

Cycle 1 – Analyser un système ; vérifier ses performances globales

TD2 – Régulateur de vitesse automobile

À l'issue de ce TD, vous devez être capable de :

- identifier le besoin et les exigences ;
- appréhender les analyses fonctionnelles et structurelles.

1. Présentation du système

La régulation automatique de la vitesse est une option fréquemment disponible dans les véhicules automobiles (cf. diagramme des cas d'utilisation donné figure 1). Grâce à cette option, le conducteur peut régler une vitesse de consigne et retirer son pied de l'accélérateur. Le système se déconnecte en cas d'action sur la pédale de frein ou d'embrayage.

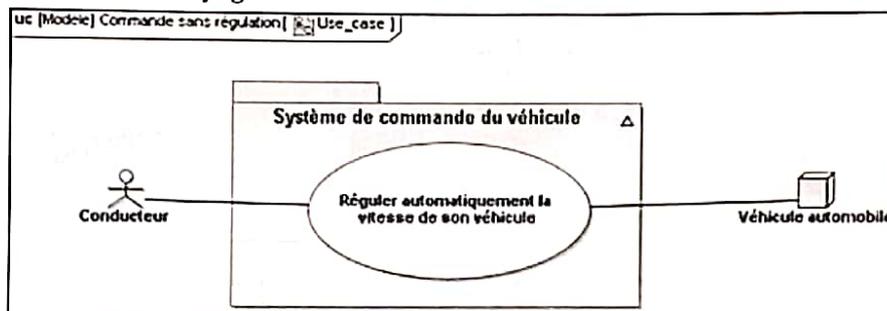


Fig. 1 : Diagramme des cas d'utilisation du système de régulation (seule cette phase d'utilisation est étudiée ici)

Ce système permet une conduite plus souple et une fatigue moindre du conducteur, particulièrement sur les longs trajets.

L'objectif de cette illustration est de modéliser le comportement de ce système afin de vérifier s'il répond au cahier des charges ci-dessous.

Critère	Niveau
Stabilité	le système ne doit pas devenir instable (pas d'augmentation incontrôlée de la vitesse par exemple)
Précision	la vitesse réelle doit être égale à la vitesse de consigne $\pm 2\%$
Insensibilité aux perturbations	le système doit maintenir la vitesse de consigne ($\pm 2\%$) quelles que soient les perturbations (vent, montée, descente, etc.)
Rapidité	le système doit réagir en moins de 30 secondes à une modification de consigne ou en cas de perturbation

L'objectif de ce TD est de prédire le comportement du véhicule en réponse à une sollicitation du conducteur. Pour ce faire, il est nécessaire de déterminer quels sont les composants qui permettent au conducteur d'agir sur la vitesse de la voiture et quels sont les flux entre ces différents composants.

2. Analyse du système de commande d'une automobile SANS régulateur automatique de vitesse

Dans les véhicules non pourvus d'un régulateur automatique de vitesse, c'est le conducteur qui effectue la régulation de la vitesse.

La décomposition structurelle du système "véhicule automobile" est proposée sur le diagramme de définition de blocs et le diagramme de bloc interne ci-dessous (cf. figures 2 et 3). Seuls les composants ayant une influence sur le processus de gestion de la vitesse seront pris en considération.

V. Lebrayquin ?

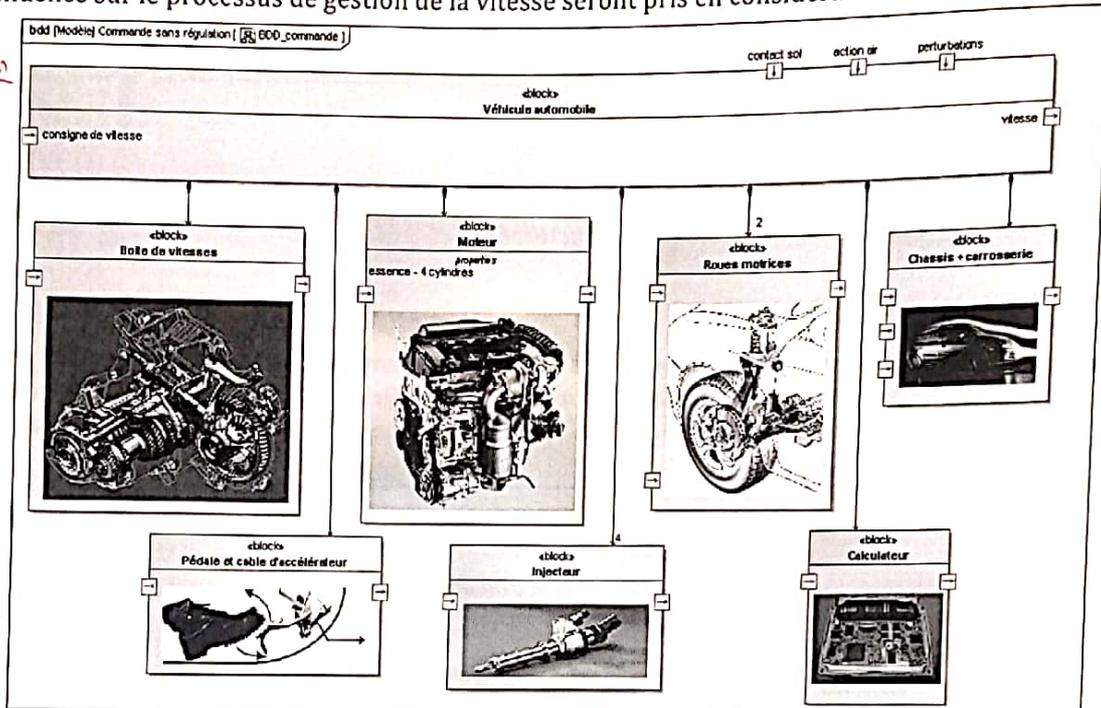


Fig. 2 : Diagramme de définition de blocs d'un véhicule sans régulateur automatique de vitesse

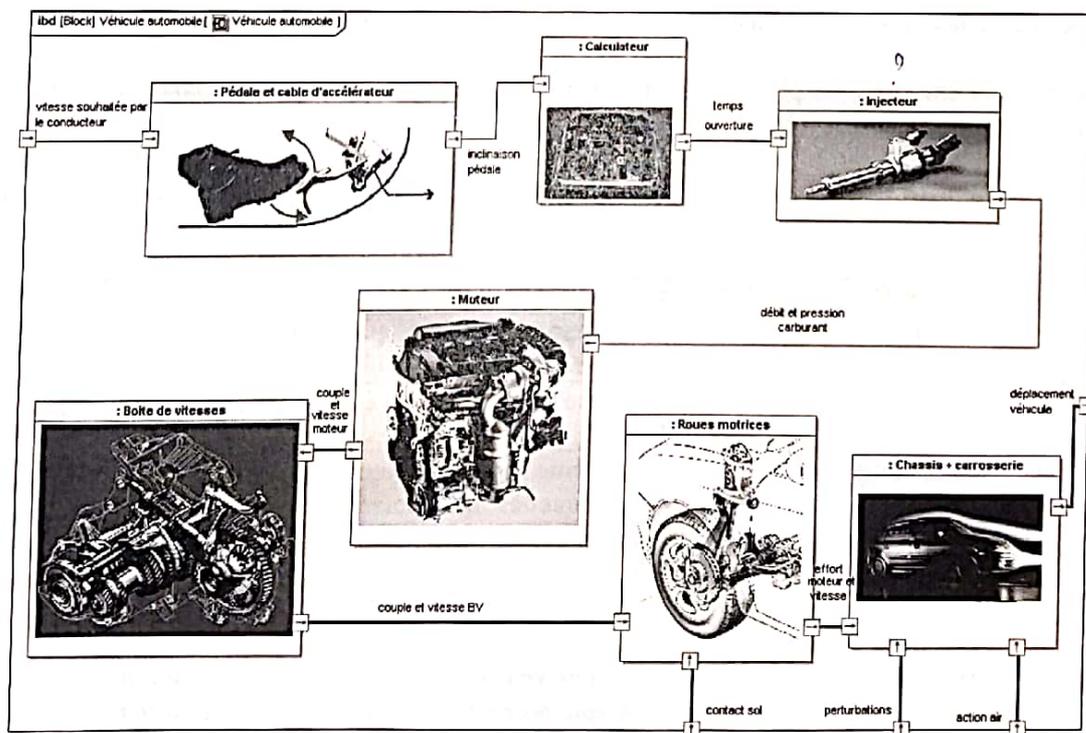


Fig. 3 : Diagramme de bloc interne d'un véhicule sans régulateur automatique de vitesse

3. Modélisation du comportement du véhicule SANS régulateur automatique de vitesse

Modéliser un système est le fait de construire une représentation mathématique de ce système réel. Le modèle ainsi obtenu (plus ou moins complexe selon les hypothèses retenues) permet de calculer (analytiquement ou numériquement) le comportement du système et de prédire ses performances pour le valider en regard d'un cahier des charges.

Le système a été décrit comme un assemblage de plusieurs composants, nous allons proposer un modèle de comportement pour chacun d'eux. L'assemblage de tous les modèles conduira au modèle du système complet.

Les modèles retenus seront des **modèles mono-variables** : chaque composant est assimilé à un bloc avec une grandeur physique d'entrée et une grandeur physique de sortie. Le bloc contient une équation mathématique reliant ces deux grandeurs.

3.1 La consigne

En fonction de l'information de vitesse fournie par le compteur de vitesse, ainsi que de l'état de la circulation, le conducteur maintient la vitesse de son véhicule par une action sur la pédale d'accélération (cf. figure 6).

L'action du conducteur sur la pédale d'accélération engendre une rotation de celle-ci. L'angle de rotation de la pédale d'accélération varie entre 0 et 30°.

- 0° : pas d'accélération ;
- 30° : accélération maxi.



Fig. 6 : Le conducteur commande le système grâce à la pédale d'accélération

3.2 Le calculateur

L'information d'angle issue de la pédale d'accélération est transmise à un calculateur (cf. figure 7). Le calculateur est chargé de définir la quantité de mélange air-carburant à fournir au moteur. Cet ordre se traduit par un temps d'ouverture T compris entre 0 et 5 millisecondes de chaque injecteur au cours d'un cycle de combustion.

Hypothèse : le temps d'ouverture T varie linéairement avec l'angle θ imposé par le conducteur à la pédale d'accélération.

- Si $\theta = 0^\circ$ (pas d'accélération) alors $T = 0\text{ms}$.
- Si $\theta = 30^\circ$ (accélération maxi) alors $T = 5\text{ms}$.

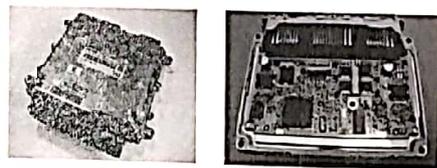
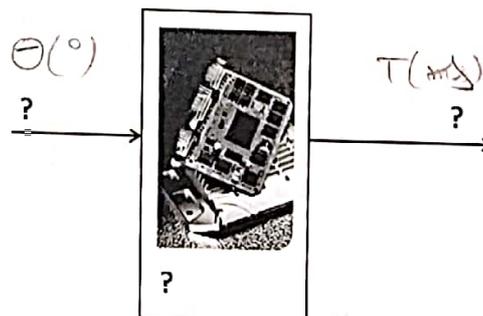


Fig. 7 : Calculateur d'injection de moteur essence (boîtier fermé / boîtier ouvert)

Qu. 1 : compléter le modèle ci-contre décrivant le comportement du calculateur en y indiquant la grandeur d'entrée et son unité, la grandeur de sortie et son unité, puis l'équation reliant ces deux grandeurs.



équation $\frac{\theta}{T} = \text{cte} = \frac{1}{K_c}$

calculons $\frac{\theta_{\text{max}}}{T_{\text{max}}} = \frac{30}{0,005} = 6000 \text{ deg. s}^{-1}$

$K_c = \frac{1}{\frac{\theta_{\text{max}}}{T_{\text{max}}}} = \frac{1}{6000} \text{ s. deg}^{-1}$

$T_{\text{ms}} = K_c \theta$

3.3 Les injecteurs

9 m.s inj
43 m.s min

$$\frac{2500 \text{ Tours}}{1 \text{ min}} = \frac{110 \text{ m.s}}{x}$$

$$2.10^3 \text{ L/g} \quad \text{etc} \quad \frac{1}{2500} \cdot 60 \cdot 10^3 = 24 \text{ m.s}$$

2 Tours : 2 m.s 43 m.s

L'injecteur (cf. figure 8) a pour fonction d'injecter le carburant dans la chambre de combustion en contrôlant la quantité introduite.

Tant que l'injecteur est ouvert, le carburant sous pression (de l'ordre de 100bars pour un moteur essence) est pulvérisé dans la chambre de combustion à un débit de $4800 \text{ mm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Ceci induit un débit moyen Q (en $\text{L} \cdot \text{s}^{-1}$) de carburant consommé par le moteur. Cette quantité Q est appelée consommation du moteur.

Hypothèses et compléments d'information :

- Le véhicule se déplace à une vitesse de $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, ce qui correspond à un régime moteur (=vitesse de rotation du moteur) de $2500 \text{ tour} \cdot \text{min}^{-1}$.
- Un moteur 4 temps de voiture « classique » comporte 4 cylindres (4 chambres de combustion) et un injecteur par cylindre.
- Dans chaque cylindre, l'injection a lieu tous les deux tours du moteur.

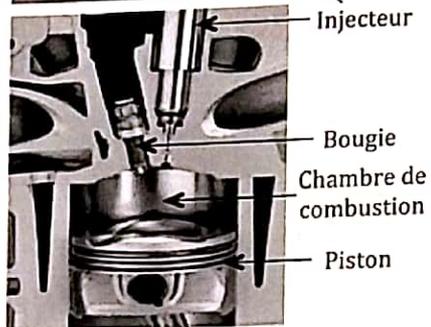
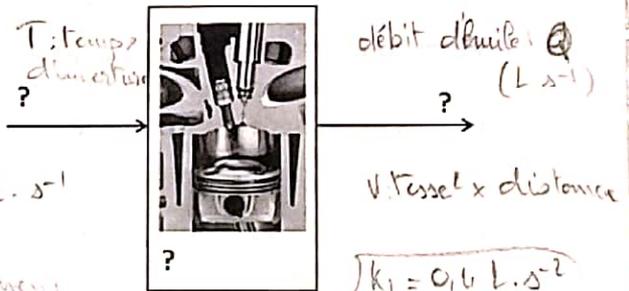


Fig. 8 : Injecteur et son intégration dans le moteur

Qu. 2 : à partir des informations données ci-dessus, quelle est la quantité de mélange air-carburant libérée par l'injecteur lorsque son temps d'ouverture est maximum ? Lorsqu'il est minimum ?

Qu. 3 : combien d'injections ont lieu pendant un tour de moteur ? En déduire les quantités maximale et minimale de mélange fournies au moteur pendant que ce dernier effectue un tour. En déduire la consommation moyenne maximale et minimale du moteur dans les conditions données ci-dessus.

Qu. 4 : en utilisant les réponses apportées aux questions précédentes, compléter le modèle ci-contre décrivant le comportement des injecteurs en y indiquant la grandeur d'entrée et son unité, la grandeur de sortie et son unité, puis l'équation reliant ces deux grandeurs.



ou fin, un cycle a un débit moyen :

$$Q_{\text{moy}} = \frac{5Q}{k_1} = 500 \text{ mm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

3.4 Le moteur thermique

pour 4 injecteurs

$$Q_{\text{moy}} = 2000 \text{ mm}^3 \cdot \text{s}^{-1} \Rightarrow k_1 = \frac{Q}{T} \Rightarrow k_1 = 6 \cdot 10^5 \text{ mm}^3 \cdot \text{s}^{-2}$$

Au niveau du moteur, l'effort disponible en sortie est une fonction croissante du débit de carburant.

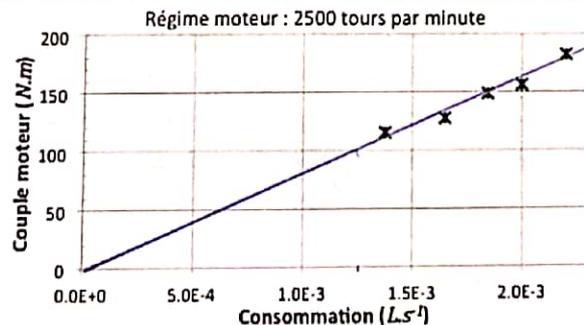
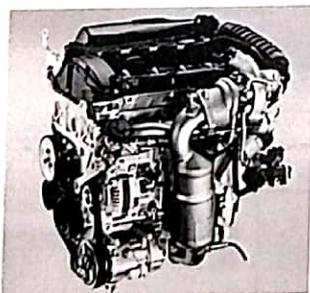


Fig. 9: Moteur thermique 4 cylindres et évolution du couple moteur en fonction de la consommation en carburant

Qu. 6 : quelle loi physique, permet de relier les efforts appliqués à un système et le déplacement de ce système ?

Les efforts mis en jeu sont modélisés de la façon suivante :

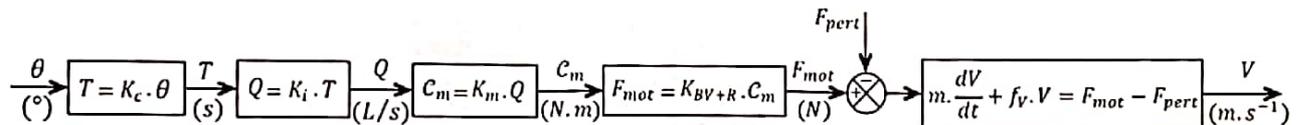
- Force exercée par les roues sur le sol, qui propulse la voiture $\vec{F}_{mot} = F_{mot} \cdot \vec{x}$
- Force perturbatrice (montée, vent, etc.), qui s'oppose au mouvement du véhicule $\vec{F}_{pert} = -F_{pert} \cdot \vec{x}$, avec $F_{pert} > 0$
- Force de résistance de l'air \vec{F}_{aero} . Cette action aérodynamique peut être modélisée. Elle dépend des caractéristiques du véhicule et peut être représentée par une force proportionnelle à sa vitesse V : $\vec{F}_{aero} = -f_v \cdot V \cdot \vec{x}$
- Les forces s'exerçant verticalement (poids, réaction du sol sur la roue) seront négligées ici puisque l'on s'intéresse au mouvement horizontal du véhicule

Données : $f_v \approx 20 N \cdot s \cdot m^{-1}$ (déterminé expérimentalement ou par simulation) ; $m \approx 800 kg$

Qu. 7 : en utilisant la loi physique proposée précédemment, déterminer une équation reliant les normes des efforts F_{mot} et F_{pert} , la masse du véhicule m et le coefficient f_v . Etes-vous capables de résoudre cette équation ?

3.7 Modélisation du système complet SANS régulateur de vitesse

En assemblant tous les blocs correspondant aux différents composants, nous obtenons un modèle complet du système :



La représentation graphique utilisée ci-dessus est appelée **schéma-bloc**. C'est une représentation comportementale du système dans laquelle les blocs représentent les composants et les liens orientés représentent les grandeurs physiques ou les signaux.

La structure de commande du véhicule sans régulateur automatique de vitesse est appelée "**commande en boucle ouverte**" ou "**chaîne directe**". Dans ce type de structure de commande, des consignes sont émises, mais le système ne vérifie pas si elles sont atteintes.

3.7.1 Solution analytique du comportement du système en boucle ouverte sans perturbation ($F_{pert} = 0$)

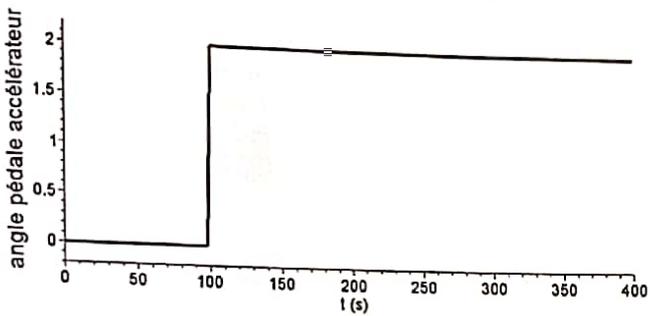
Qu. 8 : À partir de tous les modèles mis en place précédemment, déterminer une équation reliant la vitesse du véhicule $V(t)$ à l'angle de la pédale d'accélération $\theta(t)$ lorsque l'on fait l'hypothèse $F_{pert} = 0$. Remplacer toutes les constantes par leurs valeurs numériques et simplifier l'équation au maximum. Quel type d'équation obtient-on ?

Qu. 9 : résoudre l'équation de manière à déterminer l'évolution de la vitesse $V(t)$ du véhicule lorsqu'il est à l'arrêt et que le conducteur impose un angle de 2° à la pédale d'accélération.

3.7.2 Simulation numérique du comportement du système en boucle ouverte avec perturbation ($F_{pert} \neq 0$)

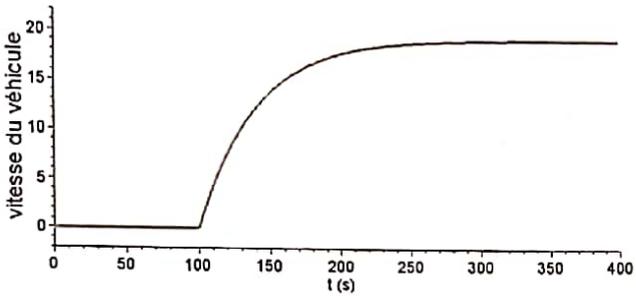
Des logiciels de simulation numérique permettent de résoudre l'équation obtenue précédemment et de retrouver le résultat précédemment obtenu par le calcul.

L'évolution de la consigne en angle et la réponse du véhicule en vitesse sont tracées sur les graphes ci-dessous. Le type de signal retenu pour la consigne est appelé « échelon ». C'est un signal idéal car en pratique la variation d'angle de 0° à 2° ne se fait pas instantanément.

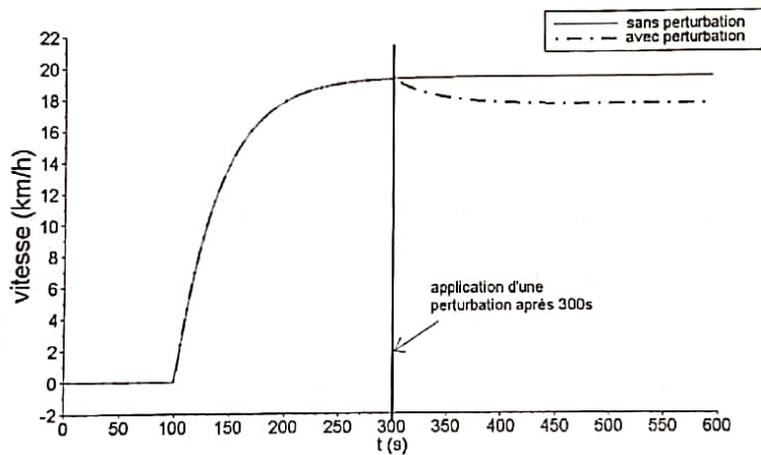


Dans un premier temps, la simulation est réalisée avec l'hypothèse $F_{pert} = 0$.

On peut voir que la vitesse augmente progressivement jusqu'à atteindre 20 km/h. Dans cette structure de commande du véhicule (sans régulateur automatique de vitesse), le conducteur doit donc effectuer lui-même l'action de régulation de la vitesse (lire sur le compteur la vitesse de son véhicule, la comparer à la consigne qu'il souhaite atteindre et modifier son action sur l'accélérateur).



Dans un second temps, la simulation est réalisée avec l'hypothèse $F_{pert} \neq 0$. Une perturbation simulant une pente est appliquée à $t = 300$ s. L'évolution de la vitesse est tracé sur le graphe ci-dessous.



Qu. 10 : en observant les deux résultats de simulation donnés ci-dessus, en déduire quel est le principal inconvénient d'un système commandé en boucle ouverte ?

4. Analyse du système de commande d'une automobile AVEC régulateur automatique de vitesse

Le système de régulation s'adapte sur le système présenté précédemment. Il s'agit de mesurer la vitesse effectivement atteinte par le véhicule et d'utiliser cette information pour modifier automatiquement l'injection et garantir le maintien du véhicule à une vitesse constante. La décomposition structurelle du système avec régulateur est proposée figure 4 et 5.

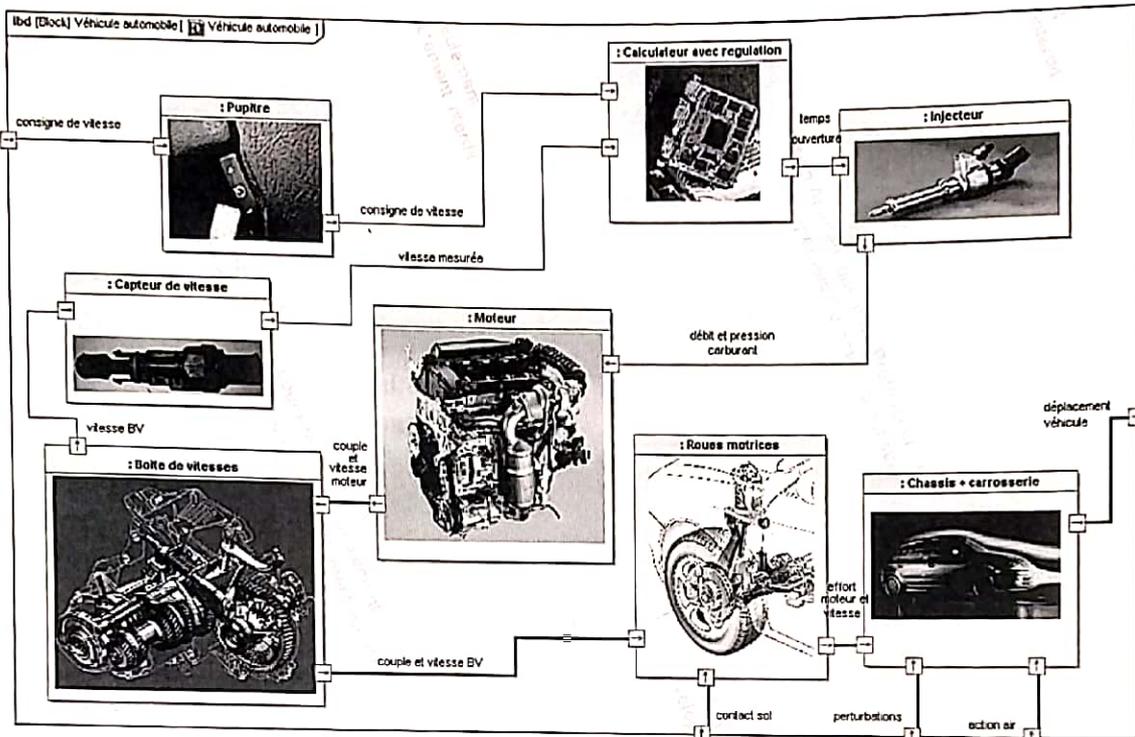


Fig. 4 : Diagramme de bloc interne d'un véhicule avec régulateur automatique de vitesse

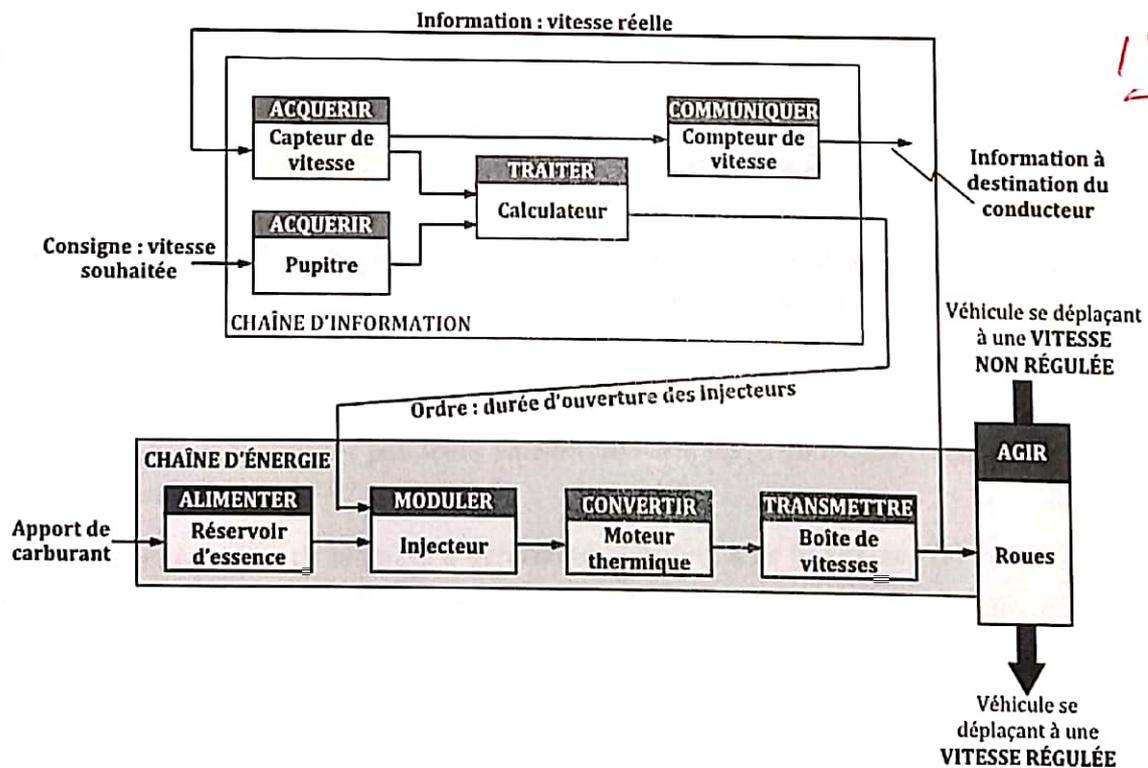


Fig. 5 : Décomposition sous forme de chaîne d'énergie et d'information du système de régulation de vitesse

5. Modélisation du comportement du véhicule AVEC régulateur automatique de vitesse

Nous allons maintenant nous intéresser à la commande du véhicule dans le cas où ce dernier est équipé d'un régulateur automatique de vitesse.

Il est nécessaire de modifier le modèle du calculateur et de prendre en compte la présence du capteur de vitesse dans le schéma bloc modélisant le système. Tous les autres composants conservent un fonctionnement similaire à celui décrit précédemment

5.1 La consigne avec régulation automatique

La consigne de vitesse est imposée par le conducteur par l'intermédiaire d'un pupitre de commande situé au volant et non plus par la pédale d'accélérateur.

5.2 Le calculateur avec régulation automatique

Le calculateur récupère la vitesse de consigne V_c ainsi que la vitesse réelle du véhicule V_{mes} issue d'un capteur de vitesse.

Les deux informations sont comparées puis traitées par le calculateur afin d'établir le temps d'ouverture des injecteurs : un écart de vitesse ΔV de 10 km.h^{-1} entraîne un temps d'ouverture T de $2,5 \text{ ms}$ par injecteur

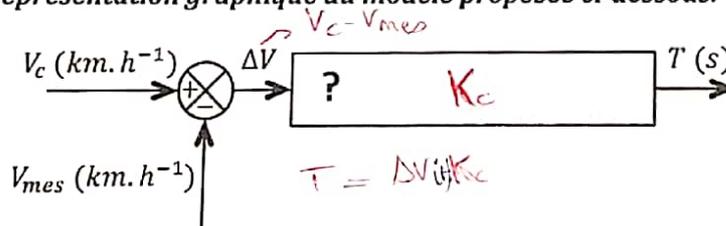


Fig. 12 : Calculateur

Modèle mathématique retenu :

$$T(t) = K_c \cdot \Delta V(t), \text{ avec } \Delta V(t) = V_c(t) - V_{mes}(t) \text{ et } K_c = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ s. (km.h}^{-1}\text{)}^{-1}$$

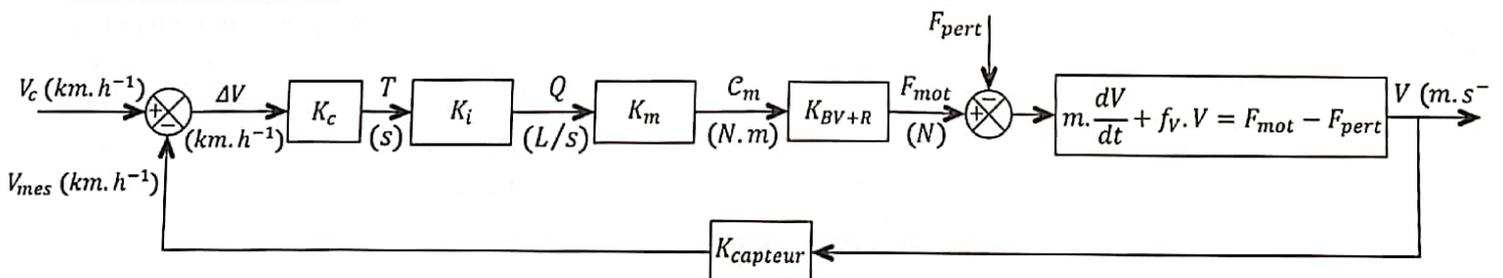
Qu. 11 : compléter la représentation graphique du modèle proposée ci-dessous.



Comparateur

5.3 Modélisation du système complet AVEC régulateur de vitesse

Le modèle complet du système avec régulateur, obtenu par assemblage de tous les blocs, est représenté par le schéma bloc suivant :

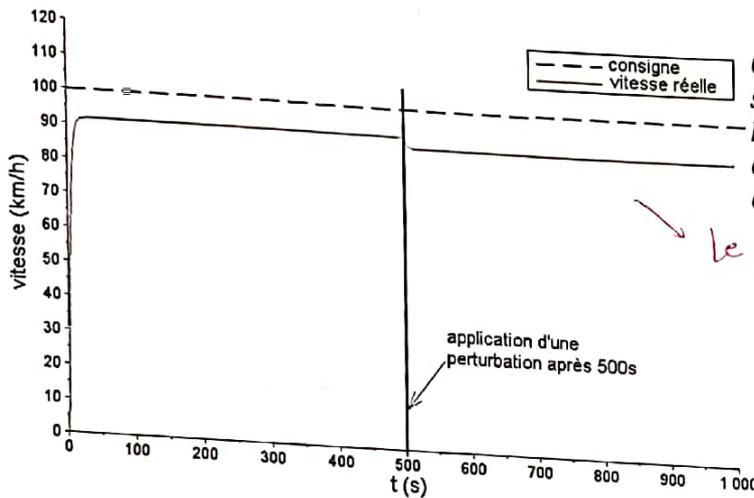
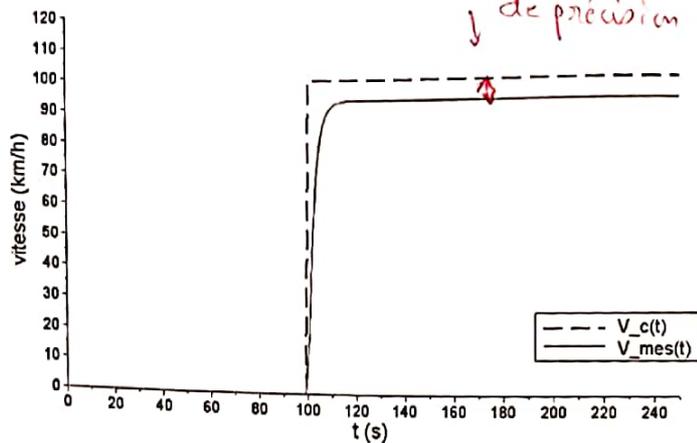


On observe sur ce schéma la présence d'une boucle, appelée "**boucle de retour**". Elle est constituée du capteur de vitesse et d'un comparateur et permet de mesurer la vitesse atteinte par le système et de la comparer à la vitesse de consigne. Cette différence est prise en compte dans la commande du système.

La structure de commande décrite ici est dite "commande en boucle fermée". Le même logiciel que précédemment est utilisé pour simuler l'évolution de la vitesse du véhicule en réponse à une consigne donnée lorsque le véhicule est équipé d'un régulateur de vitesse.

La réponse du système à une consigne de vitesse constante et égale à $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ est tracée ci-contre. Dans un premier temps, la simulation est réalisée sans perturbation.

Une deuxième simulation est réalisée, en appliquant une force perturbatrice après 500s.

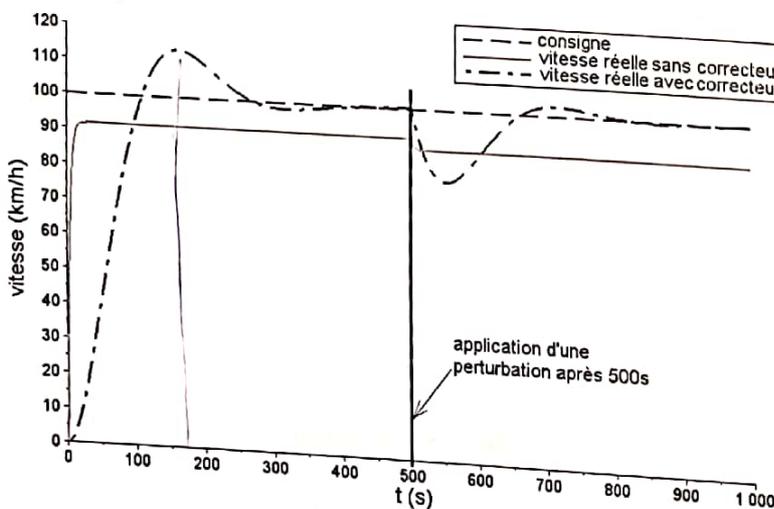


Qu. 12 : en analysant les deux résultats de simulation fournis, peut-on conclure que le système tel qu'il a été initialement conçu valide les exigences définies dans le cahier des charges ?

Le système est toujours sensible à la perturbation

5.4 Optimisation du comportement du système

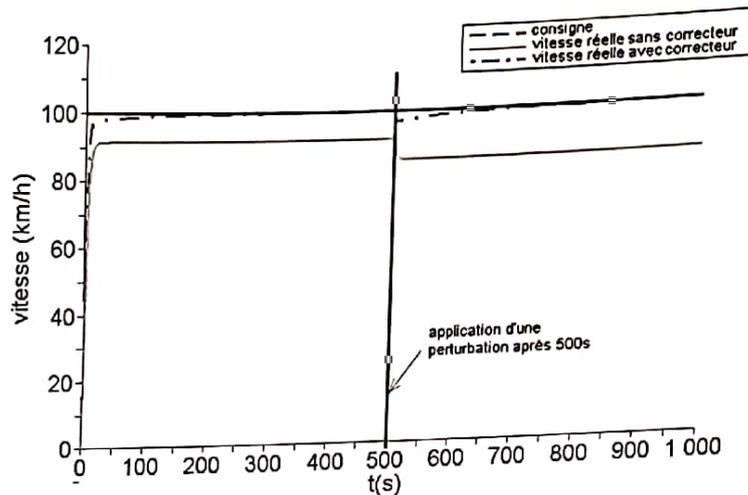
Afin d'améliorer les performances du système, on ajoute en amont du calculateur un composant appelé "correcteur". Ce composant permet de modifier l'écart mesuré entre la consigne et la vitesse réelle pour optimiser la commande du système.



Qu. 13 : en analysant le résultat de simulation tracé ci-contre, que peut-on conclure sur le rôle du correcteur vis-à-vis du système de régulation de vitesse ? Les exigences définies dans le cahier des charges sont-elles alors validées ?

6. Quelques remarques pour aller plus loin...

- La simulation dont les résultats sont présentés ci-dessus montre que la présence du correcteur modifie grandement les performances du système de régulation de vitesse. Les correcteurs sont des éléments essentiels dans la commande d'un système. La modélisation de leur fonctionnement sera abordée dans les prochaines semaines et l'optimisation de leurs performances sera vue en deuxième année de CPGE.
- Le correcteur utilisé précédemment ne permet pas de valider toutes les performances attendues du système. Le système peut avoir un comportement satisfaisant en modifiant le correcteur. La figure suivante donne le comportement du système après optimisation du correcteur.



- Le correcteur est placé en amont du calculateur (cf. schéma bloc figure 16) et corrige le signal ΔV en un signal $\Delta V_{\text{corrigé}}$ de la façon suivante : $\Delta V_{\text{corrigé}}(t) = K_p \cdot \Delta V(t) + K_i \cdot \int \Delta V(t) \cdot dt + K_D \cdot \frac{d\Delta V(t)}{dt}$. Les coefficients K_p , K_i et K_D sont les paramètres modifiables du correcteur.
- En prenant en compte l'équation du correcteur et l'équation différentielle décrivant le comportement dynamique du véhicule (cf. figure 13), la vitesse du véhicule ne peut plus être déterminée par une méthode analytique.
- Un outil mathématique appelé **transformation de Laplace** permet de transformer ces équations différentielles en équations polynômiales. La vitesse dans le domaine de Laplace aura alors une expression simple. La "transformée de Laplace inverse" permet de trouver l'expression de cette vitesse dans le domaine temporel.

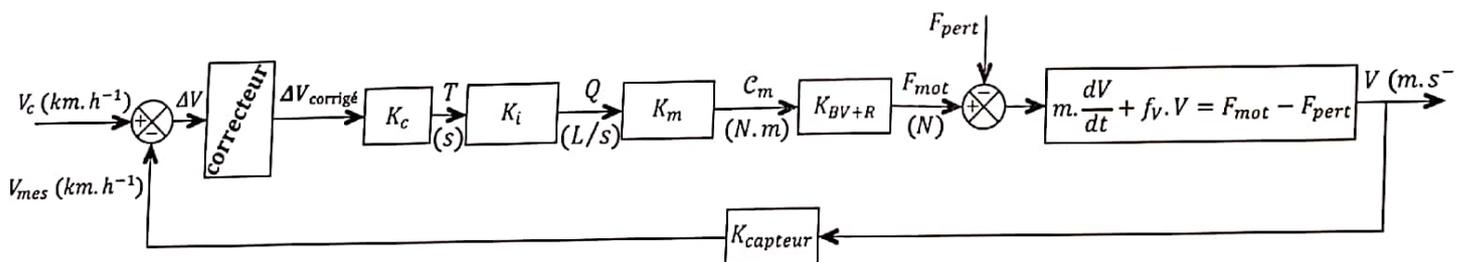


Fig. 13 : Schéma bloc du système complet