La loi du moment cinétique dans le cas très particulier d'un solide en rotation autour d'un axe fixe

En combinant la version scalaire de la loi du moment cinétique et l'expression $L_\Delta = J_\Delta \Omega$ avec $J_\Delta = C^{te}$ on obtient : $J_\Delta \frac{d\Omega}{dt} = \Gamma_{ext\,\Delta}$ qui peut aussi être écrit : $J_\Delta \ddot{\theta} = \Gamma_{ext\,\Delta}$

Remarque : il faut ici tenir compte de toutes les actions extérieures. En particulier, un solide est rarement en rotation autour d'un axe fixe spontanément. Il est nécessaire de prévoir un support qui contraint le solide à avoir ce type de mouvement. Un tel support est qualifié de *liaison pivot*. Il exerce nécessairement des actions de contact. La loi du moment cinétique est donc : $J_\Delta \frac{d\Omega}{dt} = \Gamma_{\Delta\ \text{liaison pivot}} + \Gamma_{\text{ext autres}\ \Delta}$

Néanmoins, si le contact est *sans frottement*, on peut montrer que $\Gamma_{\Delta\ \text{liaison pivot}} = 0$. On dit que la liaison pivot est parfaite et elle n'intervient pas alors dans cette équation du mouvement.

6. Les lois de l'énergie cinétique et de la puissance cinétique

Ce sont deux variantes du théorème de l'énergie cinétique.
« La dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique est égale à la *puissance* de toutes les action subies par un système » ou « La variation de l'énergie cinétique d'un système fermé est égale au *travail* de toutes les forces ». $\Delta E_c = E_c(t) - E_{c\ \text{initiale}} = W_{\text{initial}\to t\ \text{toutes forces}}$ ou bien $\dfrac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = P_{\text{toutes forces}}$

Remarques :

- la seconde variante est en général plus commode sauf en présence de forces conservatives. Voir le paragraphe suivant
- contrairement aux lois de la quantité de mouvement et du moment cinétique, les forces intérieures interviennent ici. On doit donc écrire par exemple $\dfrac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = P_{\text{forces intérieures}} + P_{\text{forces extérieures}}$. Néanmoins, <u>pour un solide</u>, $P_{\text{forces intérieures}} = 0$ donc la loi de la puissance cinétique devient $\dfrac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = P_{\text{forces extérieures}}$.

7. Forces conservatives, énergie mécanique

7.a. Définitions

On dit qu'un système de forces est *conservatif* si il existe une fonction U de la position du système telle que, pour tout mouvement permis du système, le travail des forces s'identifie à l'opposé de la variation de U :

$$W = -\Delta U$$

Alors on définit *l'énergie mécanique* : $E_m = E_c + U$

7.b. Conservation de l'énergie mécanique

La loi de l'énergie cinétique devient alors $\Delta E_c = -\Delta U \Leftrightarrow \Delta(E_c + U) = 0$. C'est-à-dire : « L'énergie mécanique d'un système conservatif est constante. $E_m = C^{te}$

7.c. Exemples de forces conservatives

Il y a deux catégories de forces conservatives :

- Les forces que ne travaillent pas. Par exemple la force de Lorentz $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ qui est toujours perpendiculaire à la vitesse. Pour ces forces, il suffit de choisir $U = 0$ (la fonction identiquement nulle).
- Les forces qui dérivent d'un énergie potentielle E_p ne dépendant pas explicitement du temps ce qui signifie que E_p s'exprime en fonction uniquement des positions des particules et que la force subie par la particule M_i vaut $\vec{F_i} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}_{\mathrm{M}_i} E_p = -\left(\dfrac{\partial E_p}{\partial x_i}, \dfrac{\partial E_p}{\partial y_i}, \dfrac{\partial E_p}{\partial z_i}\right)_{\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z}$. Alors on prend $U = E_p$ et $E_m = E_c + U$.

Exemples :

- Force de pesanteur pour un <u>champ de pesanteur uniforme</u> $\vec{g} = -g\vec{u}_z$. Pour une particule $E_p = mgz$. Pour un ensemble de particule (en particulier pour un solide) : $E_p = mgz_G$
- Force de gravitation exercée par un astre fixe à symétrie sphérique sur un objet de petite taille situé à l'extérieur : $E_p = -\dfrac{GM_{\text{astre}}m_{\text{objet}}}{r}$.
- Force élastique. En dimension 1 $F = -k(x - x_0) \Rightarrow E_p = \dfrac{1}{2}k(x - x_0)^2$. En dimension 3 (ressort de longueur à vide ℓ_0 entre deux points matériels en mouvement quelconque) :

$$\vec{F} = -k(r - \ell_0)\vec{u}_r \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}k(r - \ell_0)^2$$

- Système de deux particules en interaction électrostatique : $E_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$
- Particule de charge q soumise à un champ électrostatique de potentiel V : $E_p = qV$

V. Exemples d'étude de problèmes mécaniques

1. Mouvement d'une particule dans un champ de pesanteur uniforme

Si on néglige la résistance de l'air, la trajectoire est parabolique (voir **I.1**).

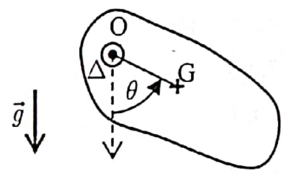
2. Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme

Étude triviale : le système est équivalent à la chute dans un champ de pesanteur uniforme (on remplace mg par qE)

3. Mouvement d'une particule dans un champ magnétique permanent uniforme

Le module de la vitesse est constante (le travail de la force est nul).
Si la vitesse initiale est perpendiculaire au champ magnétique, la trajectoire est circulaire, de rayon R et parcourue à la vitesse angulaire constante ω tels que $p = |q|BR$ et $\omega = \frac{|q|B}{m}$ (*pulsation cyclotron*).

4. Le pendule pesant



Il s'agit d'un solide en rotation autour d'un axe fixe horizontal, plongé dans un champ de pesanteur uniforme. On suppose qu'il n'y a aucun frottement. On note $a = \mathrm{OG}$ (distance entre G et l'axe de rotation), J_Δ le moment d'inertie par rapport à Δ, m la masse du solide et on pose $\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{J_\Delta}}$.

On peut obtenir deux équations équivalentes par la loi du moment cinétique ou la conservation de l'énergie mécanique : $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$ ou bien $\frac{1}{2}\dot{\theta}^2 - \omega_0^2 \cos\theta = C^{te}$

Il y a deux positions d'équilibre : $\theta = 0$ est stable et $\theta = \pi$ (instable).
Portrait de phase : revoir en détail le cours de MPSI.

Les petites oscillations sont harmoniques, de pulsation ω_0, de période : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mga}}$

Si toute la masse est concentré en G, on obtient le *pendule simple* (par exemple réalisable avec une masse ponctuelle suspendue à un fil de masse nulle, de longueur ℓ) pour lequel $J_\Delta = m\ell^2$, $a = \ell$ donc :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}.$$

5. Mouvements à force centrale

On étudie un point matériel soumis à une force centrale $\vec{F} = F\vec{u}_r$. On note O l'origine (*centre de force*).

5.a. Caractéristiques générales

– Le moment cinétique $\vec{L}(\mathrm{O})$ est conservé.

– La trajectoire est plane (dans le plan passant par O, perpendiculaire à $\vec{L}(\mathrm{O})$).

– Elle est parcourue selon la loi des aires : la *vitesse aréolaire* (vitesse à laquelle le rayon vecteur balaye la surface plane support de la trajectoire) est constante : les aires balayées pendant des durées égales sont égales. $r^2\dot{\theta}$ (ou $x\dot{y} - y\dot{x}$) est une constante. On note : $C = r^2\dot{\theta} = x\dot{y} - y\dot{x}$.
C est la *constante des aires* égale au double de la vitesse aréolaire.

5.b. Cas particulier où la force dérive d'une énergie potentielle

C'est en fait pratiquement toujours le cas : il suffit que F soit juste une fonction de r. $\vec{F} = F(r)\vec{u}_r$ dérive de l'énergie potentielle $E_p = -\int F(r)dr$. Le problème est alors *intégrable* car il y a deux degrés de liberté (paramétrés par r et θ) et deux intégrales premières (constante des aires et énergie mécanique).

$r^2\dot{\theta} = C$ et $\frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right) + E_p(r) = E_m$. On peut éliminer $\dot{\theta}$ pour obtenir :

$$\frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{p\,\text{eff}}(r) = E_m \qquad \text{avec} \qquad E_{p\,\text{eff}}(r) = E_p(r) + \frac{1}{2}\frac{mC^2}{r^2}\ .$$

Cette équation montre que le problème du mouvement radial est équivalent à l'étude d'un point se déplaçant sur une droite et soumis à une force dérivant de *l'énergie potentielle effective* $E_{p\,\text{eff}}(r)$. On peut discuter de la nature du mouvement sans calcul par une étude graphique de cette énergie potentielle effective (états liés, états de diffusion, valeurs constantes possibles pour r, influence de la valeur de E_m ...).

Mais on peut aussi trouver l'évolution de $r(t)$ (et aussi celle de $\theta(t)$ puisque $\dot{\theta} = C / r^2$) car l'équation différentielle est *à variables séparables* :

$$\pm\int \mathrm{d}r\sqrt{\frac{m}{2\left(E_m - E_{p\,\text{eff}}(r)\right)}} = \int \mathrm{d}t = t$$

6. Mouvement dans un champ de force newtonien

C'est le cas particulier de mouvement à forces centrales où $F(r) = -\frac{K}{r^2}$ c'est-à-dire : $E_p(r) = -\frac{K}{r}$

Il correspond en première approximation au mouvement des planètes autour du soleil, des satellites autour d'une planète ...

Les principaux points à maîtriser (à revoir dans le cours de MPSI) sont :

- Les lois de Kepler (orbites elliptiques dont le centre attracteur occupe un foyer, loi des aires, $\frac{T^2}{a^3} = C^{te}$).
- Satellites géostationnaires (orbite dans le plan équatorial, rayon de l'orbite).
- Énergie en fonction du demi-grand-axe.
- Les deux premières vitesses cosmiques (vitesse en orbite basse autour de la Terre $v_1 \approx 7{,}9\ \mathrm{km\cdot s^{-1}}$, vitesse de libération $v_2 = \sqrt{2}v_1 \approx 11{,}2\ \mathrm{km\cdot s^{-1}}$).

7. Oscillateurs linéaires (mécaniques ou électroniques)

À revoir :

- Système masse–ressort avec éventuellement amortissement visqueux.
- Écriture canonique de l'équation différentielle, pulsation propre, facteur de qualité.
- Portrait de phase.
- Régime sinusoïdal forcé, utilisation des nombres complexes.

8. Poussée d'Archimède, théorème d'Archimède

« Si un objet est <u>entièrement</u> entouré par un fluide*[1] <u>en équilibre</u>, les forces de pression exercées par ce fluide sont équivalentes*[2] à l'opposé du poids du fluide déplacé*[3]. »

*[1] : fluide au sens large : pour un glaçon flottant sur l'eau, le fluide est {eau en dessous, air au-dessus}.

*[2] : c'est-à-dire que la somme des forces de pression est l'opposé du poids du fluide déplacé et que le moment en tout point des forces de pression est opposé au moment au même point des force de pesanteur exercées sur le fluide déplacé. En particulier, si le champ de pesanteur est uniforme, on peut considérer que les forces de pression sont appliquées au centre d'inertie du fluide déplacé.

*[3] : le *fluide déplacé* est le fluide qu'il faudrait remettre à la place de l'objet (si on l'enlevait) pour que le système fluide reste à l'équilibre sans modification du reste du fluide.