

## Cycle 2 - Modéliser un système linéaire continu invariant

### TD1 – Machine d'essais industrielle

À l'issue de ce TD, vous devez être capables de :

- analyser ou établir le schéma bloc du système ;
- déterminer les fonctions de transfert ;
- exploiter et interpréter les résultats d'un calcul ou d'une simulation ;
- extraire du cahier des charges les grandeurs pertinentes ;
- quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs obtenues par simulation.

### 1. Présentation de la machine

Une machine de traction est une machine d'essai qui permet, en soumettant des échantillons de matériaux à des efforts connus et en mesurant leur déformation, d'établir des lois de comportement de ces matériaux. La machine électromécanique universelle LR50K (cf. figure 2) est conçue pour être utilisée dans de nombreuses applications d'essais de matériaux et de structures. Elle permet de réaliser des essais de traction, de compression, de flexion, de fatigue, de fluage, de dureté, de frottement, ainsi que des tests sur des assemblages et des structures.

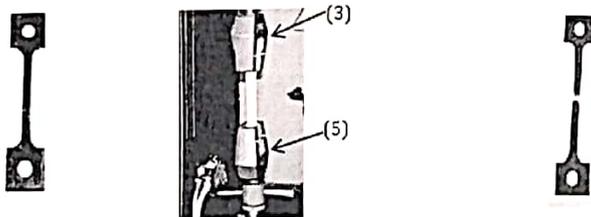


Figure 1 : Éprouvettes avant (photo a), pendant (photo b) et après essai (photo c)

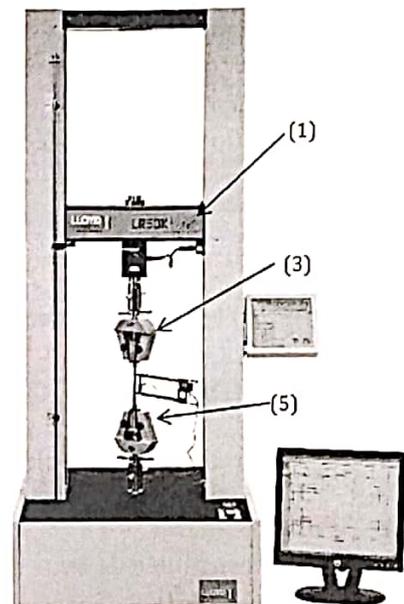


Figure 2 : Photographie de la machine d'essai

Cette machine est commercialisée par la société Lloyd. Elle est présente dans les services recherche et développement de nombreuses entreprises. La machine d'essais est reliée à une partie commande constituée d'un micro-ordinateur, d'une imprimante, d'un logiciel et d'une interface logiciel/machine pour le pilotage, l'acquisition et le traitement des données.

Le diagramme des exigences de cette machine d'essai est partiellement représenté sur la figure 3. Il permet de définir les exigences qui lui sont associés.

*L'objectif de ce TD est de valider les performances de l'asservissement en effort de la machine d'essai.*

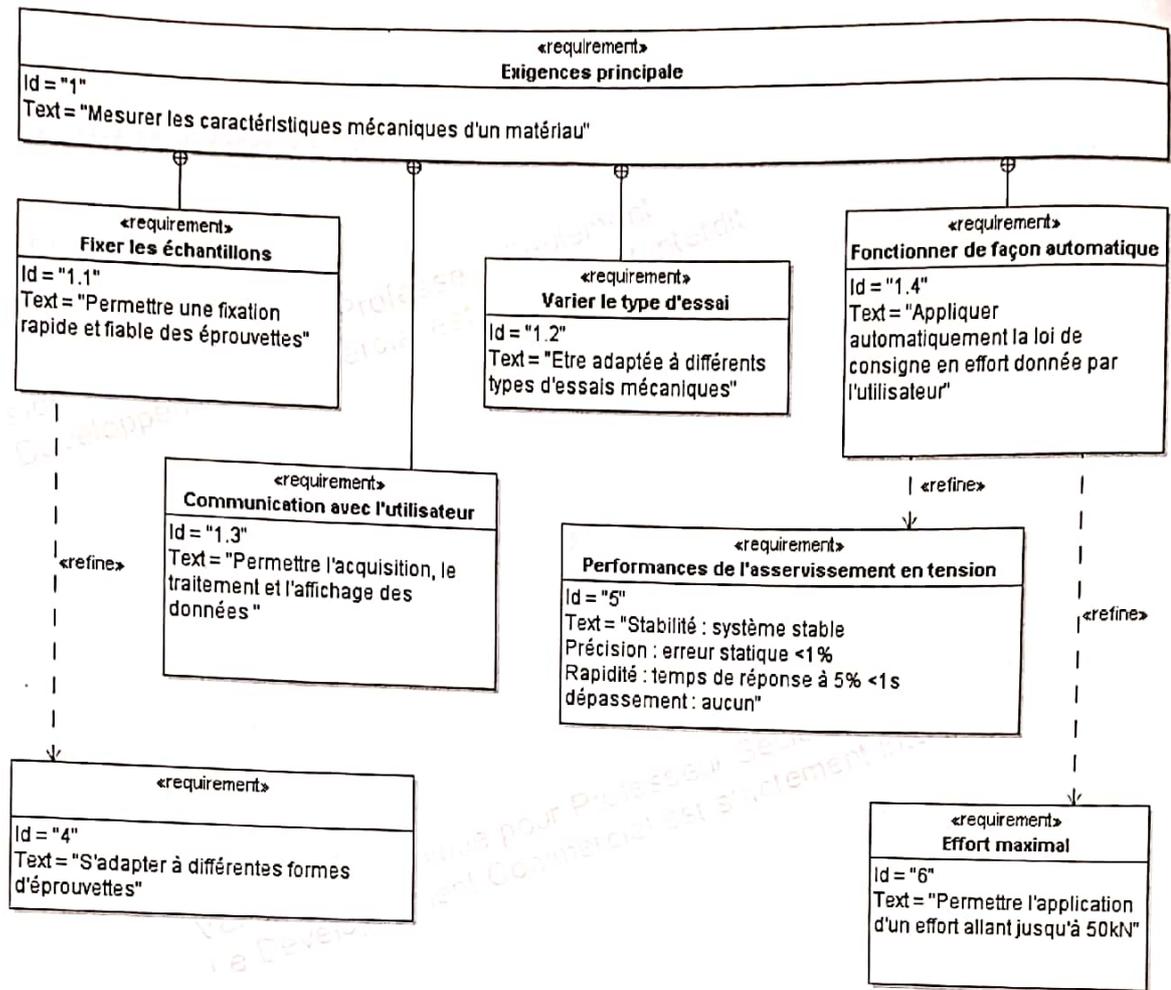


Figure 3 : Diagramme des exigences partiel de la machine d'essai universelle

## 2. Fonctionnement de la machine

Le diagramme de définition de blocs de la figure 4 décrit les composants de la machine de traction et le schéma cinématique (cf. figure 7) décrit son fonctionnement mécanique.

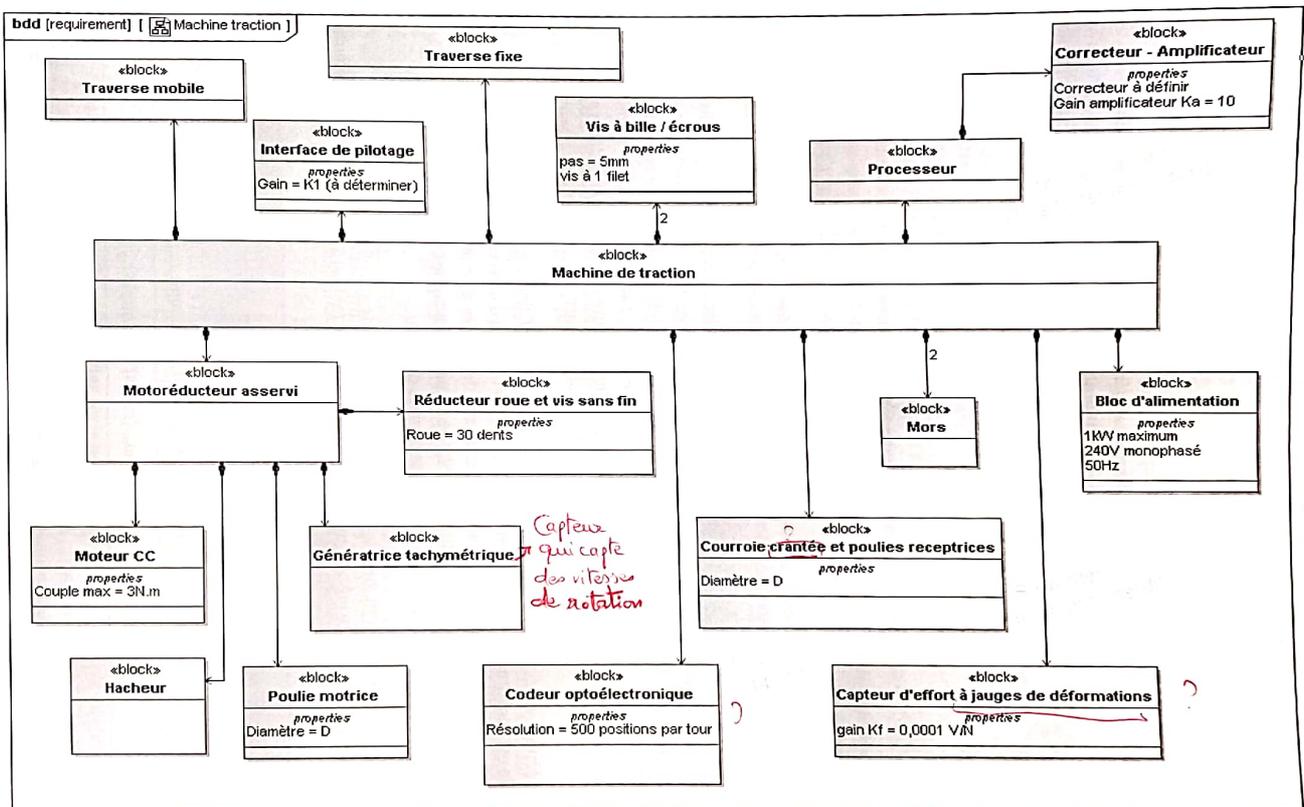
La machine est constituée de deux mors (3) et (5) (cf. figure 2) tirant de part et d'autre de l'éprouvette. Le mors (5) est fixé au bâti de la machine tandis que le mors (3) est fixé à une traverse mobile (1). Sur le mors (3) est implanté un capteur d'effort. La traverse mobile est en translation verticale par rapport au bâti. Le mouvement est guidé par deux liaisons glissières en C et C'. Le mouvement de translation est transmis par deux vis à billes en A et A'.

Les essais sont généralement pilotés en effort. C'est l'opérateur qui définit le profil d'effort consigne  $f_c(t)$  à appliquer à l'éprouvette grâce au logiciel de pilotage. L'interface délivre une tension de consigne  $u_c(t)$ , image de l'effort à appliquer à l'éprouvette. Cette tension  $u_c(t)$  est comparée à la tension  $u_m(t)$ , image de l'effort réel, mesurée par le capteur d'effort.

L'écart  $\varepsilon(t)$  entre les deux tensions est transmis au correcteur. Le correcteur-amplificateur est chargé de définir la consigne motrice  $u_{cm}(t)$  en fonction de l'écart de tension  $\varepsilon(t)$ . Il s'agit d'une carte électronique dont on peut facilement régler les paramètres afin d'ajuster les performances de l'asservissement. Son comportement est modélisé par la relation temporelle suivante :

$$u_{cm}(t) = \frac{K_a}{\tau} \cdot \int_0^t \varepsilon(t) dt \quad \text{avec } \tau = 3s$$

2 on évite de mettre t la variable muette car t est déjà la variable principale.



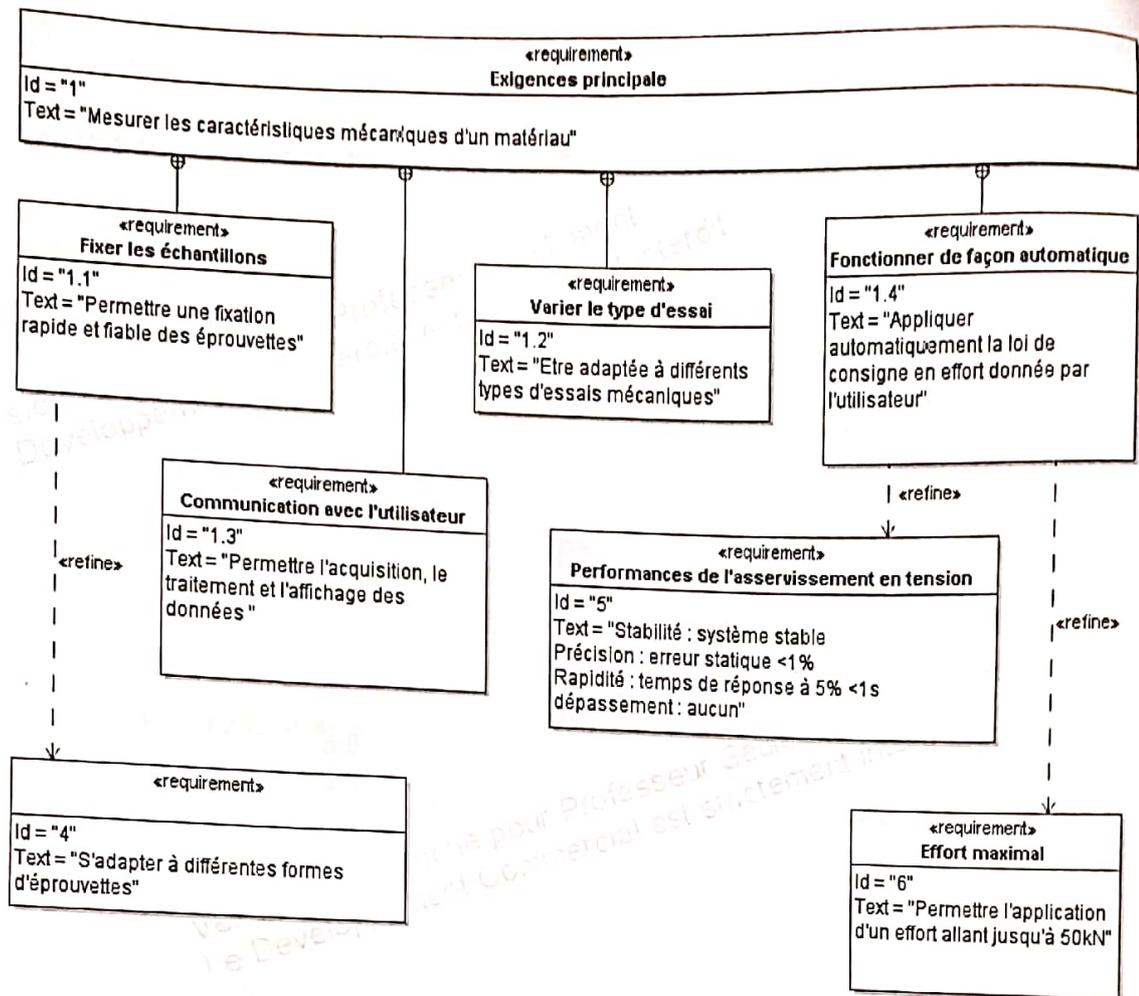


Figure 3 : Diagramme des exigences partiel de la machine d'essai universelle

## 2. Fonctionnement de la machine

Le diagramme de définition de blocs de la figure 4 décrit les composants de la machine de traction et le schéma cinématique (cf. figure 7) décrit son fonctionnement mécanique.

La machine est constituée de deux mors (3) et (5) (cf. figure 2) tirant de part et d'autre de l'éprouvette. Le mors (5) est fixé au bâti de la machine tandis que le mors (3) est fixé à une traverse mobile (1). Sur le mors (3) est implanté un capteur d'effort. La traverse mobile est en translation verticale par rapport au bâti. Le mouvement est guidé par deux liaisons glissières en C et C'. Le mouvement de translation est transmis par deux vis à billes en A et A'.

Les essais sont généralement pilotés en effort. C'est l'opérateur qui définit le profil d'effort consigne  $f_c(t)$  à appliquer à l'éprouvette grâce au logiciel de pilotage. L'interface délivre une tension de consigne  $u_c(t)$ , image de l'effort à appliquer à l'éprouvette. Cette tension  $u_c(t)$  est comparée à la tension  $u_m(t)$ , image de l'effort réel, mesurée par le capteur d'effort.

L'écart  $\varepsilon(t)$  entre les deux tensions est transmis au correcteur. Le correcteur-amplificateur est chargé de définir la consigne motrice  $u_{cm}(t)$  en fonction de l'écart de tension  $\varepsilon(t)$ . Il s'agit d'une carte électronique dont on peut facilement régler les paramètres afin d'ajuster les performances de l'asservissement. Son comportement est modélisé par la relation temporelle suivante :

$$u_{cm}(t) = \frac{K_a}{\tau} \cdot \int_0^t \varepsilon(t) dt \quad \text{avec } \tau = 3s$$

2 on évite de mettre t  
la variable muette car  
t est déjà la variable principale.

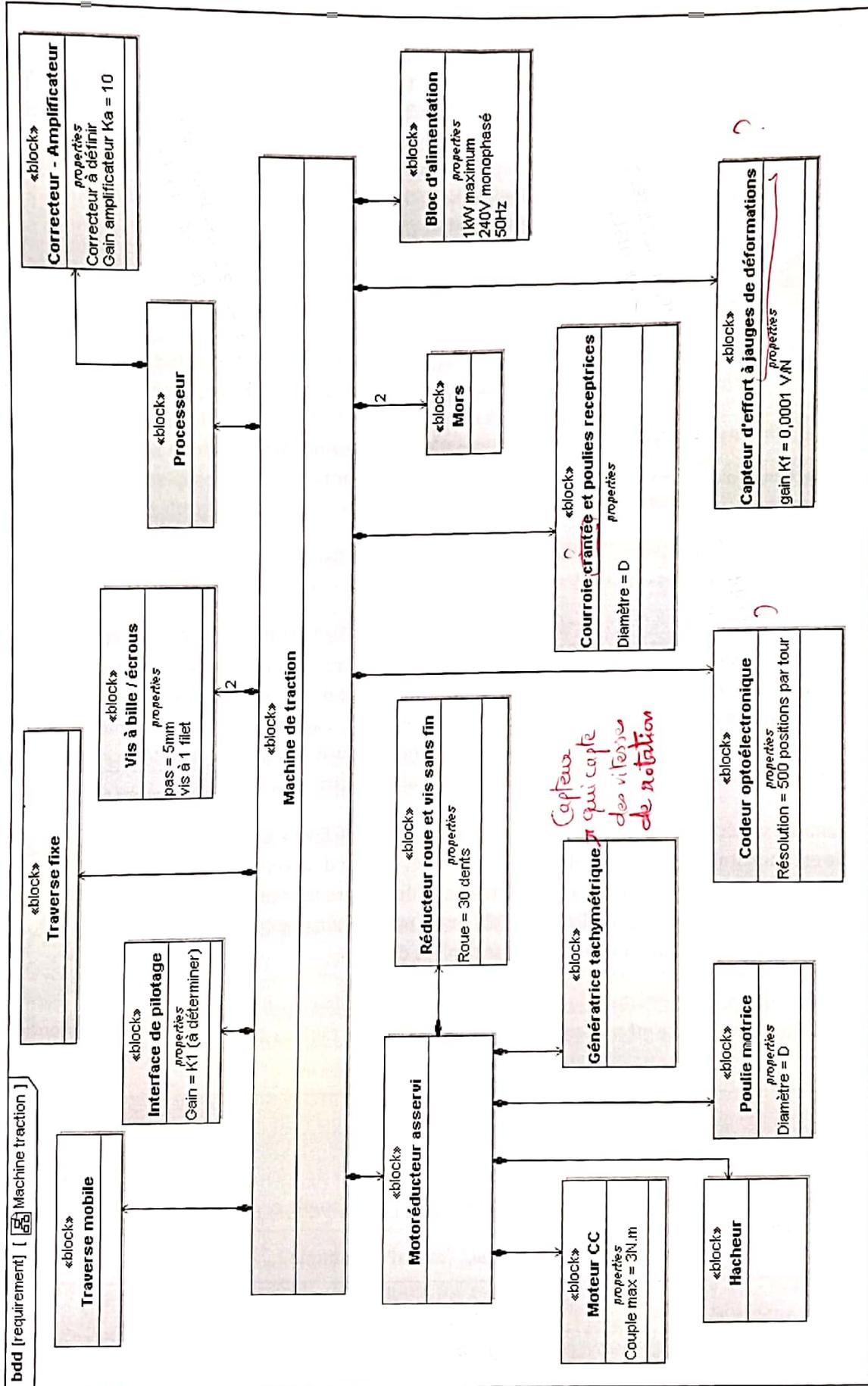


Figure 4 : Diagramme de définition de blocs de la machine de traction

Le moteur électrique entraîne le réducteur. Le fonctionnement du moteur à courant continu sera détaillé dans un futur TD. Dans un premier temps, nous ferons l'hypothèse que le couple de sortie  $c_m(t)$  est lié à la tension électrique  $u_{cm}(t)$  aux bornes du moteur par l'équation différentielle suivante :

$$c_m(t) + \tau_m \cdot \frac{dc_m(t)}{dt} = K_m \cdot \left( u_{cm}(t) + \tau_e \cdot \frac{du_{cm}(t)}{dt} \right)$$

Le moteur électrique tourne trop vite et son couple est trop faible pour être directement utilisable : il faut réduire la vitesse, ce qui a pour conséquence d'augmenter le couple dans la même proportion.



Figure 5 : Réducteur « roue et vis-sans-fin »

On associe un réducteur au moteur, ce qui permet de former un ensemble appelé « moto-réducteur ». Le réducteur de vitesse est un système à « roue et vis-sans-fin » (cf. figure 5).

La vis du système « roue et vis-sans-fin » est entraînée par le moteur, alors que la roue est fixée sur la poulie motrice du système d'entraînement « poulies-courroie ». À chaque tour de l'arbre moteur, la roue se décale d'une dent. La roue possède au total un nombre de dents  $Z=30$ . Le couple moteur  $c_m(t)$  est amplifié par le réducteur qui transmet un couple  $c_r(t)$  à la poulie motrice.

La courroie transmet le couple  $c_r(t)$  aux deux poulies crantées fixées sur les vis, de telle façon que le couple sur chaque vis soit égal à  $c_v(t) = 0,5 \cdot c_r(t)$ . Toutes les poulies servant à l'entraînement sont de même diamètre.

Deux vis (2) et (2') sont entraînées en rotation par les poulies crantées et deux systèmes « vis-écrou » transforment ce mouvement de rotation des vis en un mouvement de translation de la traverse (1). De ce fait, les deux couples  $c_v(t)$  sont convertis en deux forces  $f_e(t)$ , s'additionnant pour former une force verticale  $f(t)$  de traction sur l'éprouvette. Le capteur d'effort mesure cet effort  $f(t)$  et délivre une tension  $u_m(t)$ , image de l'effort (celle qui sera utilisée pour le calcul de l'écart  $\varepsilon(t)$ ).

Les systèmes « vis-écrou » sont réalisés par deux vis à billes (cf. figure 6). Une vis à bille est constituée d'une tige filetée (ici les vis (2) et (2')) et d'un écrou (ici en A et A'). Des billes s'interposent dans le filetage afin de réduire au minimum les frottements. Ce sont des vis à billes à un filet et de pas  $p=5mm$ , c'est à dire que lorsque la vis effectue un tour, la traverse se déplace de 5mm.



Figure 6 : Vue écorchée d'une vis à bille

Les caractéristiques des systèmes de transmission « roue et vis-sans-fin » et « vis-écrou » utilisés dans ce mécanisme sont regroupées dans le tableau 1.

Système de transmission	Composants	Mouvement	Action mécanique	Rapport de transmission
Réducteur à roue et vis sans fin	Roue	Rotation : $\omega_r$ [rad/s]	Couple $c_r$ [N.m]	$k = \frac{\omega_r}{\omega_m} = \frac{c_m}{c_r}$ <i>(30 dents) (poulie)</i>
	Vis-sans-fin	Rotation : $\omega_m$ [rad/s]	Couple $c_m$ [N.m]	
Système vis - écrou	Vis	Rotation : $\omega_v$ [rad/s]	Couple $c_v$ [N.m]	$k_{ve} = \frac{f_e}{c_v} = \frac{\omega_v}{V_e}$
	Écrou	Translation : $V_e$ [m/s]	Effort $f_e$ [N]	

Tableau 1 : Caractéristiques des systèmes de transmission

### 3. Modélisation de l'asservissement en effort

L'objectif de cette partie est de construire un modèle du système sous forme de « fonction de transfert ».

**Qu. 1 :** Compléter, sur le document réponse DR1, la description fonctionnelle de la machine d'essai sous forme de chaîne d'information / chaîne d'énergie. Déterminer la grandeur physique de consigne et la grandeur physique asservie par le système, en précisant leurs unités.

**Qu. 2 :** À partir de la description du système, proposer un schéma bloc fonctionnel du système, en indiquant dans chaque bloc le nom du composant participant à l'asservissement, et sur chaque lien le nom et l'unité SI de la grandeur physique.

Pour calculer les performances du système, il est plus simple de passer par un modèle appelé « fonction de transfert » du système. Cette fonction de transfert, caractéristique d'un système donné n'est pas définie dans le domaine temporel mais dans le domaine de Laplace, dans lequel la variable n'est plus un réel positif (le temps «  $t$  ») mais un complexe, noté «  $p$  » (se reporter au cours pour la définition formelle).

**Qu. 3 :** À partir du texte décrivant le comportement des différents composants et du schéma bloc réalisé précédemment, déterminer la fonction de transfert du moteur, du réducteur, du système poulie-courroie, du système vis-écrou et du capteur de force.

**Qu. 4 :** Proposer un nouveau schéma bloc modélisant le système en utilisant les fonctions de transfert déterminées précédemment.

**Qu. 5 :** Calculer la fonction de transfert « globale » du système :

$$H_{BF}(p) = \frac{F(p)}{F_c(p)}$$

**Qu. 6 :** Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique, préciser son ordre, sa classe et le nombre de pôles et de zéros qu'elle présente.

Cette fonction dépend des composants du système et de la façon dont ils sont associés : c'est un modèle de la machine d'essai.

### 4. Évaluation des performances de l'asservissement

L'objectif de cette partie est d'utiliser le modèle établi dans la partie précédente afin de déterminer les performances de l'asservissement. Dans un premier temps, ces performances seront obtenues par l'exploitation de résultats de simulations numériques, mais lors des prochains TD, vous devrez être capables de les prédire vous-même analytiquement.

À partir du modèle construit dans la partie précédente, on réalise une simulation du comportement de la machine d'essai en réponse à une consigne donnée. On choisit d'imposer une consigne en effort constante, d'amplitude  $F_0 = 20\text{kN}$ . Les courbes tracées sur le document réponse DR2 montrent l'évolution (simulée) au cours du temps de l'effort mesuré par le capteur de force pour trois réglages du système (modification du gain de l'amplificateur  $K_a$ ).

**Qu. 7 :** À partir de cette courbe, déterminer les « performances simulées » de l'asservissement en tension de la machine d'essai pour chacune des valeurs de  $K_a$ . Quelle est la valeur du gain  $K_a$  qui vous semble la plus pertinente vis-à-vis du diagramme des exigences de la figure 3?

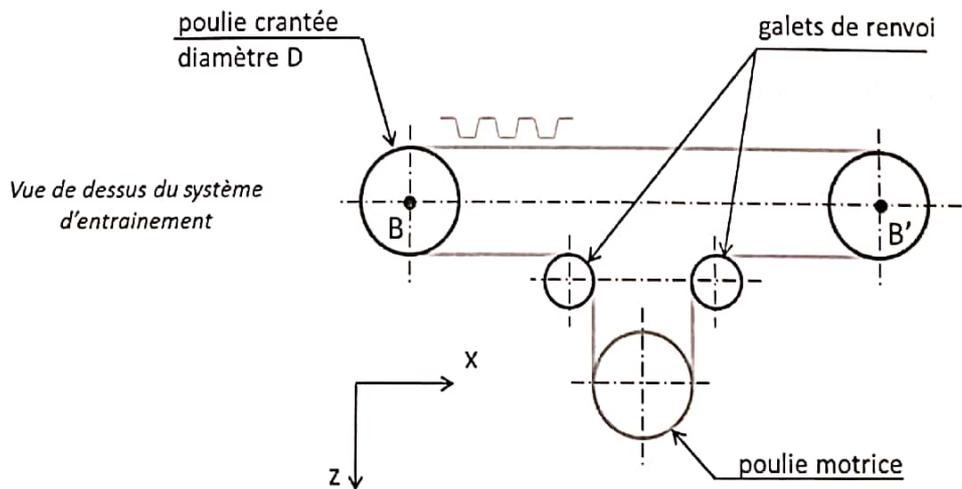
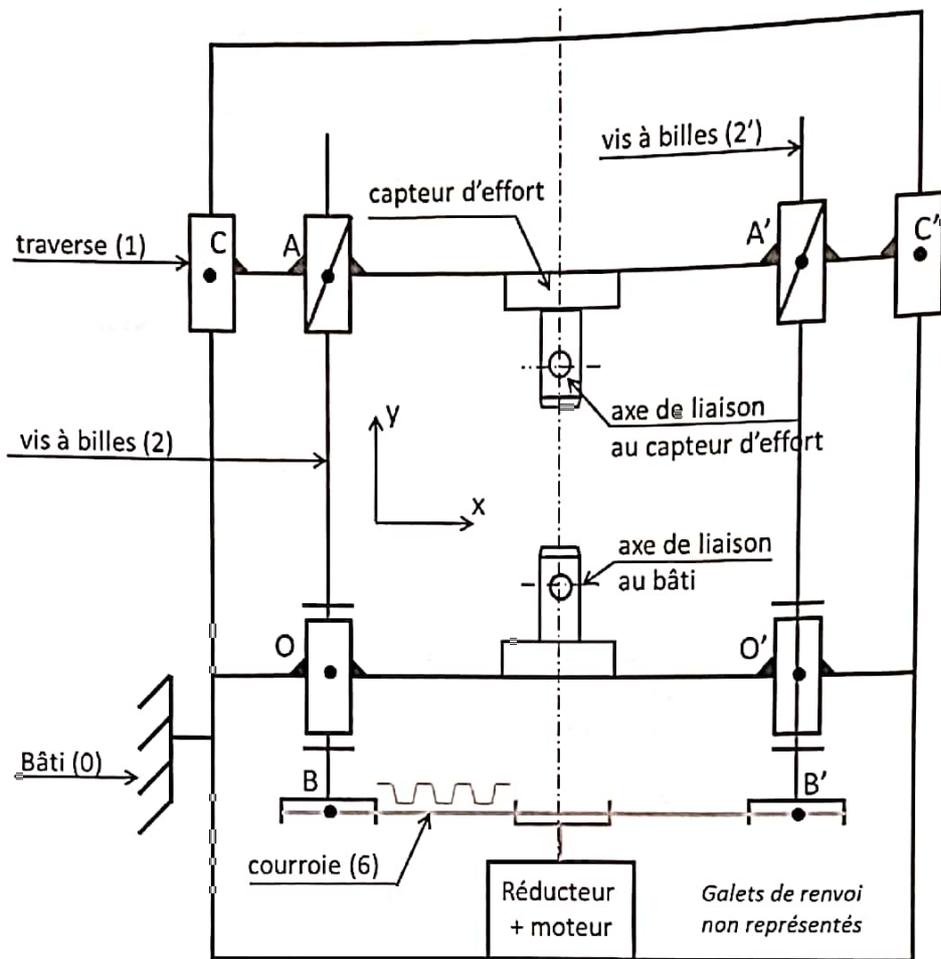
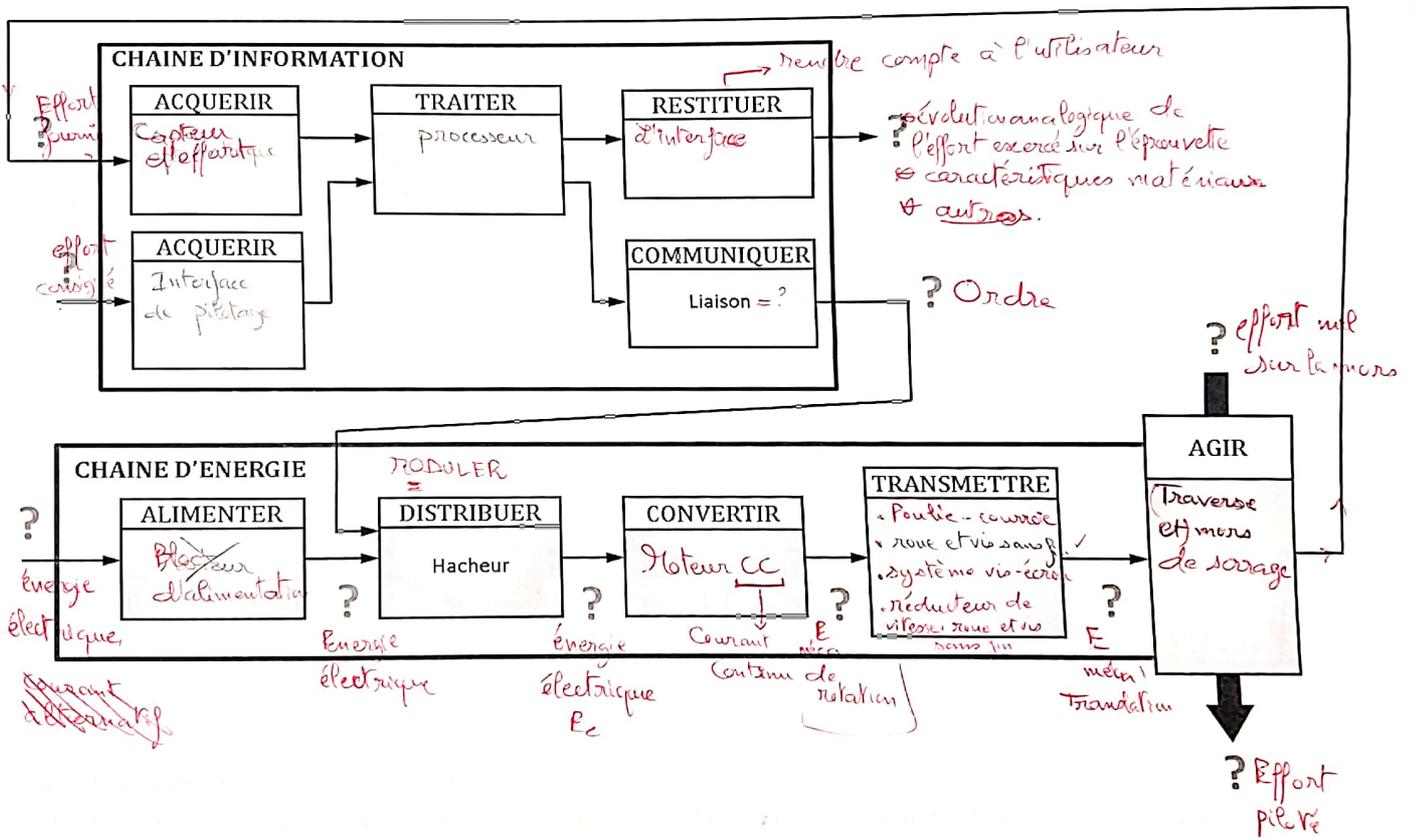


Figure 8 : Schéma cinématique de la machine d'essai universelle

DR1 : chaîne d'information / chaîne d'énergie du système



DR2 : simulation de l'évolution temporelle de l'effort mesuré par le capteur de force en réponse à une consigne constante d'amplitude  $F_0 = 20kN$

