

# Modélisation du comportement de capteurs

Ce cours développe les méthodes de modélisation et de prévision du comportement de quelques capteurs très présents dans l'industrie. Afin d'appréhender le fonctionnement de ces capteurs, les phénomènes physiques (résistif, magnétique, capacitif) mis en jeu sont modélisés. Enfin, les paragraphes de chaque capteur aboutissent à une relation entre la grandeur à mesurer (position ou force) et la tension donnée par le capteur, relation utile lors de la modélisation des commandes de systèmes.

## 1. Définitions et prérequis

### 1.1 Définitions

- Mesurande : grandeur qui est l'objet de la mesure (position, vitesse, force,...), mais qui ne peut pas être directement mesurée ;
- Corps d'épreuve : composant sur lequel une de ces caractéristiques électriques (résistance, capacité, inductance,...), image de la mesurande, est mesurée ;
- Conditionneur : circuit électrique associé au corps d'épreuve afin de délivrer la tension électrique  $V_{mes}$ , support de l'information, en fonction des grandeurs électriques précédemment évoquées. Il est utilisé pour simplifier l'interface du capteur avec le système d'acquisition des données ;
- Sensibilité du capteur : c'est le rapport entre  $V_{mes}$  et la mesurande ;
- Étendue de mesure du capteur : intervalle comprenant l'ensemble des valeurs de la mesurande que peut détecter le capteur ;
- Pont de Wheatstone équilibré : signifie que  $V_{mes} = 0$  (voir le paragraphe suivant).

### 1.2 Le pont de Wheatstone

Il se présente sous la forme du montage électrique suivant, où la différence de potentiel mesurée  $V_{mes}$  est le « pont » réalisé entre les points A et B.

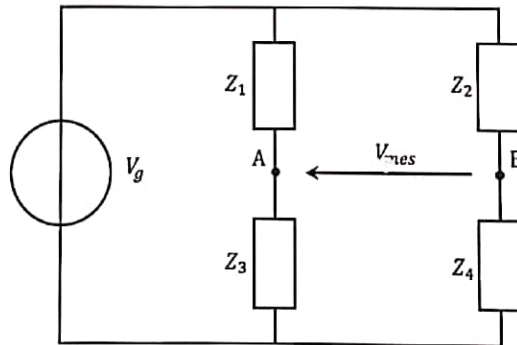


Figure 1 : Pont de Wheatstone alimenté par une source de tension parfaite

Un pont complet de Wheatstone comprend quatre impédances variables  $Z_i$ , telles que  $Z_1 = Z_{10} + \Delta Z_1$ ,  $Z_2 = Z_{20} + \Delta Z_2$ ,  $Z_3 = Z_{30} + \Delta Z_3$  et  $Z_4 = Z_{40} + \Delta Z_4$ .

En considérant les deux mailles passant par le pont entre A et B, on obtient les relations suivantes :

$$V_{mes} = V_g \left( \frac{Z_2}{Z_2 + Z_4} - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} \right) \text{ et } V_{mes} = V_g \left( \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} - \frac{Z_4}{Z_2 + Z_4} \right)$$

Dans le cas particulier où  $Z_{10} = Z_{20} = Z_{30} = Z_{40} = Z_0$  (utile pour le capteur à jauges de déformation), le pont est équilibré lorsque  $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4 = Z_0$ , et  $V_{mes}$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$V_{mes} \sim \frac{V_g}{4} \left( -\frac{\Delta Z_1}{Z_1} + \frac{\Delta Z_2}{Z_2} + \frac{\Delta Z_3}{Z_3} - \frac{\Delta Z_4}{Z_4} \right)$$

Démonstration :

$$V_{mes} = V_g \left( \frac{z_0 + \Delta z_2}{z_0 + \Delta z_2 + z_0 + \Delta z_4} - \frac{z_0 + \Delta z_1}{z_0 + \Delta z_1 + z_0 + \Delta z_3} \right) \text{ et } V_{mes} = V_g \left( \frac{z_0 + \Delta z_3}{z_0 + \Delta z_1 + z_0 + \Delta z_3} - \frac{z_0 + \Delta z_4}{z_0 + \Delta z_2 + z_0 + \Delta z_4} \right)$$

Lorsque les variations d'impédances  $\Delta Z_i$  sont petites devant  $Z_0$ ,

$$\text{Alors : } \frac{z_0 + \Delta z_1}{z_0 + \Delta z_1 + z_0 + \Delta z_3} \sim Z_0 \left( 1 + \frac{\Delta z_1}{z_1} \right) (2Z_0)^{-1} \left( 1 + \frac{\Delta z_1 + \Delta z_3}{2Z_0} \right)^{-1}$$

$$\text{Donc } \frac{z_0 + \Delta z_1}{z_0 + \Delta z_1 + z_0 + \Delta z_3} \sim \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\Delta z_1}{z_1} \right) \left( 1 - \frac{\Delta z_1}{2Z_1} - \frac{\Delta z_3}{2Z_3} \right) \sim \frac{1}{4} \left( 2 + \frac{\Delta z_1}{z_1} - \frac{\Delta z_3}{z_3} \right)$$

$$\text{Finalement : } V_{mes} \sim \frac{V_g}{4} \left( -\frac{\Delta z_1}{z_1} + \frac{\Delta z_2}{z_2} + \frac{\Delta z_3}{z_3} - \frac{\Delta z_4}{z_4} \right).$$

## 2. Potentiomètre linéaire en capteur de position push-pull

Un potentiomètre est un type de résistance variable à trois bornes. Une borne est reliée à un curseur (position  $\Delta x$ ) se déplaçant sur une piste résistante aux extrémités de laquelle (positions  $\pm L$ ) se situent les deux autres bornes. Ce système permet de recueillir, entre la borne reliée au curseur et une des deux autres bornes, une tension  $V_{mes}$  qui dépend de la position  $\Delta x$  du curseur et de la tension  $V_g$  à laquelle est soumise la résistance.

### 2.1 Résistances $R_g$ du générateur de tension et $R_{app}$ de l'appareil de mesure non négligées

Mesurande : position  $\Delta x$  ; caractéristiques électriques du corps d'épreuve modifiées par la mesurande : résistances  $R_1$  et  $R_2$ .

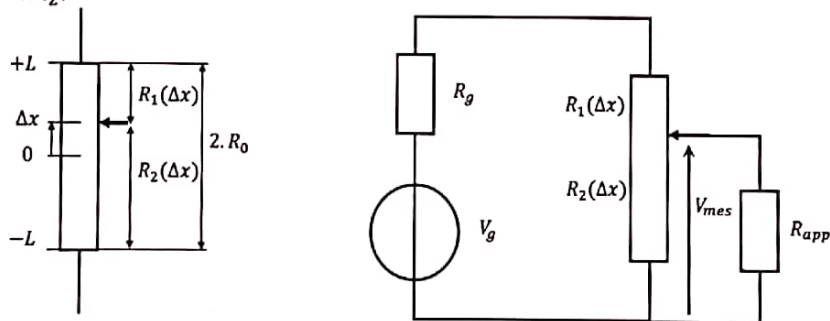


Figure 2 : schéma du corps d'épreuve (à gauche), et modèle du conditionneur (à droite)

#### 2.1.1 Relations entre $R_1$ , $R_2$ et $\Delta x$ , obtenues à partir du corps d'épreuve

Par linéarité de la résistance avec la longueur,  $R_1 = \frac{L - \Delta x}{L} R_0$  et  $R_2 = \frac{L + \Delta x}{L} R_0$ .

Le terme « push-pull » est employé car pour toute longueur  $\Delta x$  ajoutée au fil de résistance  $R_1$ , la longueur  $\Delta x$  est soustraite au fil de résistance  $R_2$  ( $\Delta R_1 = -\Delta R_2$ ).

#### 2.1.2 Relation entre $R_1$ , $R_2$ et $V_{mes}$ (mesurée à partir du conditionneur)

L'écriture de deux mailles permet d'aboutir à la relation suivante :

$$V_{mes} = \frac{R_2 R_{app}}{R_2 R_{app} + (R_2 + R_{app})(R_g + R_1)} V_g$$

#### 2.1.3 Relation entre $V_{mes}$ et $\Delta x$

En injectant les expressions de  $R_1$  et  $R_2$  dans  $V_{mes}$  on obtient la relation souhaitée.

## 2.2 Générateur et appareil de mesure parfaits ( $R_g = 0 ; R_{app} \rightarrow \infty$ )

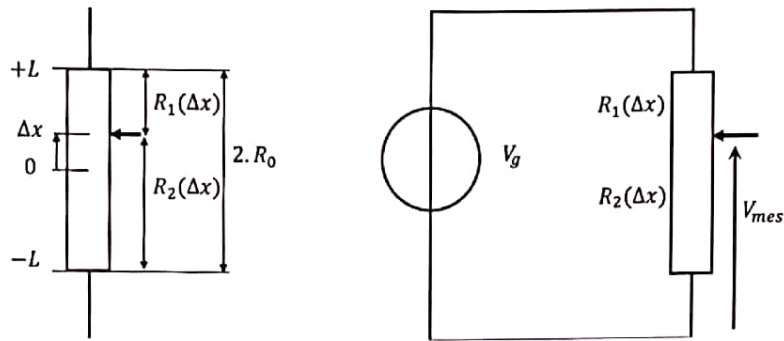


Figure 3 : schéma du corps d'épreuve (à gauche), et modèle du conditionneur (à droite)

### 2.2.1 Les relations entre $R_1$ , $R_2$ et $\Delta x$ restent inchangées

### 2.2.2 Relation entre $R_1$ , $R_2$ et $V_{mes}$ (mesurée à partir du conditionneur)

Le pont diviseur de tension donne  $V_{mes} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_g$ .

### 2.2.3 Relation entre $V_{mes}$ et $\Delta x$

$$V_{mes} = \frac{V_g}{2} \left( 1 + \frac{\Delta x}{L} \right)$$

Remarques : ces relations se déduisent de celles du paragraphe précédent, en appliquant les hypothèses de générateur et appareil de mesure parfaits.

La relation entre  $\Delta V_{mes} (= V_{mes} - \frac{V_g}{2})$  et  $\Delta x$  est donc linéaire. La sensibilité  $S = \frac{\Delta V_{mes}}{\Delta x}$  est donc  $S = \frac{V_g}{2L}$  (en  $V \cdot m^{-1}$ ).

## 2.3 Exemple de défaut d'un potentiomètre utilisé en capteur angulaire

Mesurande : position angulaire  $\Delta \theta$  ; caractéristiques électriques du corps d'épreuve modifiées par la mesurande : résistances  $R_1$  et  $R_2$ .

Par un raisonnement analogue à celui développé pour le potentiomètre linéique, en l'absence de défaut de fabrication, on peut démontrer que  $V_{mes} \approx \frac{V_g}{2} \left( 1 + \frac{\Delta \theta}{\theta_0} \right)$ .

Lorsque la piste résistive présente un défaut d'épaisseur, la relation entre résistance  $R_1$  et  $\theta$  ne peut plus être modélisée par une relation linéaire ( $R_1 \neq R_0 \frac{\theta}{\theta_0}$ , où  $R_0$  est la résistance totale de la piste). Prenons plutôt la relation non linéaire  $R_1(\theta) = \frac{\theta}{\theta_0} \left( 1 + a \frac{\theta}{\theta_0} \right) \frac{R}{1+a}$ , qui respecte aussi les conditions  $R_1(0) = 0$  et  $R_1(\theta_0) = R_0$ , et où  $a$  est un paramètre à déterminer.

### Détermination du défaut $a$ tolérable

Le pourcentage maximal d'erreur acceptée  $e_{\%}$  provenant de la non-linéarité est choisi égale à 0.01. En considérant que l'expression de  $e_{\%}$  est  $e_{\%} = \frac{\max(V_{mes} - V_{mes,lin})}{V_{mes,max} - V_{mes,min}}$ , il reste à déterminer les expressions des tensions de mesure  $V_{mes}$  et de mesure linéarisée  $V_{mes,lin}$ .

Le demi-pont de Wheatstone suivant (demi car seules deux résistances sur quatre sont variables :  $R_1$  et  $R_2$ ) est utilisé comme conditionneur pour obtenir une tension de mesure nulle à mi-parcours de la piste (pour  $\theta = \frac{\theta_0}{2}$ ).



Comme  $V_{mes} = V_g \left( \frac{R_4}{R_3+R_4} - \frac{R_2}{R_1+R_2} \right)$ , les résistances  $R_3$  et  $R_4$  sont choisies telles que  $R_4 = R_2 \left( \frac{\theta_0}{2} \right) = R_{20}$  et  $R_3 = R_1 \left( \frac{\theta_0}{2} \right) = R_{10}$ .

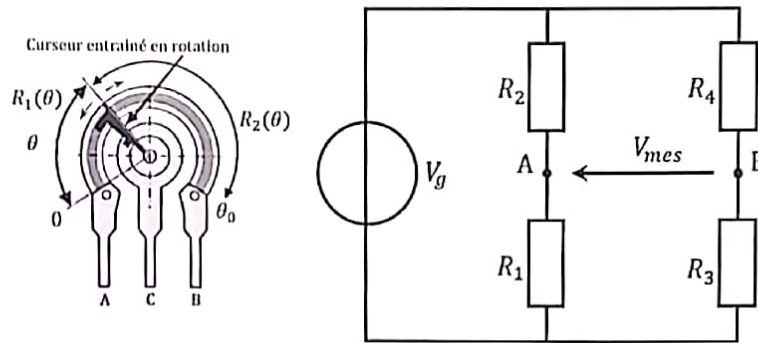


Figure 4 : schéma du corps d'épreuve (à gauche), et modèle du conditionneur (à droite)

La tension de mesure s'exprime alors sous la forme  $V_{mes} = \frac{\Delta\theta}{\theta_0} \left( 1 + \frac{a}{1+a} \frac{\Delta\theta}{\theta_0} \right) V_g$ . À l'ordre 1 en  $\frac{\Delta\theta}{\theta_0}$  la relation entre  $V_{mes}$  et  $\Delta\theta$  devient linéaire :  $V_{mes,lin} = \frac{\Delta\theta}{\theta_0} V_g$ .

Pour respecter l'erreur maximale tolérable, étant donné que  $\frac{\Delta\theta}{\theta_0}$  varie de  $-\frac{1}{2}$  à  $\frac{1}{2}$ , il faut vérifier que le défaut  $a$  est inférieur à  $4.10^{-2}$ .

### 3. Capteur capacitif push-pull à glissement du diélectrique

Mesurande : position  $\Delta x$  ; caractéristiques électriques du corps d'épreuve modifiées par la mesurande : capacités  $C_1$  et  $C_2$ .

Le capteur est constitué de deux condensateurs plans identiques  $C_1$  et  $C_2$  de surface  $A$  entre les armatures desquelles se déplace un noyau diélectrique, de permittivité relative  $\epsilon_r$ , dans le vide de permittivité  $\epsilon_0$ .

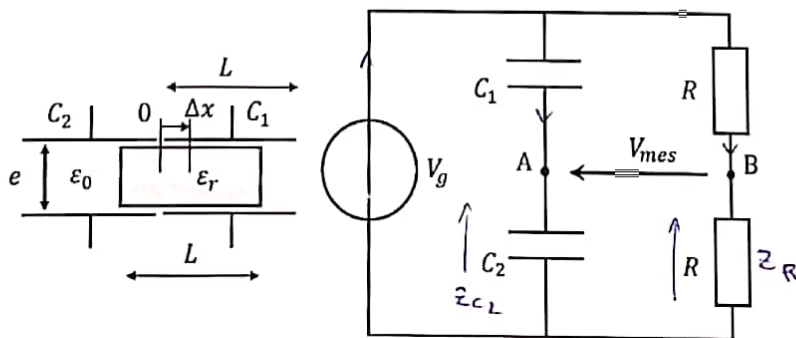


Figure 5 : schéma du corps d'épreuve (à gauche), et modèle du conditionneur (à droite)

#### 3.1.1 Relations entre $C_1$ , $C_2$ et $\Delta x$ , obtenues à partir du corps d'épreuve

Lorsque le noyau est centré ( $\Delta x = 0$ ), les capacités  $C_1$  et  $C_2$  sont égales à  $C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{2e} (1 + \epsilon_r)$ . Si le diélectrique se déplace de  $x$ , alors  $C_1 = C_0 + \Delta C_1$  et  $C_2 = C_0 + \Delta C_2$  avec  $\Delta C_1 = -\Delta C_2 = C_0 \frac{2 \Delta x}{L} \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right)$ . Le terme « push-pull » est employé car la somme de  $C_1(\Delta x)$  et  $C_2(\Delta x)$  reste constante ( $\Delta C_1 = -\Delta C_2$ ).

#### 3.1.2 Relation entre $C_1$ , $C_2$ et $V_{mes}$ (mesurée à partir du conditionneur)

La maille inférieure entre les points  $A$  et  $B$  donne la relation  $V_{mes} = V_g \left( -\frac{1}{2} + \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) = \frac{V_g}{2} \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2}$  car  $Z_1 = \frac{1}{jC_1 \omega}$  et  $Z_2 = \frac{1}{jC_2 \omega}$ .

### 3.1.3 Relation entre $V_{mes}$ et $\Delta x$

D'après les équations déterminées dans les deux paragraphes précédents, la tension de mesure  $V_{mes}$  est égale à  $\frac{\Delta x}{L} \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) V_g$ .

La relation entre  $V_{mes}$  et  $\Delta x$  est donc linéaire. La sensibilité  $S = \frac{V_{mes}}{\Delta x}$  est donc  $S = \frac{1}{L} \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) V_g$  (en  $V \cdot m^{-1}$ ).

L'étendue de mesure correspond à l'intervalle  $\Delta x \in \left[ -\frac{L}{2}; \frac{L}{2} \right]$ .

## 4. Capteur inductif à réluctance variable

Mesurande : position  $\Delta x$  ; caractéristiques électriques du corps d'épreuve modifiées par la mesurande : inductances  $L_1$  et  $L_2$ .

Il s'agit d'un transformateur dont le circuit magnétique inclut l'objet en déplacement. Celui-ci doit donc être de nature ferromagnétique. L'intervalle, ou entrefer, entre l'objet et la tête détermine la réluctance (résistance au passage d'un champ magnétique) du circuit magnétique.

Les lignes de champs sont supposées parfaitement guidées par le circuit magnétique, et l'entrefer  $e = e_0 \pm \Delta x$  suffisamment petit pour ne pas perturber ce guidage.

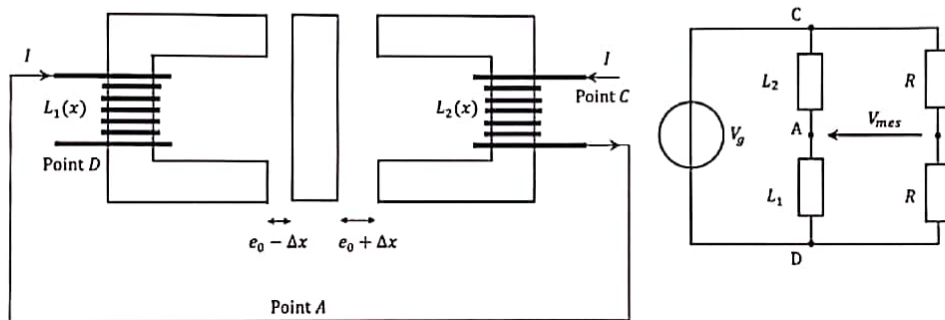


Figure 6 : schéma du corps d'épreuve (à gauche), et modèle du conditionneur (à droite)

Une étude d'induction permet d'aboutir à l'expression des inductances  $L(e) = \frac{N^2 S}{l \frac{2}{\mu + \mu_0}}$ , où  $N$  est le nombre de spires de la bobine,  $S$  la section du capteur,  $l$  la longueur du contour, et  $\mu_0$  et  $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$  les perméabilités magnétiques de l'air et du circuit magnétique. L'inductance est donc inversement proportionnelle à l'entrefer  $e$ .

#### 4.1.1 Relations entre $L_1(e_0 - \Delta x)$ , $L_2(e_0 + \Delta x)$ et $\Delta x$ , obtenues à partir du corps d'épreuve

D'après ce qui précède,  $L_1(e_0 - \Delta x) = \frac{N^2 S}{l \frac{2(e_0 - \Delta x)}{\mu + \mu_0}}$  et  $L_2(e_0 + \Delta x) = \frac{N^2 S}{l \frac{2(e_0 + \Delta x)}{\mu + \mu_0}}$ .

#### 4.1.2 Relation entre $L_1(e_0 - \Delta x)$ , $L_2(e_0 + \Delta x)$ et $V_{mes}$ (mesurée à partir du conditionneur)

La maille inférieure passant par le pont entre A et B donne la relation  $V_{mes} = V_g \left( -\frac{1}{2} + \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \right) = \frac{V_g L_1 - L_2}{2 L_1 + L_2}$  car  $Z_1 = jL_1 \omega$  et  $Z_2 = jL_2 \omega$ .

Le pont est équilibré lorsque  $\Delta x = 0$  car alors  $L_1 = L_2$  et  $V_{mes} = 0$ .

### 4.1.3 Relation entre $V_{mes}$ et $\Delta x$

La relation entre la tension  $V_{mes}$  et la distance  $\Delta x$  est alors linéaire :  $V_{mes} = \frac{\Delta x}{\frac{l}{\mu_r} + 2e_0} V_g$ .

La sensibilité  $S = \frac{V_{mes}}{\Delta x}$  est donc  $S = \frac{1}{\frac{l}{\mu_r} + 2e_0} V_g$  (en  $V \cdot m^{-1}$ ).

## 5. Capteur d'effort à jauges de déformation

Mesurande : force de traction  $F$  ; caractéristiques électriques du corps d'épreuve modifiées par la mesurande : résistance(s)  $R_i$ .

Le but des extensomètres à fils résistants ou jauges de déformation est de traduire la déformation  $\frac{\Delta l}{l_0}$  d'une pièce en variation de résistance électrique  $\frac{\Delta R}{R_0}$ , sous la forme  $\frac{\Delta R}{R_0} = K \frac{\Delta l}{l_0}$ . Elles consistent en des spires rapprochées et sont généralement fabriquées à partir d'une mince feuille métallique (quelques  $\mu m$  d'épaisseur) et d'un isolant électrique, que l'on traite comme un circuit imprimé (par lithographie et par attaque à l'acide).

### 5.1 Détermination expérimentale de $K$ pour un fil cylindrique

On considère un fil cylindrique de section  $S$ , de longueur  $l_0$ , de résistance  $R$  égale à  $R_0$  lorsqu'il n'est soumis à aucun effort, de matériaux dont le module d'Young est  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  ( $= \frac{\text{contraction transversale unitaire}}{\text{allongement axial unitaire}}$ ).

On le soumet à un effort de traction  $F$  connu (effort parallèle à l'axe du fil). La loi de Hooke permet de relier cet effort  $F$  à l'allongement  $\frac{\Delta l}{l_0}$  :  $F = E \frac{\Delta l}{l_0} S$ . Il ne reste alors plus qu'à déterminer la valeur du rapport  $\frac{\Delta R}{R_0}$ .

La mesure de la variation de résistance  $\frac{\Delta R}{R_0}$  ne peut pas être effectuée sur un ohmmètre car elle est trop faible (de l'ordre du  $\mu \cdot \Omega$ ). Il est nécessaire d'effectuer le montage en pont de Wheatstone suivant.

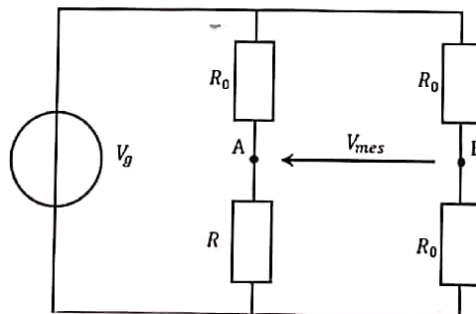


Figure 7 : modèle du conditionneur

En appliquant le résultat démontré dans le paragraphe traitant du pont de Wheatston, il vient :  $\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{4V_{mes}}{V_g}$ .

La mesure de  $V_{mes}$  permet directement de déduire  $\Delta R/R_0$ . Finalement,  $K = \frac{\Delta R/R_0}{\Delta l/l_0}$ .

### 5.2 Détermination analytique de $K_j$ pour une jauge

L'étude porte sur une jauge de déformation, soumise à un effort de traction, dont les longueurs sont présentées sur la figure ci-dessous.

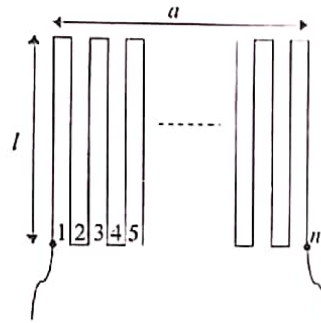


Figure 8 : schéma d'une jauge d'extensométrie

La jauge d'extensométrie est constituée de  $n$  brins longitudinaux de longueur  $l$  ( $= l_0$  lorsqu'elle est au repos), et de résistance  $R$ , et de brins transversaux de longueur totale  $a$ . Soient  $R_l$ ,  $R_t$  et  $R_j$  les résistances respectivement des brins longitudinaux, transversaux et de la jauge complète ( $R_j = R_l + R_t$ ).

On cherche  $K_j$  tel que  $\frac{\Delta R_j}{R_j} = K_j \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$ .

Les résistances et ses variations s'expriment de la façon suivante :

- $R_l = nR$  et  $\frac{\Delta R_l}{R_l} = K \frac{\Delta(n \cdot l_0)}{n \cdot l_0} = K \frac{\Delta l}{l_0}$  ;
- $R_t = \frac{a}{l_0} R$  et  $\frac{\Delta R_t}{R_t} = K \frac{\Delta(a)}{a} = -K \nu \frac{\Delta l}{l_0}$  ;
- $R_j = R \left( n + \frac{a}{l_0} \right)$  et  $\frac{\Delta R_j}{R_j} = \frac{\Delta R_l + \Delta R_t}{R_l + R_t} = \frac{R_l}{R_l + R_t} \frac{\Delta R_l}{R_l} + \frac{R_t}{R_l + R_t} \frac{\Delta R_t}{R_t} = \left( \frac{n - \nu \frac{a}{l_0}}{n + \frac{a}{l_0}} \right) K \frac{\Delta l}{l_0}$ .

Alors le facteur de jauge est  $K_j = \left( \frac{n - \nu \frac{a}{l_0}}{n + \frac{a}{l_0}} \right) K$ .

Lorsque la résistance transversale  $R_t$  est très inférieure à la résistance longitudinale  $R_l$  ( $R_t \ll R_l \Leftrightarrow \frac{a}{nl_0} \ll 1$ ), alors  $K_j \sim K(1 - (1 + \nu)\alpha)$  à l'ordre 1, avec  $\alpha = \frac{a}{nl_0}$ .

La résistance transversale  $R_t$  diminue donc le facteur de jauge et la précision de mesure. Considérant  $a$  et  $l_0$  du même ordre, choisir un nombre de spire  $n$  grand permet d'améliorer la précision de mesure.

À l'ordre 0,  $K_j \sim K$  donc  $\frac{\Delta R_j}{R_j} \sim K \frac{\Delta l}{l_0}$ .

### 5.3 Détermination expérimentale de l'effort de traction $F$

La jauge est placée dans le pont de Wheatstone suivant.

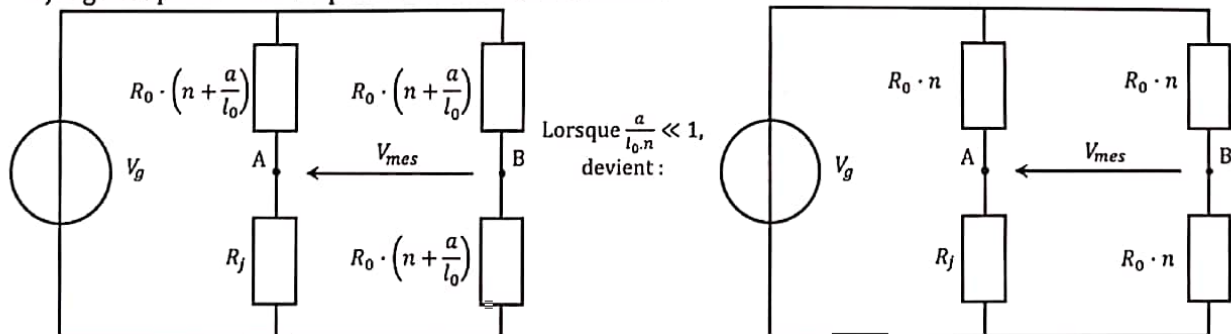


Figure 9 : modèles du conditionneur

Les étapes suivantes sont détaillées en faisant l'hypothèse que  $\frac{a}{nl_0} \ll 1$  (résistance transversale  $R_t$  négligeable devant  $R_l$ ).



**5.3.1 Relation entre  $\frac{\Delta R_j}{R_j}$  et  $F$ , obtenue à partir du corps d'épreuve**

$$\frac{\Delta R_j}{R_j} = K \frac{\Delta l}{l_0} \text{ et } F = \frac{E \Delta l S}{l_0} \text{ donc } F = \frac{ES \Delta R_j}{K R_j}$$

**5.3.2 Relation entre  $\frac{\Delta R_j}{R_j}$  et  $V_{mes}$  (mesurée à partir du conditionneur)**

En appliquant le résultat démontré dans le paragraphe traitant du pont de Wheatston, il vient :  $\frac{\Delta R_j}{R_j} = \frac{4V_{mes}}{V_g}$ .  
Le pont est équilibré lorsque la jauge n'est soumise à aucun effort, car alors  $R_j = nR_0$  et  $V_{mes} = 0$ .

**5.3.3 Relation entre  $V_{mes}$  et  $F$**

La relation entre la tension  $V_{mes}$  et l'effort  $F$  peut alors être considérée linéaire :  $F = \frac{ES}{K} \frac{4V_{mes}}{V_g}$ . La sensibilité  $S = \frac{V_{mes}}{F}$  est donc  $S = \frac{KV_g}{4ES}$  (en  $V \cdot N^{-1}$ ).

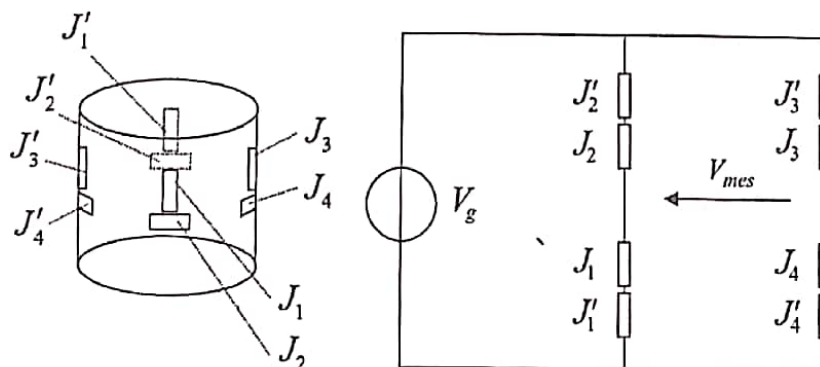
**5.4 Utilisation des jauges d'exensométrie sur un corps d'épreuve cylindrique**

Dans le montage en quart de pont de Wheatstone, on ne dispose que d'une jauge et trois résistances viennent en complément avec l'électronique associée. Ce montage est le plus simple et le moins cher mais présente de nombreux inconvénients :

- la jauge étant éloignée des autres résistances, il faut prendre en compte la résistance induite par la longueur de câble ;
- la tension alimentant la jauge diminue de la somme des variations de tension rencontrées sur les câbles de liaison. À l'entrée de la jauge, elle est largement inférieure à celle qui sort de l'amplificateur. La sensibilité du capteur (qui varie proportionnellement à la tension d'alimentation) s'en trouve alors amoindrie ;
- la résistance du câblage ajoute également une atténuation du signal et donc une perte d'information. Par exemple, un câble de 100 m conduit à une variation de 10 %.

Un conditionneur en demi-pont ou pont complet (deux ou quatre résistances variables) permet de diminuer l'impact de ces défauts.

Le pont suivant comprend huit jauges de déformation montées par paires  $J_i$  et  $J'_i$ . Ce montage permet de donner des valeurs d'efforts plus précis, et de corriger par exemple un défaut d'orientation de l'effort de traction.



**Figure 10 : modèle du conditionneur**

Dans le cas d'un effort de traction purement axial,  $R_1 = J_1 + J'_1$  et  $R_3 = J_3 + J'_3$  sont égales (de même  $R_2 = R_4$ ) :  $R_1 = 2(R_0 + \Delta R_1) = R_3$  et  $R_2 = 2(R_0 + \Delta R_2) = R_4$ .



Lorsque l'effort n'est pas parfaitement axial, la contrainte supplémentaire subie par une des jauges d'un couple est subie en moins par l'autre jauge :  $R_1 = (R_0 + \Delta R_1 + \alpha R_1) + (R_0 + \Delta R_1 - \alpha R_1) = 2(R_0 + \Delta R_1)$ . L'expression des résistances du pont est identique à celle obtenue dans le cas d'un effort de traction purement axial.

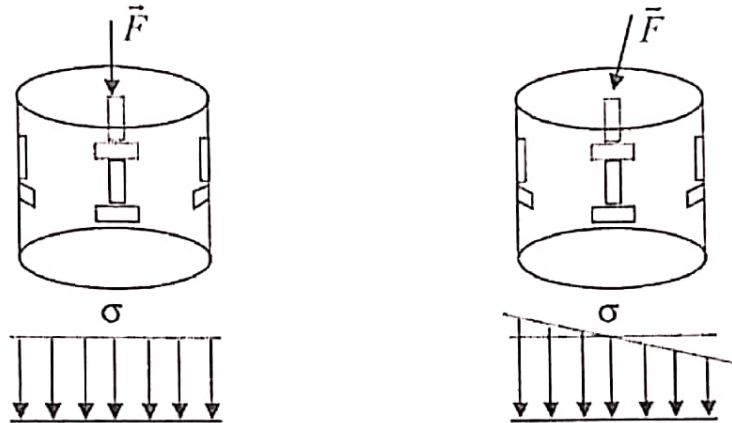


Figure 11 : répartition non uniforme des contraintes

### 5.4.1 Relation entre $V_{mes}$ , $\frac{\Delta R_1}{R_1}$ , $\frac{\Delta R_2}{R_2}$ , $\frac{\Delta R_3}{R_3}$ et $\frac{\Delta R_4}{R_4}$ (mesurée à partir du conditionneur)

En appliquant le résultat démontré dans le paragraphe traitant du pont de Wheatston, il vient :

$$V_{mes} = \frac{V_g}{2} \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{R_3}{R_3 + R_4} \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

### 5.4.2 Relation entre $V_{mes}$ et $F$

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = K \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\Delta R_3}{R_3} \text{ et } \frac{\Delta R_2}{R_2} = -\nu K \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\Delta R_4}{R_4} \text{ et } F = \frac{E \Delta l S}{l_0}$$

donc :  $V_{mes} = \frac{V_g K (1 + \nu) F}{2ES + KF(1 - \nu)}$ . À l'ordre 1 en  $\frac{K(1 - \nu)F}{ES}$ ,  $V_{mes,lin} = \frac{V_g K (1 + \nu) F}{2ES}$  : la relation entre la tension  $V_{mes,lin}$  et l'effort  $F$  est donc linéaire. La sensibilité  $S = \frac{V_{mes,lin}}{F}$  est donc  $S = \frac{V_g K (1 + \nu)}{2ES}$  (en  $V \cdot N^{-1}$ ).

Pour déterminer l'erreur relative à cette approximation, il suffit de calculer le rapport  $\frac{V_{mes} - V_{mes,lin}}{V_{mes}}$ .