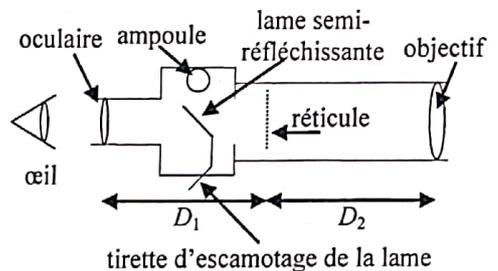


Réglage et utilisation d'un goniomètre (pour utilisation avec un prisme)

I Réglage de la lunette

1. Principe

La lunette doit être réglée pour que l'objectif forme d'un objet à l'infini une image dans le plan du réticule (croix formée par deux fils). Pour effectuer ce réglage, on procède par autocollimation : une ampoule éclaire le réticule par l'intermédiaire d'une lame semi-réfléchissante. On place un miroir plan à droite de l'objectif et on règle la distance D_2 pour que l'image du réticule par l'objectif, réflexion sur le miroir et retour par l'objectif se fasse dans le plan du réticule. Le réticule est alors dans le plan focal de l'objectif.



2. Réalisation

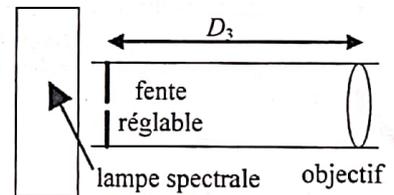
- Régler l'oculaire (distance D_1) pour voir net le réticule.
- Le réticule peut pivoter dans son plan. Pour la suite, il sera utile que l'un des traits du réticule soit vertical et l'autre horizontal. Faire un tel réglage si nécessaire.
- Mettre en place la lame semi-réfléchissante (tirette sur le côté de la lunette) et un miroir plan (le mieux est de plaquer le miroir sur la monture de l'objectif). Allumer l'ampoule.
- Régler l'objectif (distance D_2) pour voir nets en même temps le réticule et son image par réflexion (regarder le réticule et, sans cesser de le fixer, régler D_2 jusqu'à voir son image aussi nette que le réticule lui-même).
- Escamoter la lame semi-réfléchissante, éteindre l'ampoule et enlever le miroir plan.

Ces opérations étant faites, il ne faudra plus toucher au réglage de l'objectif (D_2). Par contre chacun pourra ajuster D_1 pour adapter l'appareil à sa vue. Les porteurs de verres correcteurs pourront enlever leurs lunettes pour regarder dans l'appareil. L'essentiel est que chacun puisse voir net le réticule sans avoir besoin d'accommoder.

II Réglage du collimateur

Principe

Le collimateur comporte une fente verticale réglable (la fente source éclairée par une lampe spectrale) dont l'objectif doit former une image à l'infini. Pour s'assurer du réglage, on regarde cette image avec la lunette préalablement réglée. L'objectif de la lunette forme alors une image dans le plan du réticule.



Réalisation

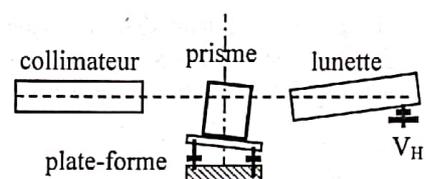
- Allumer la lampe spectrale, aligner les axes du collimateur et de la lunette.
- Sur certains appareils, la fente peut pivoter dans son plan. L'orienter pour qu'elle soit verticale.
- Agir sur la vis de réglage de l'horizontalité de l'axe de la lunette pour que l'image de la fente soit centrée en hauteur.
- Régler D_3 pour voir en même temps nets dans la lunette la fente source et le réticule.

III Réglage de la plate-forme du goniomètre

Le réglage précis décrit ci-dessous n'est pas indispensable. On peut se contenter de régler les vis calantes de façon à ce que « à l'œil » le plateau semble parallèle à son support.

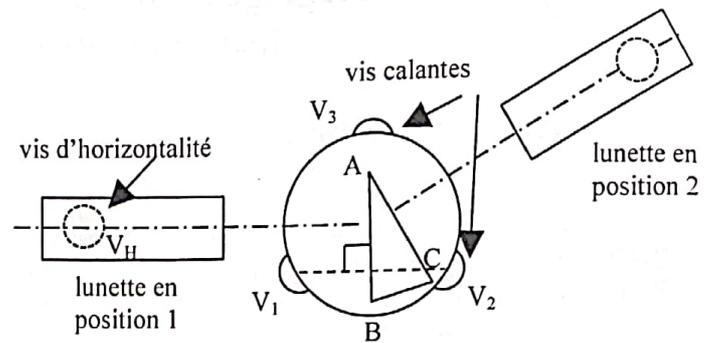
1. Principe

La plate-forme et le support de la lunette peuvent pivoter autour d'un axe vertical. Le prisme est posé sur la plate-forme. Il faut que l'axe optique de la lunette et les normales aux faces du prisme utilisées soient perpendiculaires à cet axe vertical. Pour faire ce réglage on dispose de 3 vis calantes sous la plate-forme et de la vis de réglage d'horizontalité V_H sous la lunette. On va s'assurer, par autocollimation, que l'axe de la lunette est perpendiculaire aux faces utiles du prisme (AB et AC). C'est en effet contrôlable car, si l'axe de la lunette est incliné, l'image du réticule par réflexion se fait plus haut ou plus bas que le réticule.



2. Réalisation

- Faire un réglage préliminaire grossier de l'horizontalité de la lunette. Pour cela, mettre la lunette en face du collimateur et régler la vis V_H pour que l'image observée de la fente du collimateur soit centrée verticalement.
- Placer le prisme sur le plateau de façon à ce que sa face AB soit perpendiculaire à la droite V_1-V_2 . Ainsi une action sur V_3 fera pivoter la face AC sans changer la position de AB. Régler les 3 vis calantes en position moyenne, pour que le plateau semble à peu près horizontal.
- Placer la lunette en autocollimation pour utiliser la face AB comme miroir (lunette selon la normale à la face). Régler la vis V_1 pour que le trait horizontal T du réticule et son image T' par réflexion soient au même niveau.
- Faire pivoter le plateau ou le support de la lunette pour viser l'autre face de la lame. La nouvelle image du réticule n'est alors sans doute plus au niveau du réticule. Rattraper la moitié de l'écart par réglage de la vis calante V_3 et l'autre moitié par réglage de la vis d'horizontalité de la lunette.
- Revenir en position 1. Si T et T' ne sont pas confondus, rattraper la moitié du décalage avec V_2 (qui modifie très peu l'orientation de AC et l'autre moitié sur la lunette).
- Itérer les 2 étapes précédentes jusqu'au réglage parfait à la fois en position 1 et en position 2.
- Éteindre l'ampoule de la lunette et escamoter la lame semi-réfléchissante de la lunette.



IV Mesure de positions angulaires avec un goniomètre

Le support de la lunette est muni de graduations permettant de repérer la position angulaire de la lunette (par rapport à une origine arbitraire). Suivant les appareils, les graduations sont visibles à l'œil nu (et un vernier permet d'apprécier la minute d'angle) ou à travers un oculaire placé sous la lunette (la lecture à la minute d'angle près est alors directe).

1. Positionnement précis de la lunette

Afin de faciliter un réglage précis et d'éviter tout mouvement parasite pendant la lecture de position, le support de la lunette dispose de deux vis. L'une est une vis de blocage de la rotation, l'autre est une vis de réglage fin qui permet, une fois la vis de blocage serrée, de faire une rotation très précise de la lunette (pour par exemple faire coïncider parfaitement les images de la fente source et du réticule formées par l'oculaire). Pour faire les mesures, il convient donc de procéder ainsi :

- Vis de blocage non serrée, faire pivoter la lunette à la main pour la placer grossièrement dans la position désirée.
- Serrer la vis de blocage.
- Utiliser la vis de réglage fin pour ajuster avec précision la position de la lunette.

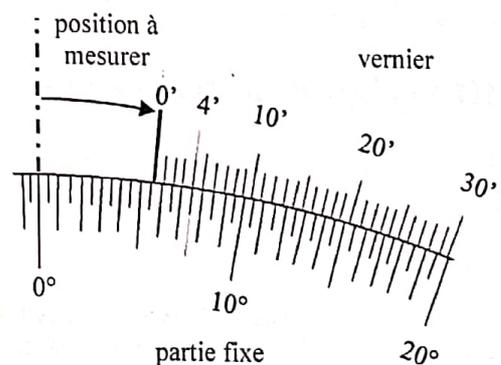
Repérer ces deux vis et vérifier leur utilisation.

2. Utilisation d'un vernier à la minute d'angle près

La partie fixe est graduée en demi-degrés. Le vernier est mobile, lié à la lunette. La graduation $0'$ du vernier permet alors de repérer la position de la lunette au demi-degré près : sur le dessin ci-contre on lit une position comprise entre $5,5^\circ$ et $6,0^\circ$.

On regarde ensuite le trait du vernier qui est aligné avec un des traits de la partie fixe. La graduation associée donne le nombre de minutes à ajouter à la borne inférieure de l'encadrement précédent : sur le dessin ci-contre, il s'agit de la graduation $4'$. La position est donc $5,5^\circ + 4' = 5^\circ 30' + 4' = 5^\circ 34' = 5,57^\circ$.

Il faut être vigilant dans ces calculs. On passe régulièrement des degrés sexagésimaux aux degrés décimaux ou inversement. En général la calculatrice est réglée pour utiliser les degrés décimaux.



Spectroscopie à prisme

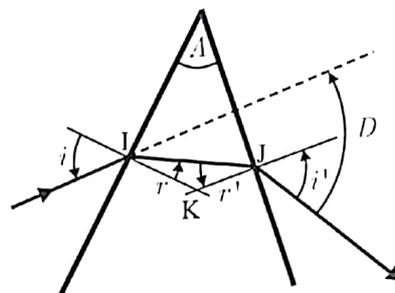
I. Étude théorique du prisme

1. Déviation par un prisme d'indice n ; dispersion

Le prisme est formé par deux dioptrés plans séparant l'air d'un verre d'indice optique n par rapport à l'air et formant un dièdre d'angle A . Les angles i, i', r, r', D sont algébriques.

Les « formules du prisme » sont :

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r & (1) \\ \sin i' = n \sin r' & (2) \\ A = r + r' & (3) \\ D = i + i' - A & (4) \end{cases}$$



(1) et (2) traduisent les lois de Descartes de la réfraction, (3) est une propriété géométrique (quadrilatère AIKJ avec deux angles droits). (4) permet d'obtenir la déviation D . Elle est obtenue en faisant la somme des déviations à chaque réfraction $i - r$ et $i' - r'$ et en utilisant (3). Ces 4 relations liant les 5 variables i, i', r, r', D montrent que D est une fonction de i . L'indice du verre intervient comme paramètre dans ces équations. Comme il dépend de la longueur d'onde, le prisme est *dispersif* et peut permettre de faire une *analyse spectrale* de la lumière.

2. Minimum de déviation

Lorsque i varie, l'angle de déviation D passe par un minimum noté D_{\min} correspondant à $i = i'$ et $r = r'$.

On peut démontrer ce résultat en différenciant les formules du prisme

$$\begin{cases} \cos i \, di = n \cos r \, dr \\ \cos i' \, di' = n \cos r' \, dr' \\ 0 = dr + dr' \\ dD = di + di' \end{cases} \quad \text{puis en cherchant la}$$

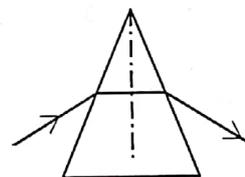
condition pour que $dD = 0$ (avec $di \neq 0$). Les deux dernières équations conduisent à $di' = -di$ et $dr' = -dr$.

Du coup, les deux premières mènent à $\frac{\cos i}{\cos i'} = \frac{\cos r}{\cos r'}$. Il est évident que $i = i'$ et $r = r'$ est solution de cette équation. En exprimant les cosinus en fonction des sinus et en utilisant (1) et (2) le calcul montre que c'est la seule solution.

Pour ce minimum de déviation (3) et (4) conduisent à $A = 2r$ et $D_{\min} + A = 2i$ et (1) ou (2) permet d'écrire :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_{\min} + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

et les rayons sont symétriques par rapport à la bissectrice de \hat{A}



3. Analyse spectrale.

La mesure de l'angle de déviation minimale permet de déterminer l'indice du verre utilisé pour le prisme. Si le lien entre longueur d'onde et indice est connu, on peut en déduire la longueur d'onde de la lumière utilisée.

II. Étude expérimentale d'un prisme

1. Réglages du goniomètre

Voir la procédure sur la feuille annexe « Réglage d'un goniomètre ».

NB : Il faudra toujours utiliser les mêmes faces AB et AC du prisme en verre. Sur certains des prismes utilisés au lycée, la face BC a été rendue opaque. Si ce n'est pas le cas, repérer le sommet A par un signe distinctif.

2. Observations qualitatives

- Éclairer la fente du collimateur avec une lampe spectrale (Hg-Cd par exemple). Vérifier que le prisme est placé sur la plate-forme de façon à ce que sa face AB soit bien éclairée (le déplacer en translation si besoin est). Repérer les directions de la lumière réfractée par le prisme et observer le spectre en plaçant la lunette dans ces directions. Identifier les composantes spectrales présentes (voir une liste de longueurs d'onde en fin de texte).
- Utiliser une fente source large est intéressant dans un premier temps pour avoir une figure très lumineuse. Par contre, pour faire des mesures précises, il sera indispensable de rétrécir le plus possible cette fente. Qu'observe-t-on ici pour la raie jaune en rétrécissant la fente ?
- Choisir une raie du spectre. Faire pivoter la plate-forme sur laquelle repose le prisme et suivre avec la lunette la raie choisie. Constaté la présence d'un minimum de déviation. Vérifier grossièrement (« à l'œil nu ») que la position du prisme par rapport aux faisceaux incident et réfléchi correspond bien à $i = i'$.

3. Incertitudes

La connaissance de la précision des mesures est très importante dans ce TP. En effet, l'exploitation finale des résultats va consister à comparer finement les indices pour différentes longueurs d'onde. Il est alors important de connaître la fiabilité des valeurs numériques utilisées. Pour chaque pointé angulaire, il y aura deux causes d'incertitude :

L'incertitude de résolution et de justesse du goniomètre. C'est une incertitude de type B et compte tenu des graduations

à la minute d'angle près on prendra une incertitude-type $u_B = \frac{1'}{\sqrt{3}}$ (classe de l'appareil).

L'incertitude de répétabilité due au processus de réglage (par exemple au 6, recherche du minimum de déviation, positionnement du réticule sur la raie). C'est une incertitude de type A dont il faut faire une étude statistique. On

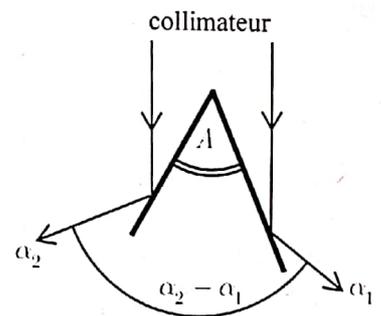
commencera par faire n mesures qui permettront d'évaluer l'écart-type expérimental $\sigma_{n-1}(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x - \bar{x})^2}$

(à faire une seule fois pour chacun des paragraphes 4, 5 et 6). Ensuite, pour chaque pointé, si on le répète N fois (N peut être égal à 1 si on manque de temps !) l'incertitude-type associée sera $u_A = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{N}}$.

L'incertitude-type finale sur la position mesurée sera alors $u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$.

4. Mesure de l'angle au sommet du prisme (méthode 1, facultatif)

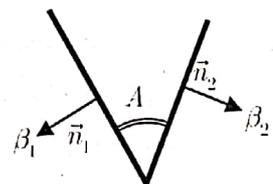
Tourner la plate-forme pour positionner l'arête du prisme vers le collimateur. Immobiliser la plate-forme en agissant sur la vis de blocage. Positionner la lunette pour recevoir la lumière réfléchi sur une des faces du prisme. Noter la position angulaire α_1 . Évaluer l'incertitude de répétabilité (voir le paragraphe 3). Positionner la lunette pour recevoir la lumière réfléchi sur l'autre face du prisme. Noter la nouvelle position α_2 . En déduire la valeur de l'angle au sommet du prisme A et l'incertitude-type associée.



5. Mesure de l'angle au sommet du prisme (méthode 2)

Tourner la plate-forme pour que l'arête du prisme ne soit plus éclairée directement par le collimateur. Immobiliser la plate-forme en agissant sur la vis de blocage. Positionner la lunette pour viser par autocollimation la normale à chacune des faces du dièdre A . Évaluer l'incertitude de répétabilité. Noter les positions angulaires associées β_1 et β_2 .

Exprimer A en fonction de $\beta_1 - \beta_2$. En déduire la valeur de l'angle au sommet du prisme A et l'incertitude-type associée.

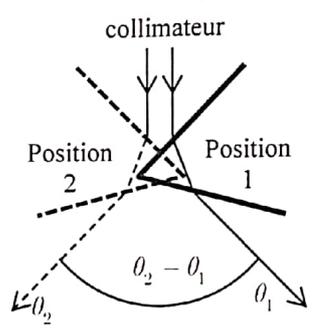


123°30'

161°57'

6. Mesure de l'indice du prisme pour chaque longueur d'onde.

Choisir une raie spectrale. Éclairer une des faces du prisme et faire les réglages pour se placer au minimum de déviation pour cette raie. Déterminer avec soin la position angulaire θ_1 de la lunette lorsqu'elle pointe cette raie (coïncidence entre le trait vertical du réticule et la raie obtenue avec une fente source très fine). Utiliser les vis de blocage et de réglage fin de la plate-forme et de la lunette à cet effet. Recommencer plusieurs fois la mesure pour en évaluer l'incertitude de répétabilité. Refaire la mesure en faisant arriver le faisceau incident sur l'autre face du prisme (faire tourner la plate-forme pour placer le prisme en position 2 : mesurer θ_2 (toujours au minimum de déviation)). On peut alors affirmer que $|\theta_2 - \theta_1| = 2D_{\min}$.



En déduire la valeur numérique de l'indice du verre pour la longueur d'onde étudiée.

Recommencer pour chacune des raies spectrales.

Attention :

La position du prisme au minimum de déviation doit être ajustée pour chacune des raies. En cas d'utilisation d'une raie d'un doublet, il faut bien repérer la même raie des deux côtés. Expliquer le critère mis en œuvre.

7. Vérification de la loi de Cauchy

La loi de Cauchy s'exprime sous la forme $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$. La vérifier (ou montrer ses limites) par un tracé graphique.

Quelques valeurs de longueurs d'onde en Å. Une valeur double correspond à un doublet spectral. Seules les raies indiquées « intense » sont vues confortablement avec les lampes spectrales du lycée.

Na			Hg			Cd		
			Rouge	faible	6907			
			"	"	6234	Rouge	intense	6438
Rouge	moyen	6161-6154	"	très faible	6123			
			"	"	6072	Orange	faible	6099
Jaune	intense	5896-5890	Jaune	intense	5791-5770			
Vert-Jaune	moyen	5688-5683	Vert-Jaune	intense	5461			
Vert	moyen	5152	Vert	très faible	4960	Vert	intense	5086
Vert-bleu	moyen	4983-4979	Vert-Bleu	faible	4916	Bleu	intense	4800
Bleu-violet	Très faible	4750	Bleu-Violet	intense	4358	Bleu-violet	intense	4678
Violet	moyen	4669-4665	Violet	très faible	4078	Violet	faible	4416
			Violet	moyen	4047			

III. Annexe : utilisation du logiciel Latis-Pro pour vérifier la loi de Cauchy

1. Charger le fichier Prisme.ltp (accessible sur Pronote/outils pédagogiques/ressources pédagogiques)
2. Dans la fenêtre **Tableur** introduire en colonne D la valeur en degrés décimaux des angles de déviation (utiliser éventuellement la calculatrice – barre d'outils du tableur – pour convertir les minutes d'angle en nombre décimal). Supprimer de la colonne D les valeurs inutiles présentes à l'ouverture du fichier.
3. Dans la fenêtre **Feuille de Calculs**, placer la bonne valeur de l'angle du prisme dans l'instruction $A = \dots$
4. Enlever de la **Fenêtre n°1** la variable « Modèle de indice » (clic droit sur le nom / retirer)
5. Exécuter la feuille de calcul (Menu Calcul/Exécuter ou raccourci clavier F2).
6. Dans la fenêtre **Modélisation**, calculer le modèle affine (cliquer sur « Calculer le modèle ») (si la fenêtre Modélisation n'est pas ouverte, l'appeler par le menu Traitement/Modélisation ou le raccourci clavier F4).
Remarque : il faut fermer la fenêtre Modélisation pour modifier les échelles de la Fenêtre n°1
7. Tirer avec la souris la courbe « Modèle de indice » depuis le volet **Paramètres** vers l'ordonnée de la **Fenêtre n°1** (si la liste des courbes n'est pas visible, cliquer sur l'icône sinusoïdale verte du volet Paramètres).

Après toute modification dans la fenêtre Tableur, reprendre au point 3 ou au point 4.

NOM(S) :

Mesure de l'indice d'un prisme par l'étude de la déviation minimale

Document-réponse

II.2. Observations qualitatives

La lumière est déviée par le prisme, l'angle de déviation est différent pour chaque longueur d'onde ce qui fait que l'on observe plusieurs raies.

II.4. Angle au sommet du prisme (méthode 1)

Détermination de l'incertitude-type : valeurs successives obtenues pour α_1

18° 15'	18° 14'	18° 14'					
---------	---------	---------	--	--	--	--	--

61° 12' 60° 13'
Exploitation : L'écart-type expérimental vaut $\sigma_{n-1} = \dots\dots\dots$

L'incertitude-type pour un pointé vaut $u_1 = \sqrt{\sigma_{n-1}^2 + u_B^2} = \dots\dots\dots$

Quel est le lien entre A et $\alpha_2 - \alpha_1$? $\alpha_2 - \alpha_1 = 2A$

Justifier que, si on n'utilise qu'un pointé pour déterminer α_2 et α_1 , l'incertitude-type sur A est $\frac{u_1}{\sqrt{2}}$. On rappelle que l'incertitude-type sur une somme ou une différence de variables indépendantes vérifie $\Delta_{x \pm y} = \sqrt{(\Delta_x)^2 + (\Delta_y)^2}$.

Pour la moyenne sur $N = \dots\dots\dots$ pointés, l'incertitude-type devient $u_N = \sqrt{\frac{\sigma_{n-1}^2}{N} + u_B^2} = \dots\dots\dots$

Est-il intéressant ici de faire N pointés (plutôt qu'un seul) ?

Bilan numérique $\alpha_1 = \dots\dots\dots$ $\alpha_2 = \dots\dots\dots$

L'angle au sommet du prisme vaut $A = \dots\dots\dots$

avec une incertitude-type : $\Delta A = \dots\dots\dots$

II.5. Angle au sommet du prisme (méthode 2)

Détermination de l'incertitude-type : valeurs successives obtenues pour β_1

--	--	--	--	--	--	--	--

Exploitation : L'écart-type expérimental vaut $\sigma_{n-1} = \dots\dots\dots$

L'incertitude-type pour un pointé vaut $u_1 = \sqrt{\sigma_{n-1}^2 + u_B^2} = \dots\dots\dots$

Pour la moyenne sur $N = \dots\dots$ pointés, l'incertitude-type devient $u_N = \sqrt{\frac{\sigma_{n-1}^2}{N} + u_B^2} = \dots\dots\dots$

Quel est le lien (à justifier) entre A et $\beta_2 - \beta_1$?

Bilan numérique $\beta_1 = \dots\dots\dots$ $\beta_2 = \dots\dots\dots$

L'angle du prisme vaut $A = \dots\dots\dots$

avec une incertitude-type : $\Delta A = \dots\dots\dots$

II.6. Mesure de l'angle de déviation

Détermination de l'incertitude-type : valeurs successives obtenues pour θ_1 :

--	--	--	--	--	--	--	--

Exploitation : L'écart-type expérimental vaut $\sigma_{n-1} = \dots\dots\dots$

L'incertitude-type pour un pointé vaut $u_1 = \sqrt{\sigma_{n-1}^2 + u_B^2} = \dots\dots\dots$

Si on a le temps et si c'est utile, on peut faire N pointés par mesure et alors $u_N = \sqrt{\frac{\sigma_{n-1}^2}{N} + u_B^2}$.

Remplir le tableau de la page suivante en mesurant les positions θ_1 et θ_2 pour plusieurs raies spectrales. Dans chaque position du prisme, ne faire, dans un premier temps, qu'un pointé par raie.

II.6. Suite Détermination de l'indice et de sa précision

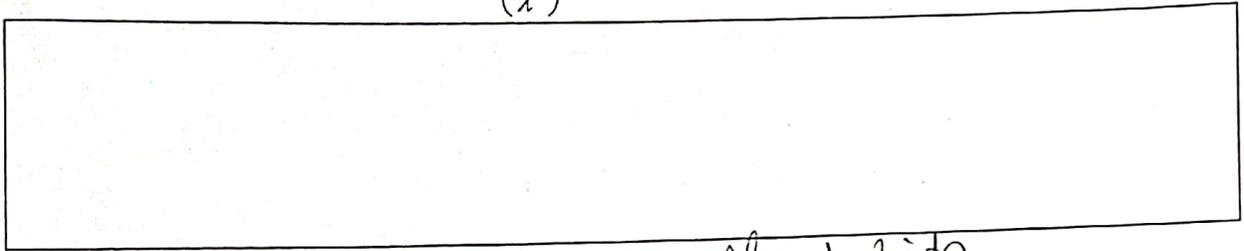
Appliquer la relation $n = \sin\left(\frac{D_{\min} + A}{2}\right) / \sin\left(\frac{A}{2}\right)$ pour remplir la dernière ligne du tableau (page suivante).

L'incertitude-type sur l'indice est $\Delta n \approx 2 \times 10^{-4} \sqrt{(\Delta A)^2 + \frac{(\Delta\theta_1)^2 + (\Delta\theta_2)^2}{4}}$ où $\Delta A, \Delta\theta_1, \Delta\theta_2$ sont exprimés en minutes d'angle (voir annexe). L'incertitude-type élargie (facteur d'élargissement 2 par exemple pour avoir un niveau de confiance de l'ordre de 95%) est alors :

$2 \Delta n = \dots\dots\dots$

II.7 Étude de $n(\lambda)$. Loi de Cauchy

Tracer sur papier millimétré la courbe $n = f\left(\frac{1}{\lambda^2}\right)$. Commenter.



plus vite

	Raie 1	Raie 2	Raie 3	Raie 4	Raie 5	Raie 6	Raie 7
Lampe	Hg	Hg	Hg				
Couleur	Rouge	vert pour	violet	impure			
Longueur d'onde							

	Position	Pointé	Raie			
			1	2	3	4
Position 1 θ_1	Pointé 1		84°41'	84°40'30"	83°39'30"	86°12'
	Pointé 2		86°11'20"			
	" 3					
	"					
Position 2 θ_2	Pointé 1		161°57'	162°19'	163°25'	162°30'30"
	Pointé 2		161°57'			
	" 3		161°57'			
	"					
	Moyenne θ_1		161°57'			
	Incertitude-type					
	Moyenne θ_2		84°			
	Incertitude-type					

Déviations	77,26°						
Indice							

Annexe. Étude de la propagation des incertitudes

L'indice est donné par la relation $n = \frac{\sin((D_{\min} + A)/2)}{\sin(A/2)}$. On peut alors calculer $\frac{\partial n}{\partial A} = -\frac{1 \sin(D_{\min}/2)}{2(\sin(A/2))^2}$

et $\frac{\partial n}{\partial D_{\min}} = \frac{1 \cos((D_{\min} + A)/2)}{2 \sin(A/2)}$. Pour le matériel utilisé dans ce TP $A \approx 60^\circ$ et $D_{\min} \approx 40^\circ$. Alors

$$\frac{\partial n}{\partial A} \approx -0,68 \text{ rad}^{-1} \quad \text{et} \quad \frac{\partial n}{\partial D_{\min}} \approx 0,64 \text{ rad}^{-1}. \quad \Delta n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial A}\right)^2 (\Delta A)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial A}\right)^2 (\Delta D_{\min})^2} \quad \text{devient}$$

$\Delta n \approx 0,7 \sqrt{(\Delta A)^2 + (\Delta D_{\min})^2}$ si on exprime les angles en radians. Pour les angles en minutes, et avec

$$D_{\min} = (\theta_2 - \theta_1) / 2 \text{ ceci conduit à } \Delta n \approx 2 \times 10^{-4} \sqrt{(\Delta A)^2 + \frac{(\Delta \theta_1)^2 + (\Delta \theta_2)^2}{4}}$$