

# Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

## Devoir Surveillé n°1

Comportement dynamique d'un véhicule auto-balancé de type Segway

**Durée de l'épreuve : 2h30**

Les différentes parties peuvent être traitées de façon indépendante. Il vous est conseillé de lire le sujet jusqu'à la fin avant de le traiter.

### 1. Présentation du système

Le support de l'étude est un véhicule auto-balancé de type Segway. Il s'agit d'un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en milieu urbain. En termes de prestations, il est moins rapide qu'une voiture ou qu'un scooter mais plus maniable, plus écologique, moins encombrant et nettement plus moderne. La conduite du Segway se fait par inclinaison du corps vers l'avant ou vers l'arrière, afin d'accélérer ou freiner le mouvement (comme pour la marche à pied dans laquelle le piéton s'incline vers l'avant pour débiter le mouvement). Les virages à droite et à gauche sont quant à eux commandés par la rotation de la poignée directionnelle située sur la droite du guidon (cf. photographies figure 1).

La spécificité de ce véhicule est d'avoir deux roues qui ont le même axe de rotation, avec son centre de gravité situé au-dessus de l'axe commun des roues, si bien qu'on se demande comment rester à l'équilibre une fois monté sur la plate-forme. Tout comme le cerveau permet à l'homme de tenir debout sans tomber grâce à l'oreille interne, le système comporte un dispositif d'asservissement d'inclinaison, maintenant la plate-forme du véhicule à l'horizontale ou encore la barre d'appui, supposée orthogonale à cette plate-forme, à la verticale. Le Segway comporte à cet effet des capteurs et des microprocesseurs transmettant des consignes aux deux moteurs électriques équipant les deux roues.

L'objectif de cette étude est de vérifier la stabilité du véhicule, c'est-à-dire vérifier que le Segway ne bascule pas vers l'avant lorsque le conducteur pousse sur la barre d'appui.



Figure 1 : Photographie du Segway.

## 2. Analyse système

Le diagramme des exigences du Segway présenté figure 2 précise les fonctions assurées par le système.

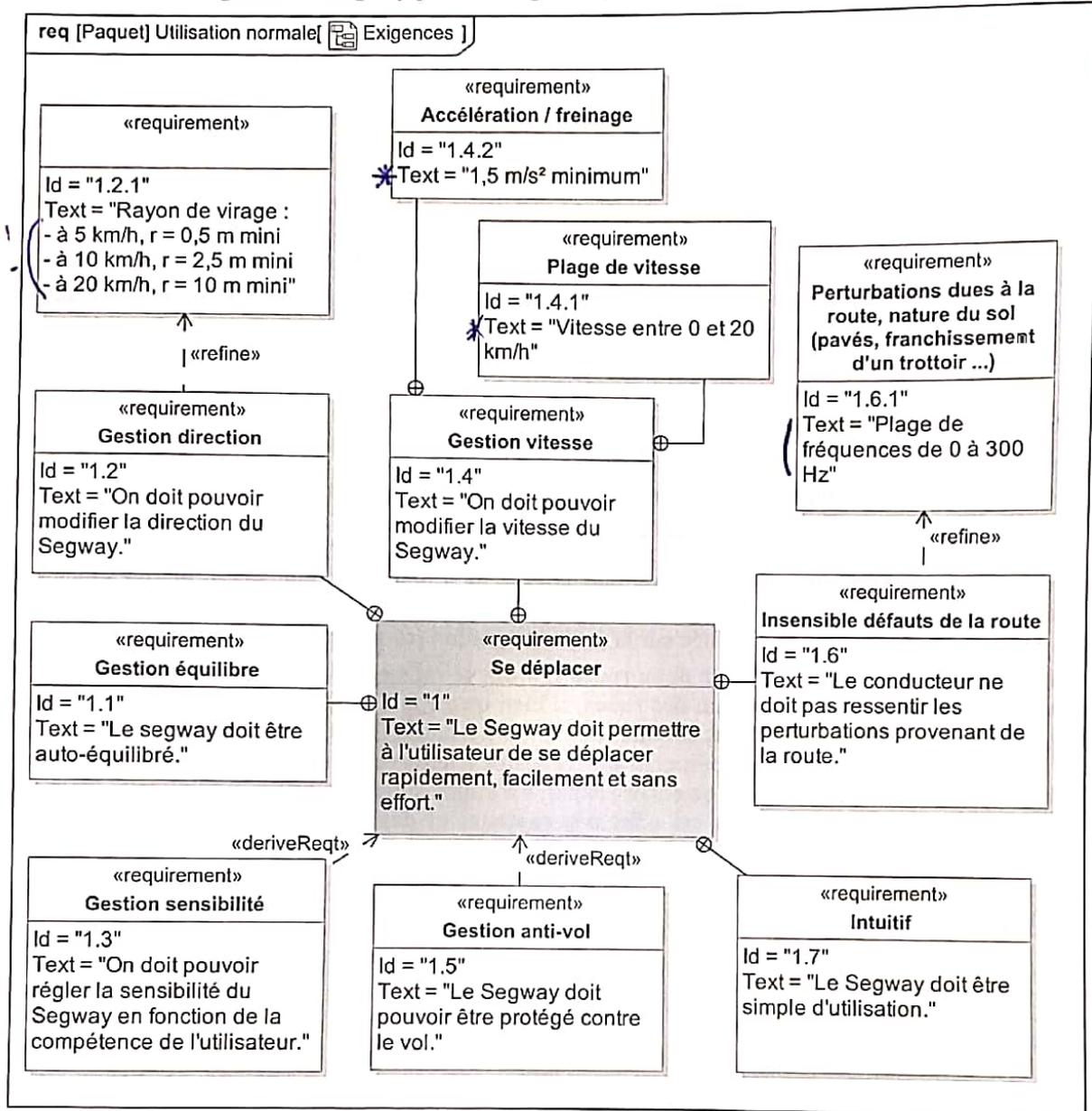


Figure 2 : Diagramme des exigences.

On propose de s'appuyer sur une description structurale du véhicule. Ce dernier est composé des éléments suivants (cf. figure 3) :

- d'un **chariot** (châssis + poignée + deux roues) transportant le conducteur ; plusieurs **capteurs intégrés au chariot** permettent de déterminer la position du conducteur sur le chariot, ce qui permet de générer les consignes (accélérer, freiner, tourner),
- de deux moto-réducteurs (chaque roue du chariot est liée à un **réducteur** entraîné en rotation par un **moteur électrique**),
- d'un gyromètre, d'un pendule et de codeurs incrémentaux délivrant des informations sur l'angle d'inclinaison du chariot par rapport à la verticale, sur sa dérivée et sur la vitesse des moto-réducteurs ; cet ensemble sera appelé "**capteurs**",

- d'un calculateur élaborant - à partir des informations issues des capteurs et de la consigne - les données d'entrée de la carte de commande.
- de deux hacheurs, pilotés par la carte de commande, fournissant l'énergie électrique nécessaire aux moteurs (un hacheur par moteur électrique).
- de batteries fournissant l'énergie aux divers composants.

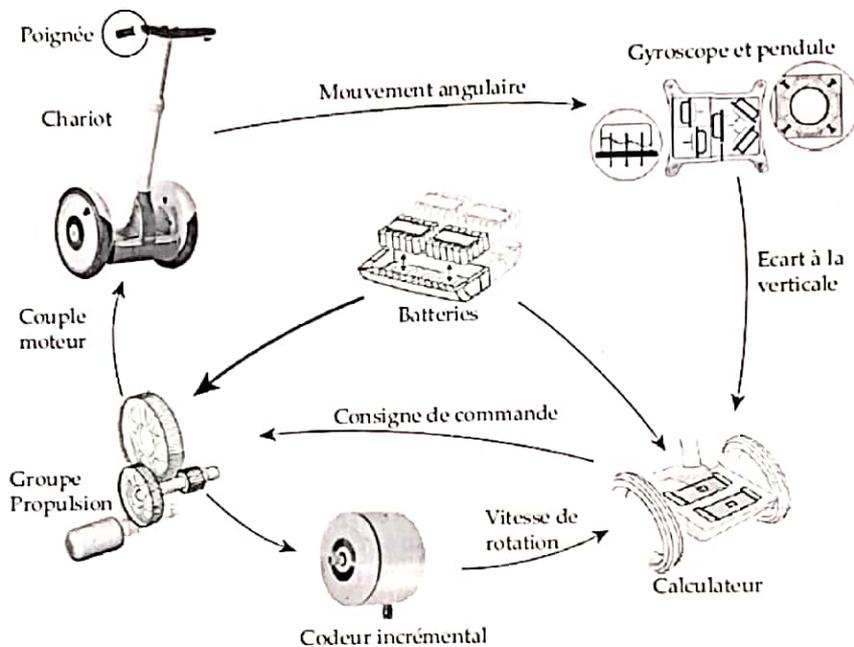


Figure 3 : Schéma de principe de fonctionnement du Segway.

Qu. 1 : compléter les blocs incomplets (fonction et/ou nom du composant) de la décomposition structurelle du système sous forme de chaîne d'information / chaîne d'énergie du document réponse DREP1 (à rendre avec la copie). Pour le nom des composants, on utilisera les termes soulignés du paragraphe précédent. Préciser la nature des différents flux (également sur le document réponse DREP1).

### 3. Validation de l'exigence 1.1 : "Le Segway doit être auto-équilibré"

Objectif : vérifier les performances de l'asservissement d'inclinaison par rapport à la verticale.

Pour une utilisation confortable et sûre, le Segway doit satisfaire les performances énoncées dans le tableau ci-dessous, extrait du cahier des charges.

Exigences	Critère	Niveau
1.1 : Le Segway doit être auto-équilibré	Temps de réponse de la machine	0,5 s maximum
	Dépassement d'inclinaison	< 30%
	Inclinaison du châssis par rapport à la verticale	Nulle à convergence : $\lim_{t \rightarrow +\infty} \psi(t) = 0$

### 3.1 Modélisation du motoréducteur

Les équations du comportement d'un motoréducteur à courant continu sont données ci-dessous.

$$(1) : u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di}{dt}(t) + e(t)$$

$$(2) : e(t) = k_e \cdot \omega_{red}(t)$$

$$(3) : c_{red}(t) = k_c \cdot i(t)$$

$$(4) : c_{red}(t) - f_v \cdot \omega_{red}(t) = J_{eq} \cdot \frac{d\omega_{red}}{dt}(t)$$

Avec les caractéristiques suivantes, fournies par le constructeur :

- $u(t)$ , tension appliquée aux bornes de l'induit ;
- $i(t)$ , intensité du courant traversant l'induit ;
- $e(t)$ , force électromotrice induite par la rotation du moteur, évaluée à la sortie du réducteur ;
- $\omega_{red}(t)$ , vitesse de rotation à la sortie du réducteur ;
- $c_{red}(t)$ , couple moteur ramené à la sortie du réducteur ;
- $R$ , résistance de l'induit ;
- $L$ , inductance de l'induit ;
- $k_c$ , constante de couple évaluée à la sortie du réducteur ;
- $k_e$ , constante de f.e.m évaluée à la sortie du réducteur ;
- $f_v$ , coefficient de frottement visqueux équivalent à toutes les pièces en mouvement, ramené à la sortie du réducteur ;
- $J_{eq}$ , moment d'inertie équivalent à toutes les pièces en mouvement, ramené à la sortie du réducteur.

Les transformées de Laplace des fonctions  $u(t)$ ,  $i(t)$ ,  $e(t)$ ,  $\omega_{red}(t)$  et  $c_{red}(t)$  seront respectivement notées  $U(p)$ ,  $I(p)$ ,  $E(p)$ ,  $\Omega_{red}(p)$  et  $C_{red}(p)$ . On considère les conditions initiales nulles.

\* **Qu. 2 :** exprimer les équations (1) à (4) dans le domaine de Laplace.

**Qu. 3 :** compléter le schéma-blocs du motoréducteur sur le DREP2.

**Qu. 4 :** calculer la fonction de transfert  $H_{mot}(p) = \frac{C_{red}(p)}{U(p)}$ . Vous la présenterez sous la forme d'un quotient de deux polynômes.

Lorsque l'entrée  $u(t)$  est un échelon, le couple du motoréducteur peut s'écrire sous la forme  $C_{red}(p) = \frac{a_0}{p} + \frac{a_1}{1+\tau_1 p} + \frac{a_2}{1+\tau_2 p}$  où  $a_0, a_1, a_2, \tau_1$  et  $\tau_2$  sont des réels.

**Qu. 5 :** donner l'expression de  $s_0(t)$ , la fonction temporelle dont la transformée de Laplace est  $\frac{a_0}{p}$ .

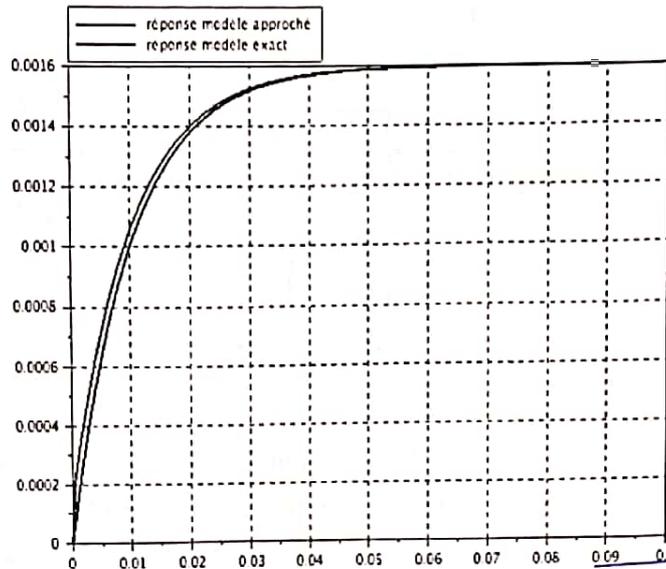
↪ **Qu. 6 :** donner l'expression de  $s_1(t)$ , la fonction temporelle dont la transformée de Laplace est  $\frac{a_1}{1+\tau_1 p}$ .

L'évolution temporelle du couple exercé par le motoréducteur s'exprime de la façon suivante :

$$c_{red}(t) = (b_0 + b_1 \cdot e^{-t/\tau_1} + b_2 \cdot e^{-t/\tau_2}) \cdot \mathcal{H}(t) \text{ où } b_0, b_1 \text{ et } b_2 \text{ sont des réels, et } \mathcal{H}(t) \text{ la fonction de Heaviside.}$$

**Qu. 7 :** donner l'expression de la fonction  $c_{red,app}(t)$ , approximation du couple  $c_{red}(t)$  lorsque  $\tau_1 \gg \tau_2$ .

Ci-dessous sont représentées les évolutions de  $c_{red}(t)$  et  $c_{red,app}(t)$ , avec  $\tau_1 = 100 \cdot \tau_2$ , lorsque l'entrée  $u(t)$  est un échelon.



Le modèle du motoréducteur peut alors se simplifier de la façon suivante :  $H_{mot,app}(p) = \frac{K_m}{1+\tau_1 p}$

### 3.1 Stabilisation du système

La régulation d'inclinaison du Segway est réalisée par :

- un motoréducteur qui permet de délivrer un couple  $c_{red}(t)$ . D'après la partie précédente le modèle du moteur suivant est considéré :  $H_{mot}(p) = \frac{c_{red}(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{1+\tau_1 p}$ , avec  $K_m = 24 \text{ N.m.V}^{-1}$
- le système mécanique dont les équations ont été déterminées lors d'une étude précédente et qui peuvent, dans le cas où l'angle  $\alpha(t)$  n'est pas supposé constant, se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{v}(t) = \frac{1}{D} \left( B \cdot \ddot{\chi}(t) + 2 \cdot \frac{c_{red}(t)}{R} \right) & (5) \\ (D \cdot A - B^2) \cdot \ddot{\chi}(t) = 2 \cdot \left( \frac{B}{R} + D \right) \cdot c_{red}(t) + D \cdot C \cdot \chi(t) & (6) \\ \chi(t) = \alpha(t) + \psi(t) & (7) \end{cases} \quad \text{où } A, B, C, D \text{ et } R \text{ sont des réels}$$

Remarque : seule les équations (6) et (7) seront utilisées dans cette étude.

$\alpha(t)$  est l'angle que le conducteur impose entre lui-même et la barre d'appui du Segway (cf. la figure en annexe).

$\psi(t)$  est l'angle que fait le Segway avec la verticale.

$\chi(t)$  est l'angle de l'homme avec la verticale.

$v(t)$  est la vitesse du Segway.

On notera  $A(p)$ ,  $X(p)$ ,  $\Psi(p)$  les transformées de Laplace de  $\alpha(t)$ ,  $\chi(t)$  et  $\psi(t)$ . Les conditions initiales sont toutes nulles.

Qu. 8 : après avoir écrit l'équation (6) dans le domaine de Laplace, en déduire l'expression littérale de la fonction de transfert  $H_1(p) = \frac{X(p)}{c_{red}(p)}$ .

Qu. 9 : en utilisant notamment l'équation (7), reproduire sur votre copie en le complétant le schéma bloc du système donné figure 4.

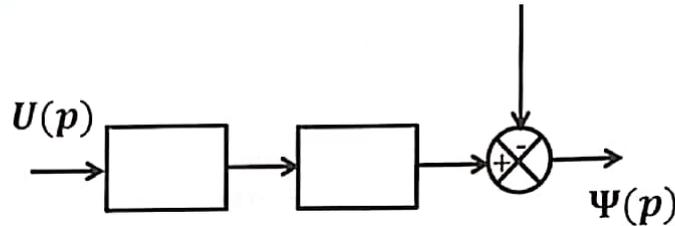


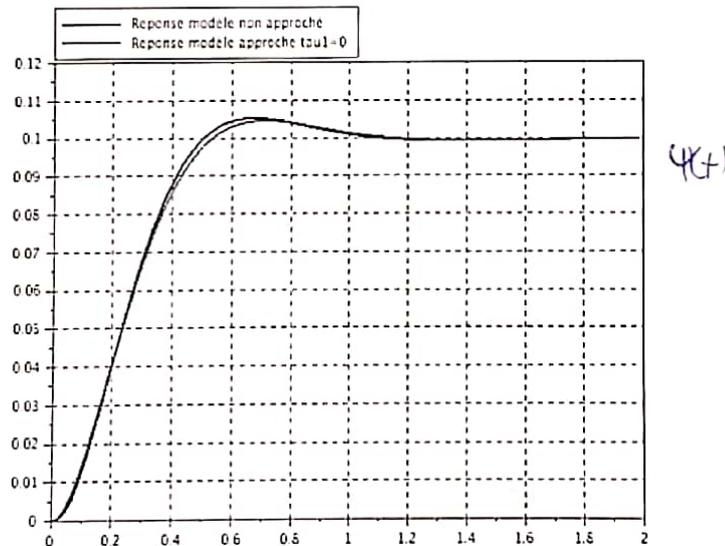
Figure 4 : Schéma bloc du système en BO

Dans les semaines à venir, le critère de stabilité suivant sera démontré en cours :

Un système, dont le comportement est modélisé par une fonction de transfert  $H(p)$ , est stable ssi les parties réelles des pôles de  $H(p)$  sont strictement négatives.

Qu. 10 : dans le cas où  $\alpha(t) = 0$ , déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert  $F_1(p) = \frac{\Psi(p)}{U(p)}$ . Conclure sur la stabilité du système dont le comportement est modélisé par  $F_1(p)$ . Pouvait-on s'attendre à ce résultat.

Afin de stabiliser le système, la grandeur de commande  $u(t)$  est élaborée en comparant la tension de consigne  $w(t)$  aux mesures de  $\dot{\psi}(t) = \frac{d\psi(t)}{dt}$  (réalisée par le gyromètre) et de  $\psi(t)$  (réalisée par combinaison de la mesure du gyromètre et du pendule). Les questions Q12 à Q16 permettront de dimensionner ces deux capteurs. Ceci étant fait, les tracés de l'évolution temporelle  $\psi(t)$  sont obtenus par simulation (cf figure ci-dessous), lorsque la consigne est un échelon d'amplitude 1 V, avec et sans l'approximation  $\tau_1 = 0$ .



Qu. 11 : proposer en justifiant un modèle approché du motoréducteur  $\frac{c_{red}(p)}{U(p)}$ .

On utilisera dans la suite du problème la fonction de transfert  $H_2(p) = \frac{K_S}{p^2 + \omega_1^2}$  avec les valeurs numériques suivantes :  $\omega_1 = 4,08 \text{ rad.s}^{-1}$  et on notera  $K_S = 0,224 \text{ rad.V}^{-1}$ . La tension de commande  $u(t)$  est régie par l'équation  $u(t) = w(t) - K * (\psi(t) + T * \dot{\psi}(t))$ .

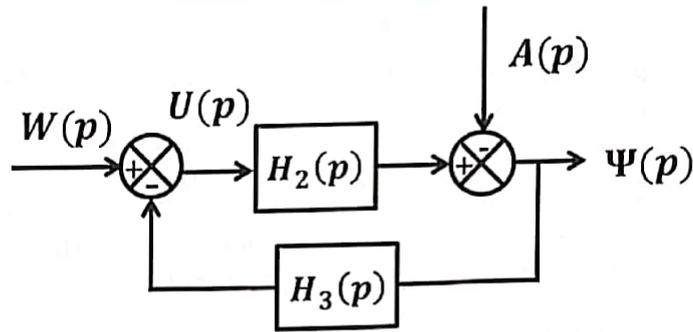


Figure 5 : Schéma bloc du système stabilisé

**Qu. 12 :** Écrire  $U(p)$  en fonction de  $W(p)$ ,  $\Psi(p)$ ,  $K$  et  $T$ . En déduire la fonction de transfert  $H_3(p)$  du bloc présent sur la boucle de retour.

**Qu. 13 :** Dans le cas où  $A(p) = 0$ , déterminer la fonction de transfert  $F_2(p) = \frac{\Psi(p)}{W(p)}$  en fonction de  $K_S$ ,  $K$ ,  $T$  et  $\omega_1$ .  $F_2(p)$  sera présentée comme un quotient de deux polynômes.

**Qu. 14 :** Sachant que pour un système du second ordre, les pôles sont à partie réelle strictement négative ssi [ tous les coefficients du polynôme du dénominateur sont de même signe ] déterminer les conditions sur  $K$  et sur  $T$  pour que le système soit stable.

$F_2(p)$  est une fonction de transfert du second ordre pouvant se mettre sous la forme :

$$F_2(p) = \frac{\Psi(p)}{W(p)} = \frac{K_2}{1 + \frac{2 \cdot z_2}{\omega_2} \cdot p + \frac{1}{\omega_2^2} \cdot p^2}$$

**Qu. 15 :** Déterminer les expressions des réels  $K_2$ ,  $z_2$  et  $\omega_2$  en fonction de  $K_S$ ,  $K$ ,  $T$  et  $\omega_1$ .

Conditions de fonctionnement :

- la pulsation propre  $\omega_2$  est choisie proche de celle du système mécanique :  $\omega_2 = 1,5 \cdot \omega_1$ , c'est-à-dire  $\omega_2 = 6,12 \text{ rad.s}^{-1}$
- le réglage du système permet d'obtenir un temps de réponse aussi faible que possible, condition réalisée ssi  $z_2 = 0,69$

**Qu. 16 :** Déterminer les valeurs de  $K$  et de  $T$  permettant de remplir les deux conditions de fonctionnement.

**Qu. 17 :** Dans le cas où  $W(p) = 0$ , déterminer la fonction de transfert  $F_3(p) = \frac{\Psi(p)}{A(p)}$  en fonction de  $K_S$ ,  $K$ ,  $T$  et  $\omega_1$ .  $F_3(p)$  sera présentée comme un quotient de deux polynômes.

**Qu. 18 :** en utilisant le principe de superposition donner la relation entre  $\Psi(p)$ ,  $A(p)$ ,  $W(p)$ ,  $F_2(p)$  et  $F_3(p)$ .

### 3.2 Asservissement d'inclinaison du chariot

La consigne d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale est notée  $\psi_c(t)$ . Un correcteur (de fonction de transfert  $C(p)$  dans le domaine de Laplace) élabore la tension de consigne  $w(t)$  à partir de l'écart  $\varepsilon(t) = \psi_c(t) - \psi(t)$ .

**Qu. 19 :** Compléter le schéma bloc donné sur le document réponse DREP3 en y ajoutant la régulation de l'inclinaison.

La régulation d'inclinaison du Segway consiste à maintenir la consigne  $\psi_c(t)$  nulle. Cette régulation est réalisée si, quelle que soit l'inclinaison  $\alpha(t)$  du conducteur, la sortie  $\psi(t)$  converge vers  $\psi_c(t) = 0$ .

Le conducteur agit directement sur la valeur de  $\alpha(t)$  pour accélérer ou décélérer. Pour le système Segway, conducteur exclu, le paramètre  $\alpha(t)$  peut être considéré comme une perturbation.

Un correcteur proportionnel est envisagé :  $C(p) = K_c$

Qu. 20 : dans le cas où  $\Psi_c(p) = 0$ , déterminer la fonction de transfert  $\frac{\psi(p)}{A(p)}$  de ce système régulé, en fonction de  $F_2(p)$ ,  $F_3(p)$  et  $C(p)$ .

Qu. 21 : si  $\alpha(t)$  est un échelon d'amplitude  $\alpha_0$ , donner sa transformée de Laplace  $A(p)$ .

Qu. 22 : déterminer en fonction de  $K_s$ ,  $K$ ,  $K_c$ ,  $K_2$  et  $\alpha_0$  et en utilisant le théorème de la valeur finale l'expression de  $\lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t)$  lorsque la perturbation  $\alpha(t)$  est un échelon d'amplitude  $\alpha_0$ . Vous pourrez utiliser le résultat  $\lim_{p \rightarrow 0} F_3(p) = \frac{1}{K_s \cdot K - 1}$ .

Qu. 23 : Le cahier des charges est-il satisfait (insensibilité aux perturbations) ?

Un correcteur proportionnel intégral est envisagé pour la suite de l'étude :

$$C(p) = K_i \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot p} \right)$$

### 3.3 Vérification graphique des performances attendues

Le modèle de comportement précédent est utilisé en simulation pour vérifier le pré-dimensionnement.

Les performances de la correction sont étudiées grâce aux évolutions de l'angle d'inclinaison du conducteur par rapport à la verticale  $\chi(t) = \alpha(t) + \psi(t)$ . La consigne  $\alpha(t)$ , imposée par le conducteur, est un échelon d'amplitude  $20^\circ$ .

Après réglage définitif du correcteur, l'évolution temporelle de  $\chi(t)$  est simulée et tracée sur le document réponse DREP4.

Qu. 24 : À partir de cette réponse, conclure quant au respect des critères associés à l'exigence 1.1. Vous justifierez votre réponse par des tracés graphiques sur le document réponse DREP4.

4. ANNEXE

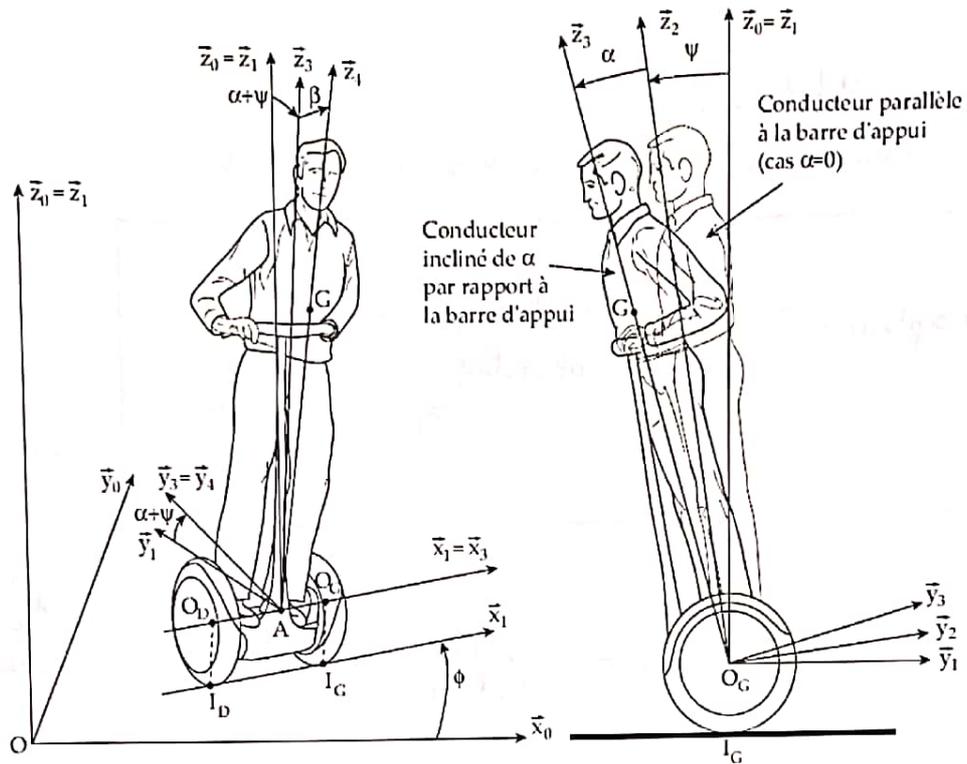
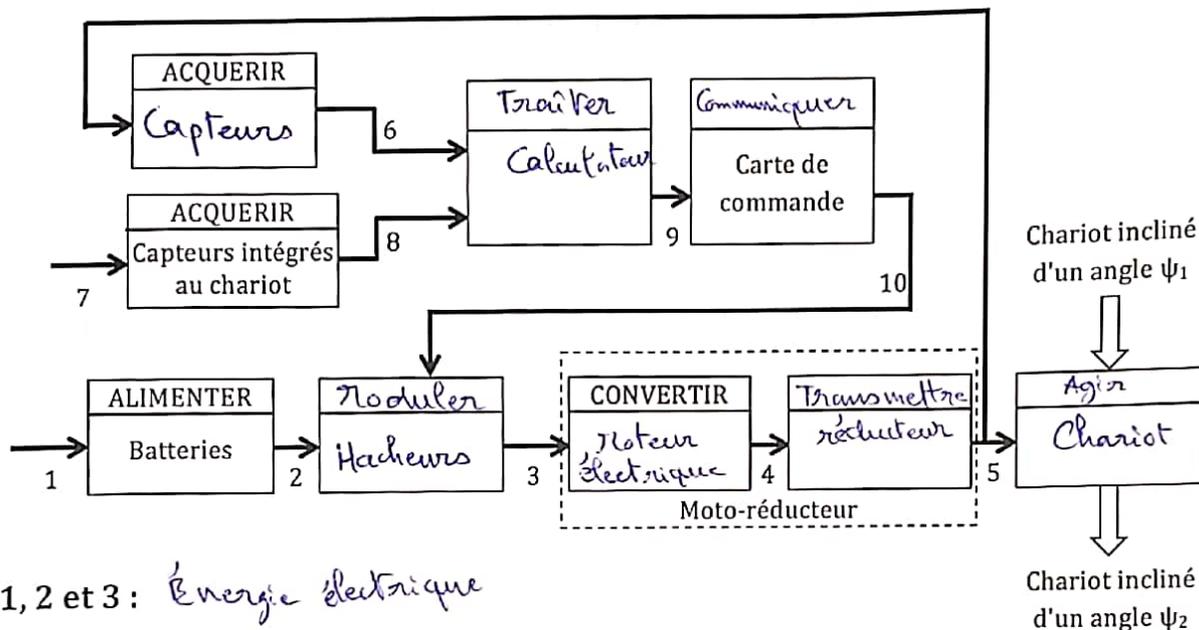


Figure 6 : Paramétrage des mouvements du Segway et du conducteur

NOM Prénom : **JAHJOUB Rayen**

DREP1 : décomposition fonctionnelle du système Segway

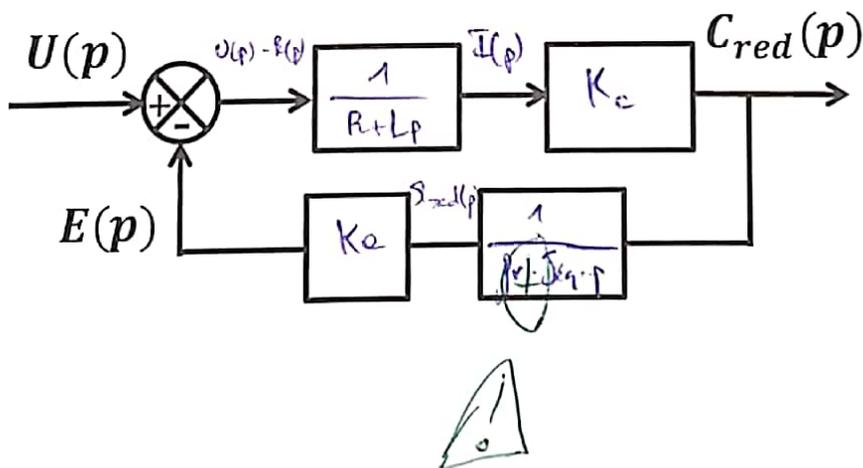


1, 2 et 3 : Énergie électrique

4 et 5 : Énergie mécanique de rotation

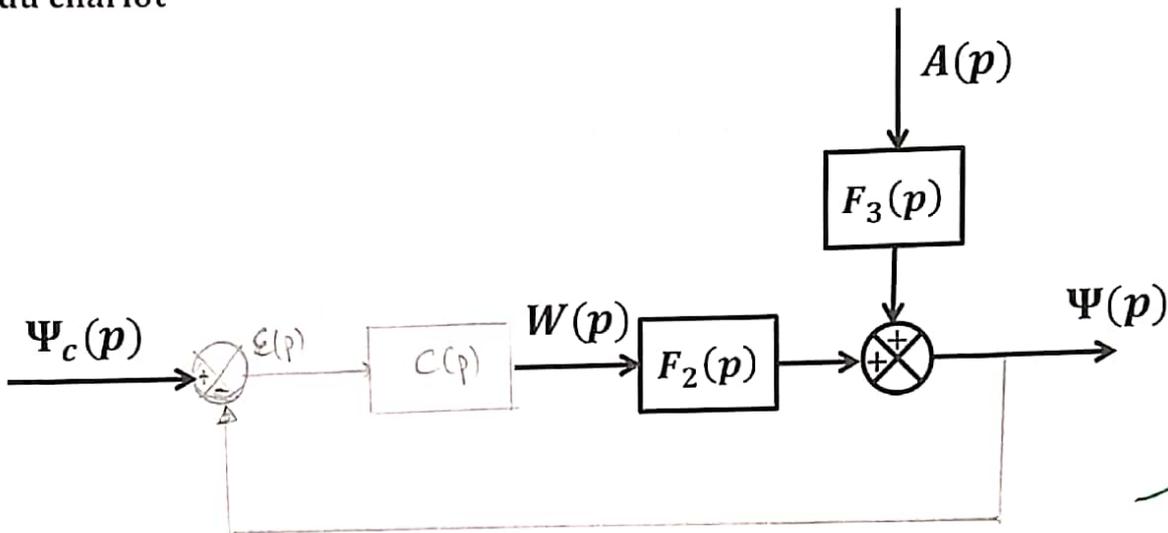
6, 7, 8, 9 et 10 : Informations relatives au système

DREP2 : modèle du motoréducteur



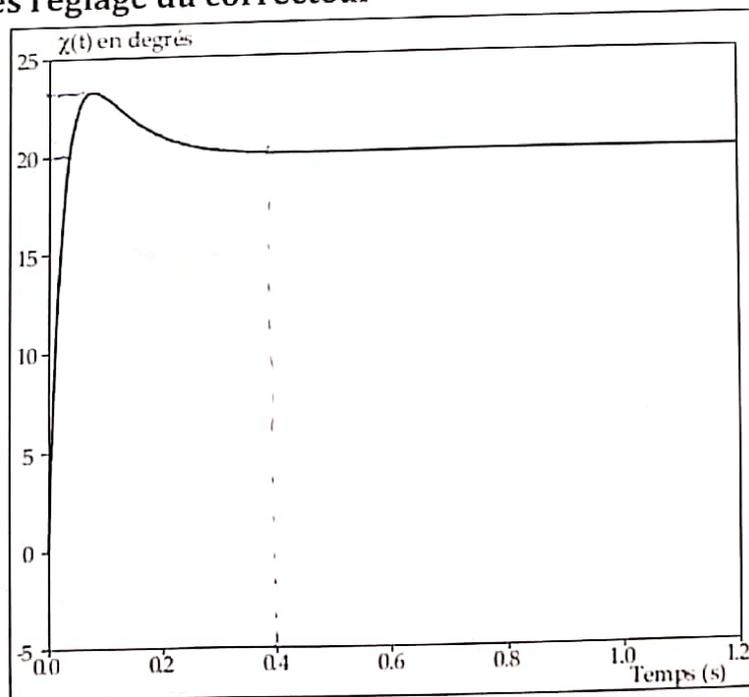
NOM Prénom : *RAHJOUB Rayen*

DREP3 : schéma bloc à compléter pour décrire l'asservissement d'inclinaison du chariot



DREP4 : réponse temporelle du Segway asservi en inclinaison à un échelon d'amplitude 20°, après réglage du correcteur

*tr 5% ?*

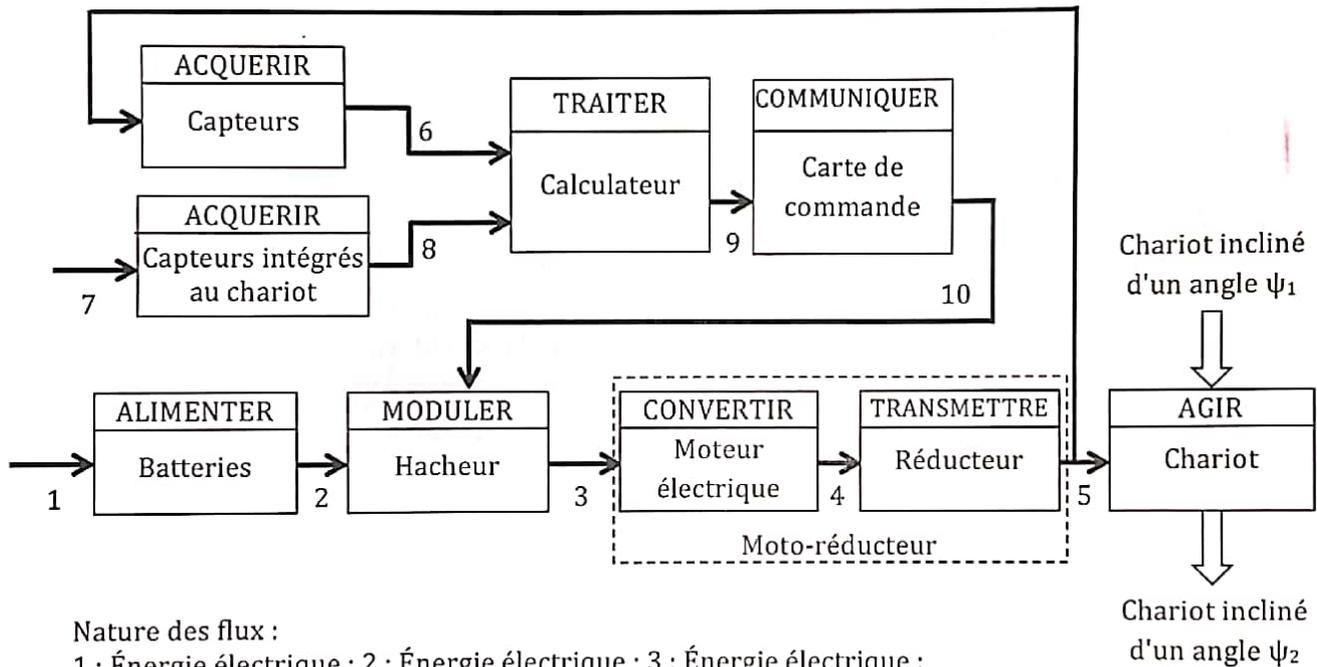


# Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

## Correction Devoir Surveillé n°1

### Comportement dynamique d'un véhicule auto-balancé de type Segway

Qu. 1 :

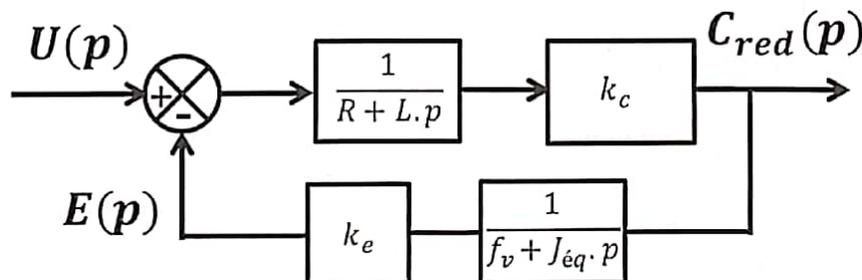


Nature des flux :

- 1 : Énergie électrique ; 2 : Énergie électrique ; 3 : Énergie électrique ;
- 4 : Énergie mécanique de rotation ; 5 : Énergie mécanique de rotation ;
- 6 : Information (tension) ; 7 : Information (consigne) ; 8 : Information (tension) ;
- 9 : Information (tension) ; 10 : Information (ordre de commande).

Qu. 2 :  $U(p) = R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p) + E(p)$  ;  $E(p) = k_e \cdot \Omega_{red}(p)$  ;  $C_{red}(p) = k_c \cdot I(p)$  et  $C_{red}(p) - f_v \cdot \Omega_{red}(p) = J_{\acute{e}q} \cdot p \cdot \Omega_{red}(p)$

Qu. 3 :  $(U(p) - E(p)) \cdot \frac{1}{R+L \cdot p} = I(p)$  et  $C_{red}(p) \cdot \frac{1}{J_{\acute{e}q} \cdot p + f_v} = \Omega_{red}(p)$  d'où le schéma-blocs suivant.



Qu. 4 :  $H_{mot}(p) = \frac{1}{\frac{(R+L \cdot p)}{k_c} + \frac{k_e}{f_v + J_{\acute{e}q} \cdot p}} = \frac{f_v + J_{\acute{e}q} \cdot p}{(R+L \cdot p) \cdot (f_v + J_{\acute{e}q} \cdot p) + k_e}$

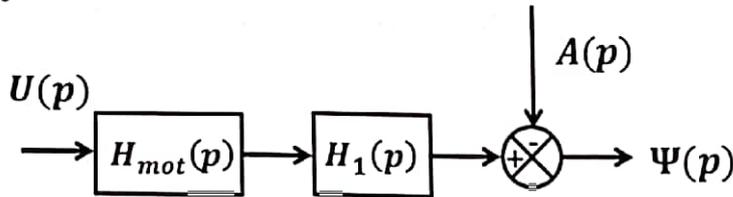
Qu. 5 :  $s_0(t) = a_0 \cdot \mathcal{H}(t)$

Qu. 6 :  $s_1(t) = \frac{a_1}{\tau_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} \cdot \mathcal{H}(t)$  car  $S_1(p) = \frac{a_1}{\tau_1} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{\tau_1}}$

Qu. 7 :  $c_{red,app}(t) = (b_0 + b_1 \cdot e^{-t/\tau_1}) \cdot \mathcal{H}(t)$

Qu. 8 :  $H_1(p) = \frac{2 \cdot (\frac{B}{R} + D)}{(D \cdot A - B^2) \cdot p^2 - D \cdot C}$

Qu. 9 :

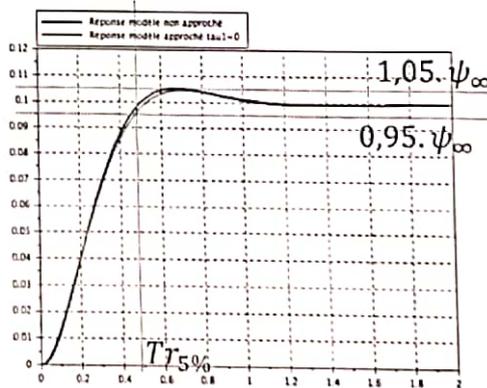
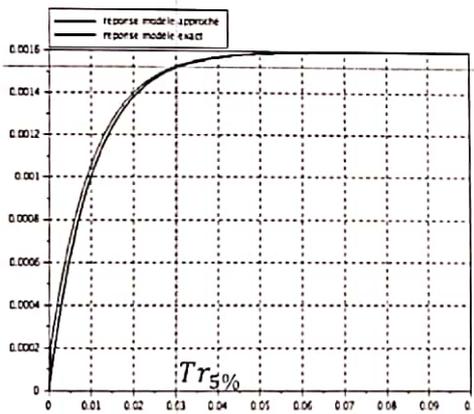


Qu. 10 :  $F_1(p) = H_{mot}(p) \cdot H_1(p) = \frac{K_m \cdot 2 \cdot (\frac{B}{R} + D)}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot ((D \cdot A - B^2) \cdot p^2 - D \cdot C)}$

Les pôles de  $F_1(p)$  sont  $p_0 = -1/\tau_1$  et  $p_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{D \cdot C}{D \cdot A - B^2}}$  si  $D \cdot A - B^2 > 0$  et  $Re(p_{1,2}) = 0$  sinon : le système est instable puisqu'il a au moins un pôle tel que  $Re(p_{1,2}) \geq 0$ .

On pouvait s'attendre à ce résultat puisque le centre de gravité du segway est au-dessus de l'axe des roues.

Qu. 11 : Les évolutions temporelles de  $\psi(t)$  avec et sans approximation sont quasiment superposées. Le modèle du motoréducteur peut être approché par  $\frac{c_{red}(p)}{U(p)} \approx K_m$ . Le temps de réponse du motoréducteur est environ 15 fois plus petit que celui de l'asservissement, ce qui explique la faible influence de son régime transitoire (quand  $t < 0,06$  s).



Qu. 12 :  $u(t) = w(t) - K \cdot (\psi(t) + T \cdot \dot{\psi}(t)) \Leftrightarrow U(p) = W(p) - \Psi(p) \cdot K \cdot (1 + T \cdot p)$

D'après le schéma-bloc :  $U(p) = W(p) - \Psi(p) \cdot H_2(p)$  donc  $H_3(p) = K \cdot (1 + T \cdot p)$

Qu. 13 : D'après la formule de Black :

$$F_2(p) = \frac{1}{\frac{(\frac{p^2}{\omega_1^2} - 1)}{K_s} + K \cdot (1 + T \cdot p)} = \frac{K_s}{\frac{p^2}{\omega_1^2} + K \cdot K_s \cdot T \cdot p + K \cdot K_s - 1}$$

Qu. 14 : Le coefficient du monôme de degré 2 du dénominateur de  $F_3(p)$  est égale à  $\frac{1}{\omega_1^2} > 0$ . Donc

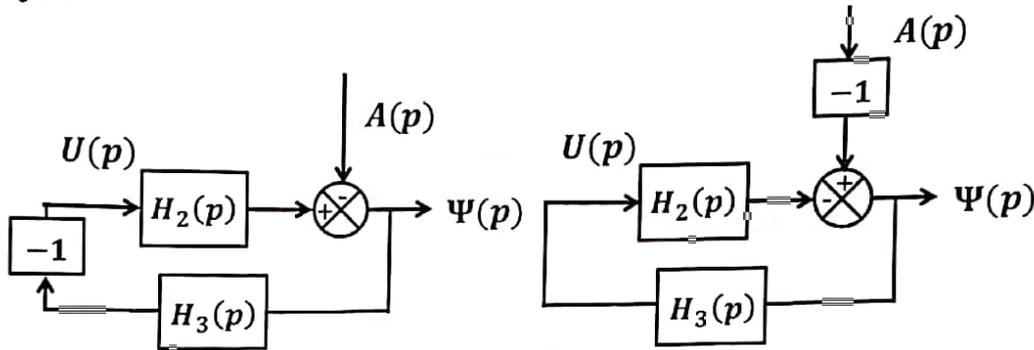
la stabilité est assurée ssi :  $\begin{cases} K \cdot K_s - 1 > 0 \\ K \cdot K_s \cdot T > 0 \end{cases}$  donc  $\begin{cases} K > 4,46 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1} \\ T > 0 \end{cases}$

Qu. 15 :  $F_2(p) = \frac{\Psi(p)}{W(p)} = \frac{K_2}{1 + \frac{2 \cdot z_2}{\omega_2} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_2^2}}$  avec  $K_2 = \frac{K_s}{K_s \cdot K - 1}$  ;  $\omega_2 = \omega_1 \cdot \sqrt{K_s \cdot K - 1}$  ;  $z_2 = \frac{K_s \cdot K \cdot T \cdot \omega_1}{2 \cdot \sqrt{K_s \cdot K - 1}}$

Qu. 16 : Les conditions de fonctionnement imposent :

$$\begin{cases} \omega_2 = 1,5 \cdot \omega_1 \\ z_2 = 0,69 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega_1 \cdot \sqrt{K_s \cdot K - 1} = 1,5 \cdot \omega_1 \\ \frac{K_s \cdot K \cdot T \cdot \omega_1}{2 \cdot \sqrt{K_s \cdot K - 1}} = 0,69 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K = \frac{1,5^2 + 1}{K_s} \\ T = \frac{2 \cdot 0,69 \cdot \sqrt{K_s \cdot K - 1}}{K_s \cdot K \cdot \omega_1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K = 14,51 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1} \\ T = 0,156 \text{ s} \end{cases}$$

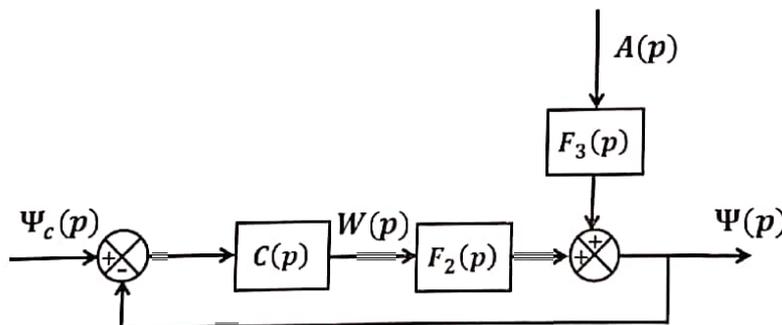
Qu. 17 :



Donc  $F_3(p) = -1 * \frac{1}{1 + H_2(p) \cdot H_3(p)} = -\frac{\frac{p^2}{\omega_1^2} - 1}{(\frac{p^2}{\omega_1^2} - 1) + K_s \cdot K \cdot (1 + T \cdot p)}$

Qu. 18 :  $\Psi(p) = F_2(p) \cdot W(p) + F_3(p) \cdot A(p)$

Qu. 19 :



Qu. 20 : Par un raisonnement analogue à celui de la question 17 :

$$\frac{\Psi(p)}{A(p)} = F_3(p) \cdot \frac{1}{1 + C(p) \cdot F_2(p)}$$

Qu. 21 : La transformée d'un échelon  $\alpha(t) = \alpha_0 \cdot \mathcal{H}(t)$  est  $A(p) = \frac{\alpha_0}{p}$

Qu. 22 : D'après le théorème de la valeur finale :  $\lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Psi(p)$  avec  $p \cdot \Psi(p) =$

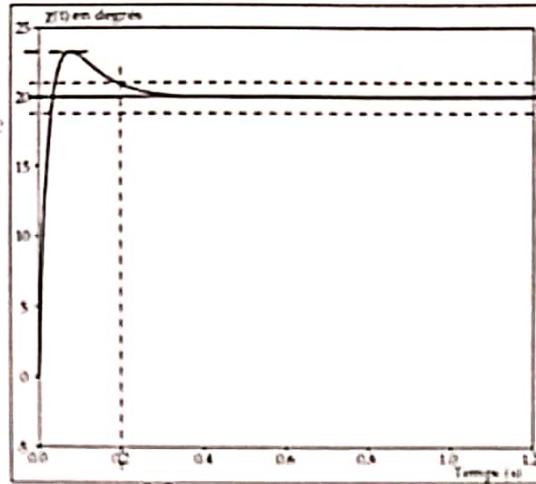
$$p \cdot F_3(p) \cdot \frac{1}{1 + C(p) \cdot F_2(p)} \cdot A(p)$$

$$F_3(p) \xrightarrow{p \rightarrow 0} \frac{1}{K_s \cdot K - 1} ; F_2(p) \xrightarrow{p \rightarrow 0} K_2 \text{ et } p \cdot A(p) = \alpha_0 \text{ donc } \lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t) = \frac{\alpha_0}{K_s \cdot K - 1} \cdot \frac{1}{1 + K_c \cdot K_2}$$

Qu. 23 :  $\lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t) \neq 0$  donc le critère d'insensibilité aux perturbations de type échelon n'est pas validé.

Qu. 24 :

$D_{\%} \approx 15\% < 30\%$   
 $\Rightarrow$  limitation du  
dépassement respectée



$\chi(t) = 20^\circ$   
 $\Leftrightarrow \psi(t) = \chi(t) - \alpha(t) = 0^\circ$   
 $\Rightarrow$  système précis

$t_{r5\%} \approx 0,2s$   
 $\Rightarrow$  système suffisamment rapide