

# ÉLECTROSTATIQUE

1. La sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$  porte une charge dont la densité surfacique vérifie  $\sigma = \sigma_0 \cos \theta$  ( $\theta$  est l'angle usuel des coordonnées sphériques,  $\sigma_0$  est une constante positive).

- a. Collecter le plus possible d'informations qualitatives (en particulier par exploitation des symétries) sur le champ électrostatique et le potentiel associé.
- b. Quelle est la charge totale de la sphère ?
- c. On admet que le champ est uniforme à l'intérieur de la sphère. Tracer sans calcul l'allure de la carte de champ.

2. Une boule de centre  $O$ , de rayon  $a$ , est chargée avec une densité volumique de charge  $\rho = \rho_0 \left(1 - K \frac{r^2}{a^2}\right)$  où  $\rho_0$  et  $K$  sont des constantes.

- a. Déterminer la charge contenue dans une sphère de rayon  $R \leq a$ .
- b. Pour quelle valeur de  $K$  le champ électrostatique créé à l'extérieur de la boule est-il nul ?
- c. On choisit cette valeur de  $K$ . Calculer le champ électrique  $\vec{E}$  et le potentiel  $V$  en tout point de l'espace.

3. Un disque de centre  $O$ , de rayon  $a$ , est chargé avec la densité surfacique de charge  $\sigma = \frac{A}{\sqrt{a^2 - r^2}}$  où  $A$  est une constante et  $r$  la distance à  $O$ .

- a. Quelle est la dimension de  $A$  ?
- b. Déterminer la charge totale de ce disque.

4. Potentiel de Yukawa : une répartition de charge à symétrie sphérique de centre  $O$  crée un potentiel  $V(r) = \frac{q \exp(-r/a)}{4\pi\epsilon_0 r}$  ( $q$  et  $a$  constantes,  $r$  est la distance à  $O$ ).

- a. Calculer  $\vec{E}$  en tout point de l'espace.
- b. Calculer la charge totale contenue dans une sphère de rayon  $r$ . Que vaut et comment interpréter la limite de cette charge quand  $r$  tend vers 0 ?
- c. Décrire complètement la distribution de charge créant ce potentiel.
- d. Quelle est la charge totale de la distribution ?
- e. Montrer que la charge comprise entre 2 sphères de rayon  $r$  et  $r+\delta r$  ( $\delta r$  fixé  $\ll r$ ) passe par un maximum en module pour une certaine valeur de  $r$ .

5. Dans l'espace rapporté au repère  $Oxyz$  existe une distribution de charge volumique de densité  $\rho$  vérifiant :

$$\rho = \rho_0 \exp(x/a) \quad \text{pour } x < 0 \qquad \rho = 0 \quad \text{pour } x > 0$$

- a. Exprimer le champ électrique créé en un point quelconque de l'espace par la tranche du système comprise entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$  (avec  $dx \rightarrow 0$ ).
- b. Calculer le champ électrique et le potentiel  $V$  en tout point de l'espace.

6. Le domaine (D) de l'espace compris entre les plans  $x = \pm e/2$  est chargé uniformément ( $\rho_0 > 0$ ).

- a. Calculer le champ électrique et le potentiel en tout point de l'espace.
- b. Une particule chargée ( $q > 0$ ) est lancée depuis un point d'abscisse  $x < -e/2$  avec une vitesse initiale  $v_0 \vec{u}_x$ . À quelle condition traversera-t-elle le domaine chargé (on suppose que les particules du domaine chargé (D) restent immobiles et ne sont pas susceptibles de subir des chocs de la part de la particule mobile ; on ne tient pas compte de la pesanteur) ?
- c. Comment est modifiée cette condition si la vitesse initiale  $\vec{v}_0$  n'est pas parallèle à  $\vec{u}_x$  ?

7. Une particule chargée ( $q$ ) est placée immobile en position repérée par  $\theta = \pi/2$  dans le champ créé par un dipôle électrique placé en  $O$ . (On utilise les coordonnées sphériques telles que le moment dipolaire soit selon  $Oz$ ). La particule peut se déplacer sans frottement sur un support circulaire de centre  $O$ , de diamètre selon  $Oz$ . On ne tient pas compte de la pesanteur.

- a. Calculer la vitesse de la particule en fonction de sa position sur le cercle.
- b. Calculer la force exercée par le support sur la particule.
- c. Quel serait le mouvement de la particule si elle était libre (support supprimé) ?
- d. Donner une équation différentielle vérifiée par la position angulaire  $\theta(t)$ . À quel dispositif classique le système étudié est-il équivalent ?

8. Une sphère de rayon  $R$  est chargée uniformément en surface ( $Q$ ). Une charge opposée  $-Q$  est placée très près du centre  $O$  de la sphère (à une distance  $a \ll R$ ). Déterminer le champ électrique en tout point. Tracer la carte de champ.