Exercices sur les interférences ; quelques corrigés

Exercice 3 (Le sténopé).

Sans diffraction, la zone éclairée au fond de la boîte par la source très lointaine serait un disque de rayon R. À cause de la diffraction, les rayons peuvent s'écarter de la ligne droite jusqu'à des angles de l'ordre de $(1{,}22)\lambda/2R$. Le facteur 1,22 associé à la diffraction par un disque peut éventuellement être omis pour un calcul d'ordre de grandeur. La zone éclairée sera alors de rayon $r = R + 1{,}22\lambda d/2R$. Cette somme de deux nombres dont le produit est constant est minimale lorsque les deux nombres sont égaux. $R = 1{,}22\dfrac{\lambda d}{2R} \Rightarrow R_{\text{optimal}} = \sqrt{\dfrac{1{,}22}{2}\lambda d} \Rightarrow r = \sqrt{2 \times 1{,}22\ \lambda d}$. AN : $R = 270\ \mu\text{m}$

Ce procédé de photographie nommé « sténopé » est incomparable par sa simplicité optique ! Il est malheureusement très peu lumineux (taille du trou) ! C'est toutefois un avantage si on veut photographier un phénomène très lumineux (éclipse partielle de soleil). Par ailleurs, la résolution est très faible (deux points dont les « images » sont distantes de moins de r ne seront pas distingués sur la photographie). Ceci peut présenter un avantage esthétique. Le « flou » des photos leur confère une certaine « douceur ».

Voir des exemples : https://www.qwant.com/?q=sténopé&t=images

Exercice 6.

Les deux sources sont incohérentes. On ajoutera donc les intensités créées par chacune.

Les ordonnées sont mesurées par rapport à l'axe de symétrie du dispositif.

Étudions alors d'abord la source S_1 qui est située à l'ordonnée $y = d$. La lumière arrive sur l'écran par réflexion sur le miroir supérieur en semblant venir de l'image qui (symétrie par rapport au plan du miroir) est située à l'ordonnée $y' = 2\ell - d$. De même, par réflexion sur le miroir inférieur, la lumière semble provenir de l'image située cette fois à l'ordonnée $y'' = -2\ell - d$. Les deux sources secondaires ainsi mises en évidence sont en phase (réflexion sur des miroirs plans). Le système est alors équivalent à deux trous d'Young distants de $a = y' - y'' = 4\ell$ mais, attention, le milieu du segment joignant les deux sources secondaires est à l'ordonnée $(y' + y'')/2 = -d$. Les dimensions transverses étant petites devant D, on va pouvoir utiliser la formule approchée du cours adaptée pour tenir compte du décalage du point milieu :

En notant Y l'ordonnée d'un point de l'écran, $\boxed{\delta_1 \sim \dfrac{n_{\text{air}} a}{D}(Y + d)}$.

Alors $I_{\text{due à } S_1} = 2I_0\left(1 + \cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda_0}\delta_1\right)\right)$

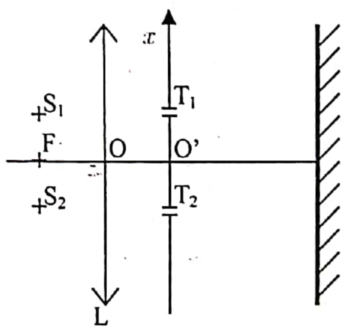
Pour l'intensité due à S_2, on applique le résultat précédent en changeant d en $-d$. $\boxed{\delta_2 \sim \dfrac{n_{\text{air}} a}{D}(Y - d)}$

$$I_{\text{due à } S_2} = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta_2\right)\right)$$

Le résultat final obtenu en faisant la somme est : $\boxed{I = 4I_0\left(1 + \Gamma\cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda_0} n_{\text{air}} \dfrac{4\ell Y}{D}\right)\right)}$ avec $\boxed{\Gamma = \cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda_0} n_{\text{air}} \dfrac{4\ell d}{D}\right)}$.

La visibilité est $|\Gamma|$. Elle peut être nulle pour certaines valeurs de ℓ.

Exercice 7.



Le collimateur peut-être modélisé par une lentille (L). Le filament est dans le plan focal de (L) (le rôle d'un collimateur est de créer à partir de chaque point source un faisceau de rayons parallèles). Le filament est très long dans la direction perpendiculaire au dessin. Les points S_1 et S_2 sont aux extrémités du diamètre ϕ du filament.

Par exemple, pour S_2, les rayons parvenant aux trous d'Young présentent une différence de marche $\delta = \vec{u} \cdot \overrightarrow{T_2T_1}$ où $\vec{u}$ correspond à la direction des rayons issus de S_2 après la lentille (théorème de Malus). La composante selon x de $\vec{u}$ vaut approximativement $-x_{S_2}/f' = \phi/2f'$ donc $\delta = \phi d/2f'$ et l'écart d'ordre d'interférence entre ce qui est dû à un point à la périphérie de la source et ce qui est dû à un point au centre vaut $\Delta p = \dfrac{\phi d}{2\lambda f'}$.

Pour une source à répartition continue uniforme de points lumineux, le critère semi-quantitatif de limite de brouillage $\Delta p = \dfrac{1}{2}$ devient exact donc, ici, on prend $\dfrac{1}{2} = \dfrac{\phi d}{2\lambda f'}$ soit $\phi = \dfrac{\lambda f'}{d} = 0{,}10$ mm.

Exercice 8.

a. Formule du cours : $\boxed{i = \dfrac{\lambda_0 D}{n_{air} a} \approx \dfrac{\lambda_0 D}{a} = 1{,}4 \text{ mm}}$

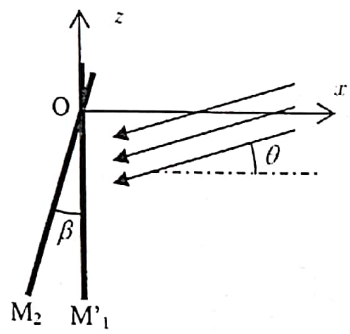
b. Le terme « décalage » est ici particulier. Il est en effet impossible, dans cette expérience de voir se « déplacer » réellement les franges. Il y a une position des franges avant de mettre la lame et une autre après avoir mis la lame. Mais les franges sont indiscernables. On ne sait donc pas si les franges se sont déplacées dans un sens ou dans l'autre. Il y aurait un déplacement visible si on pouvait faire progressivement augmenter l'épaisseur de la lame en partant de 0 pour arriver à 10 μm. C'est en ce sens qu'on définit le décalage. On suivrait par exemple la frange d'ordre d'interférence 0 et on regarderait où elle se trouve lorsque la lame a atteint son épaisseur.
Ici, si la lame est mise devant la fente supérieure F_1, cela rallonge le chemin optique des rayons passant par la fente supérieure. Pour retrouver la différence de marche nulle, il faut, pour compenser, allonger plus le chemin optique entre les fentes et l'écran pour les rayons ayant traversé la fente inférieure. Pour cela il faut prendre un point de l'écran plus haut.
Quantitativement, si on note δ la différence de marche $L_2 - L_1$, elle vaut $\delta = \dfrac{aX}{D} - (n-1)e$. Le deuxième terme est affecté d'un signe moins car c'est L_1 qui est allongé par la traversée du verre. La différence de marche est nulle pour $X = \dfrac{(n-1)eD}{a}$. On est satisfait de trouver une valeur positive (« déplacement vers le haut »). L'application numérique conduit à $\boxed{n = 1{,}6}$.

c. La longueur d'onde λ_0 est dans la partie centrale du spectre visible, là où l'œil est le plus sensible. Si l'ordre d'interférence varie peu dans cette région qui compte le plus pour la vision, alors la couleur ressentie sera semblable à ce qu'on aurait eu si tout le spectre avait été représenté par une intensité identique : lumière quasi-blanche. Ici $p = \dfrac{\delta}{\lambda} = \dfrac{aX}{\lambda D} - \dfrac{(n-1)e}{\lambda} = \dfrac{1}{\lambda}\left(\dfrac{aX}{D} - (A-1)e\right) - \dfrac{Be}{\lambda^3}$ dont la dérivée est nulle en λ_0 si $\dfrac{1}{\lambda_0}\left(\dfrac{aX}{D} - (A-1)e\right) - \dfrac{3Be}{\lambda_0^3} = 0$.
Sachant que $n(\lambda_0) = A + \dfrac{B}{\lambda_0^2}$ on en déduit que $\dfrac{aX}{D} = (n(\lambda_0) - 1)e + \dfrac{2Be}{\lambda_0^2}$ ce qui permet de calculer numériquement $\boxed{\dfrac{B}{\lambda_0^2} = 0{,}02}$ puis $\boxed{A = 1{,}58}$ et $\boxed{B = 6{,}3 \times 10^{-3} \text{ μm}^2}$.

Exercice 9.

Les carrés des diamètres des anneaux sont en progression arithmétique (cours). Ici, la raison de cette progression est $\phi_2^2 - \phi_1^2$ donc $\phi_3^2 = \phi_2^2 + \left(\phi_2^2 - \phi_1^2\right) = 2\phi_2^2 - \phi_1^2 \Rightarrow \phi_3 = 17 \text{ cm}$.

Exercice 10.



a. Les ondes réfléchies sont planes, de directions faisant un angle (petit) 2β. L'interfrange vaut $\lambda / 2\beta$.

b. Les deux ondes réfléchies ont des directions faisant les angles θ et $\theta + 2\beta$ avec l'axe Ox. Les vecteurs d'onde sont :
$\vec{k}_1 = \dfrac{2\pi}{\lambda}[\cos\theta \vec{u}_x - \sin\theta \vec{u}_z]$ et $\vec{k}_2 = \dfrac{2\pi}{\lambda}[\cos(\theta + 2\beta)\vec{u}_x - \sin(\theta + 2\beta)\vec{u}_z]$
Les ondes sont en phase en O (phase de l'onde incidente commune) donc le déphasage entre les ondes réfléchies vaut :
$\phi = \left(\vec{k}_2 - \vec{k}_1\right) \cdot \overline{\mathrm{OM}} = \dfrac{2\pi}{\lambda}[x(\cos\theta - \cos(\theta + 2\beta)) - z(\sin\theta - \sin(\theta + 2\beta))]$ et $p = \dfrac{\phi}{2\pi}$.

c. Les ondes incidentes associées à différentes valeurs de θ provenant de points sources différents sont incohérentes. L'ordre d'interférence en un point donné dépendant de θ, les différentes figures d'interférence vont se superposer en étant décalées et on va observer un brouillage.

d. $\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\theta} = \dfrac{1}{\lambda}[-x(\sin\theta - \sin(\theta + 2\beta)) - z(\cos\theta - \cos(\theta + 2\beta))]$ et $\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\theta}(\theta = 0) = \dfrac{1}{\lambda}[x\sin(2\beta) - z(1 - \cos(2\beta))]$ qui est nul si $x = z\dfrac{1 - \cos(2\beta)}{\sin(2\beta)} = z\tan\beta$ c'est-à-dire sur le miroir M_2. Avec une dérivée nulle en $\theta = 0$, l'ordre d'interférence ne variera qu'à l'ordre 2 en θ_0. Les interférences resteront peu brouillées pour des valeurs importantes de θ_0. Il s'agit du phénomène de localisation des interférences « au voisinage des miroirs » observé avec l'interféromètre de Michelson réglé en coin d'air, lorsque la source est étendue.