# Mécanique du solide, analogies avec la mécanique du point
## (pour les deux catégories simples de mouvements d'un solide)

### I. Mouvements de translation d'un solide

Pour l'expression de ses grandeurs cinétiques, un solide en translation, de masse totale $m_{tot}$, de centre d'inertie G se comporte comme un simple point matériel de masse $m_{tot}$ confondu avec G :

Quantité de mouvement : $\vec{p} = m_{tot}\vec{v}(G)$

Moment cinétique en un point arbitraire A : $\vec{L}_{(A)} = \overrightarrow{AG} \wedge m_{tot}\vec{v}(G)$

Énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}m_{tot}(\vec{v}(G))^2$

Par ailleurs, la puissance des forces qu'il subit, s'écrit, comme pour un simple point : $P = \vec{F}\cdot\vec{v}(G)$

### II. Mouvements de rotation d'un solide autour d'un axe fixe $\Delta = Oz$

#### 1. Notations

$\Omega$ : vitesse angulaire (algébrique, fonction *a priori* du temps).

$J = \int r^2 \mathrm{d}m$ : moment d'inertie par rapport à $Oz$ ($r$ est la coordonnée cylindrique usuelle, $J$ est une constante)

$\Gamma_\Delta = \vec{\Gamma}(O)\cdot\vec{u}_z$ : moment (des actions extérieures subies) par rapport à l'axe de rotation.

Pour qu'un solide soit animé d'un mouvement autour d'un axe fixe, il est en général nécessaire qu'il y ait un support (liaison pivot). Il y a alors des actions de contact sur le support. Dans le cas où il n'y a pas de frottements, $\Gamma_{\Delta\ pivot} = 0$ (liaison pivot parfaite).

#### 2. Expressions des grandeurs cinétiques utiles

Moment cinétique par rapport à l'axe de rotation : $\vec{L}(O)\cdot\vec{u}_z = L_\Delta = J\Omega$

Énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}J\Omega^2$

#### 3. Grandeurs ou lois dynamiques

Loi du moment cinétique : $J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = \Gamma_\Delta$

Puissance des actions subies : $P = \Gamma_\Delta\Omega$

#### 4. Analogies entre le mouvement rectiligne d'un point et la rotation autour d'un axe fixe d'un solide

| | Point en mouvement rectiligne | Solide en rotation autour de $\Delta$ |
|---|---|---|
| position | $x$ | $\theta$ |
| vitesse | $v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ | $\Omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ |
| inertie | $m$ | $J$ |
| action mécanique | $F$ | $\Gamma_\Delta$ |
| grandeur cinétique pertinente | $p = mv$ | $L_\Delta = J\Omega$ |
| énergie cinétique | $\frac{1}{2}mv^2$ | $\frac{1}{2}J\Omega^2$ |
| loi dynamique | $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = F$ | $\frac{\mathrm{d}L_\Delta}{\mathrm{d}t} = J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = \Gamma_\Delta$ |
| puissance reçue | $P = Fv$ | $P = \Gamma_\Delta\Omega$ |
| Forces dérivant d'un potentiel | $F_x = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x}$ | $\Gamma_\Delta = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}\theta}$ |
| Support sans frottement | $F_{x\ support} = 0$ | $\Gamma_{\Delta\ support} = 0$ |