

ETUDE DES RÉGIMES D'AUTOROTATION D'UNE HÉLICE

ADRIEN SUTTER, 3850

ÉPREUVE COMMUNE DE TIPE

INTRODUCTION

QU'EST-CE QUE L'AUTOROTATION ?

L'autorotation est la mise en rotation d'un corps sur lui-même sous l'effet des forces exercées par le fluide dans lequel il se déplace.

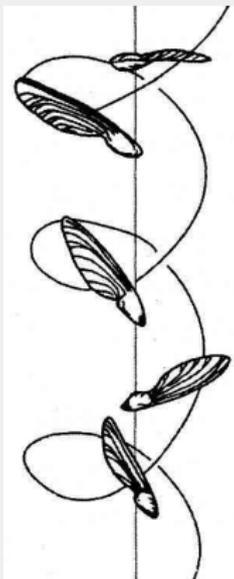
QU'EST-CE QUE L'AUTOROTATION ?

L'autorotation est la mise en rotation d'un corps sur lui-même sous l'effet des forces exercées par le fluide dans lequel il se déplace.
Quelques situations dans lesquelles intervient l'autorotation :

QU'EST-CE QUE L'AUTOROTATION ?

L'autorotation est la mise en rotation d'un corps sur lui-même sous l'effet des forces exercées par le fluide dans lequel il se déplace. Quelques situations dans lesquelles intervient l'autorotation :

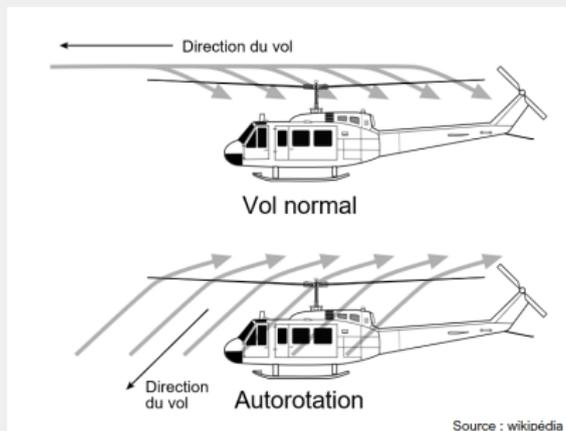
- chute des samares



QU'EST-CE QUE L'AUTOROTATION ?

L'autorotation est la mise en rotation d'un corps sur lui-même sous l'effet des forces exercées par le fluide dans lequel il se déplace.
Quelques situations dans lesquelles intervient l'autorotation :

- chute des samares
- panne moteur d'un hélicoptère

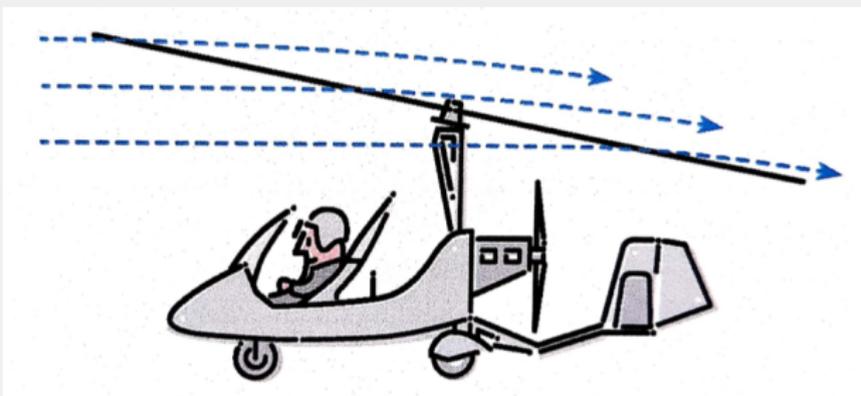


QU'EST-CE QUE L'AUTOROTATION ?

L'autorotation est la mise en rotation d'un corps sur lui-même sous l'effet des forces exercées par le fluide dans lequel il se déplace.

Quelques situations dans lesquelles intervient l'autorotation :

- chute des samares
- panne moteur d'un hélicoptère
- vol d'un autogire



DESCRIPTION D'UN AUTOGIRE



FIGURE – Autogire en vol

- L'hélice principale est libre et entraînée en rotation par le flux d'air ascendant qui la traverse → elle est en autorotation.
- L'hélice en autorotation assure la portance et est constituée de deux pâles.
- L'autogire est propulsé en avant par une hélice à l'arrière de l'appareil.
- Stabilité et sûreté garanties!

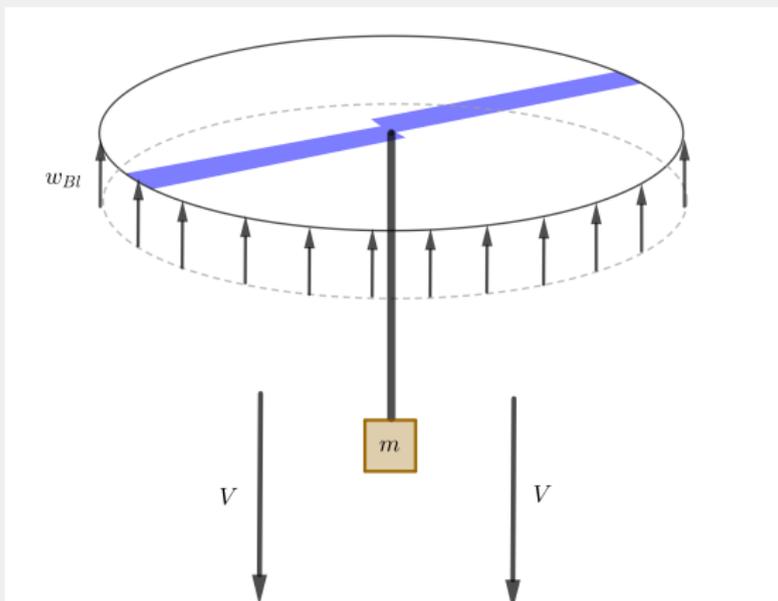
OBJECTIFS DE CE TIPE

- Réaliser un modèle théorique pour décrire le vol vertical d'un autogire
- Etudier expérimentalement le vol vertical et comparer les résultats avec le modèle théorique

ÉTUDE THÉORIQUE DU VOL VERTICAL EN RÉGIME STATIONNAIRE

PRÉSENTATION DU VOL VERTICAL, NOTATIONS

- Chute verticale d'un autogire ou d'un hélicoptère lors d'une panne moteur.
- Relier la vitesse de chute de l'aéronef et la vitesse de rotation de l'hélice principale en régime stationnaire à ses paramètres caractéristiques.



PRÉSENTATION DU VOL VERTICAL, NOTATIONS

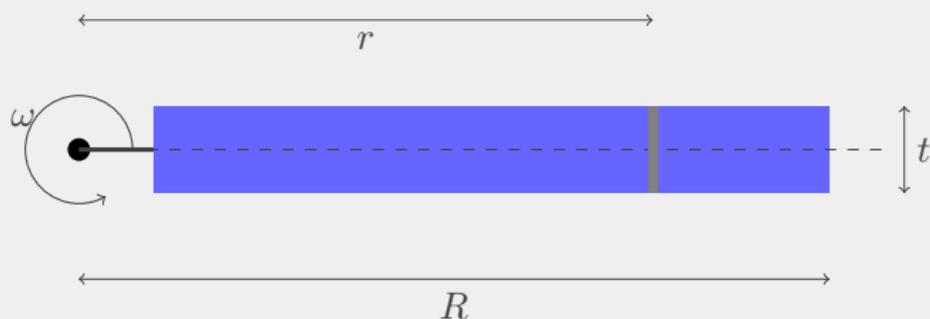


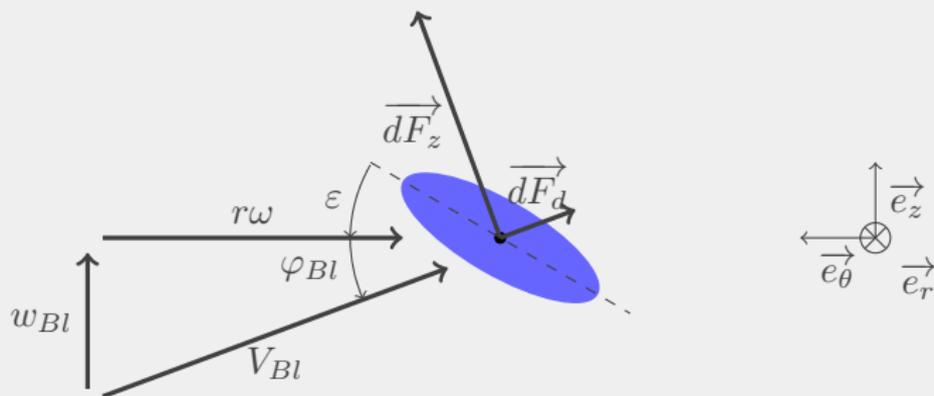
FIGURE – Notations - pôle de l'hélice principale

On note :

- R la longueur d'une pôle
- t la corde d'une pôle
- ω la vitesse de rotation de l'hélice
- V la vitesse de chute de l'autogire

On considère un élément de pôle situé à un distance r de l'axe de rotation.

PRÉSENTATION DU VOL VERTICAL, NOTATIONS



On note :

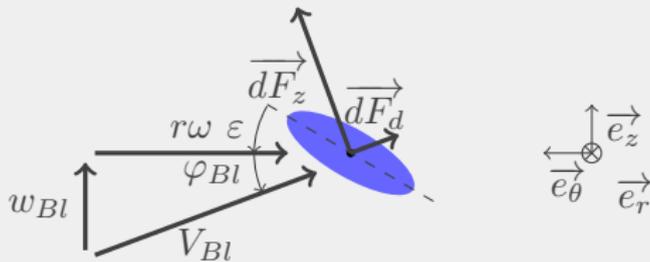
- w_{Ri} la vitesse induite par l'hélice et w_{Bl} la vitesse du vent à travers l'hélice : $w_{Bl} = V - w_{Ri}$
- ε l'angle d'inclinaison des pâles par rapport à l'horizontal
- φ_{Bl} l'angle entre la vitesse du vent arrivant sur la tranche et l'horizontal. L'angle d'incidence de l'air sur l'élément de pôle est alors : $\alpha_{Bl} = \varepsilon + \varphi_{Bl}$
- C_z et C_d les coefficients de portance et de trainée du profil

HYPOTHÈSES SIMPLIFICATRICES

- On néglige l'élasticité des pâles, et donc tout "effet de cône".
- $V_{Bl} = \sqrt{w_{Bl}^2 + (r\omega)^2} \simeq r\omega$
- $\varphi_{Bl} = \arctan\left(\frac{w_{Bl}}{r\omega}\right)$ "petit" donc $\varphi_{Bl} \simeq \frac{w_{Bl}}{r\omega}$

CALCUL DES EFFORTS SUR L'HÉLICE PRINCIPALE

Méthode des éléments de pàle : On découpe la pàle en petits éléments et on calcule les actions mécaniques exercées par l'air sur chacun de ces éléments.



Les forces s'exerçant sur cet élément s'écrivent :

Projection sur \vec{e}_θ :

$dF_z \sin(\varphi_{Bl}) - dF_d \cos(\varphi_{Bl})$ soit :

$$dF_z \varphi_{Bl} - dF_d$$

$$= \frac{1}{2} \rho \cdot dr \cdot t \cdot V_{Bl}^2 \cdot (C_z \varphi_{Bl} - C_d)$$

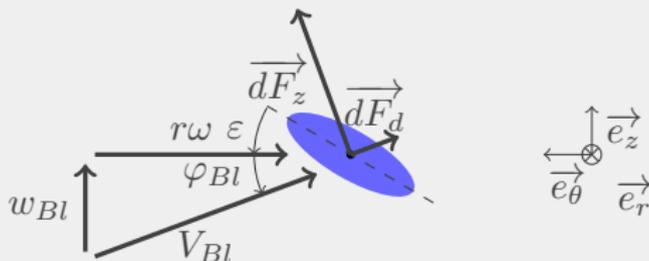
Projection sur \vec{e}_z :

$dF_z \cos(\varphi_{Bl}) + dF_d \sin(\varphi_{Bl})$ soit :

$$dF_z = \frac{1}{2} \rho \cdot dr \cdot t \cdot V_{Bl}^2 \cdot C_z$$

CALCUL DES EFFORTS SUR L'HÉLICE PRINCIPALE

Méthode des éléments de pôle : On découpe la pôle en petits éléments et on calcule les actions mécaniques exercées par l'air sur chacun de ces éléments.



On a le moment des forces par rapport à l'axe de rotation :

$$d\mathcal{M} = \frac{1}{2} \rho \cdot t \cdot V_{Bl}^2 \cdot (C_z \varphi_{Bl} - C_d) \cdot r \cdot dr$$

CALCUL DES EFFORTS SUR L'HÉLICE PRINCIPALE

On obtient ainsi un moment total par rapport à l'axe de rotation de l'hélice :

$$\mathcal{M} = 2 \int_0^R d\mathcal{M} = \int_0^R \rho \cdot t \cdot V_{Bl}^2 \cdot (C_z \varphi_{Bl} - C_d) \cdot r \cdot dr$$

et la portance :

$$F_R = 2 \int_0^R dF_z = \int_0^R \rho \cdot t \cdot V_{Bl}^2 \cdot C_z \cdot dr$$

POLAIRE D'UN PROFIL

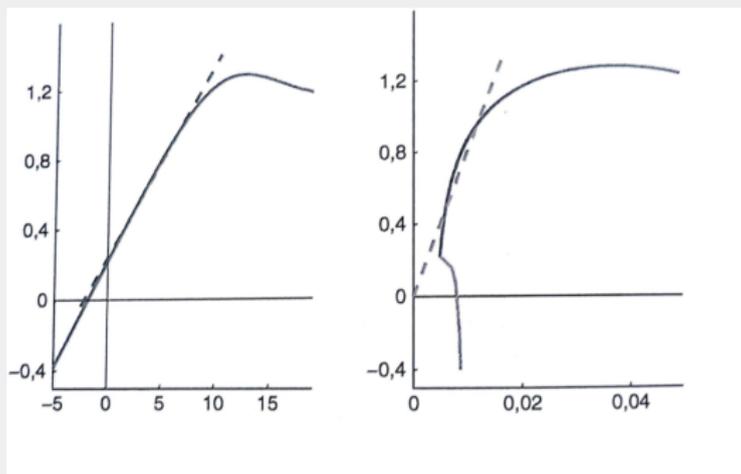


FIGURE – Polaire du profil NACA 8-H-12 à $Re = 1,8 \cdot 10^6$, à gauche, C_z en fonction de α_{Bl} en degrés, à droite C_z en fonction de C_d .

On approxime donc les polaires par des fonctions affines, et selon la théorie des profils minces :

$$C_z \simeq C_{z_0} + 2\pi\alpha$$

$$C_z \simeq n \cdot C_d$$

INTÉGRATION NUMÉRIQUE DES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT

Les équations du mouvement de l'autogire sont :

$$m\dot{V} = mg - F_R \quad \text{et} \quad J\dot{\omega} = \mathcal{M}$$

où m désigne la masse de l'autogire, J le moment d'inertie des pâles par rapport à l'axe de rotation.

INTÉGRATION NUMÉRIQUE DES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT

Les équations du mouvement de l'autogire sont :

$$m\dot{V} = mg - F_R \quad \text{et} \quad J\dot{\omega} = \mathcal{M}$$

où m désigne la masse de l'autogire, J le moment d'inertie des pâles par rapport à l'axe de rotation.

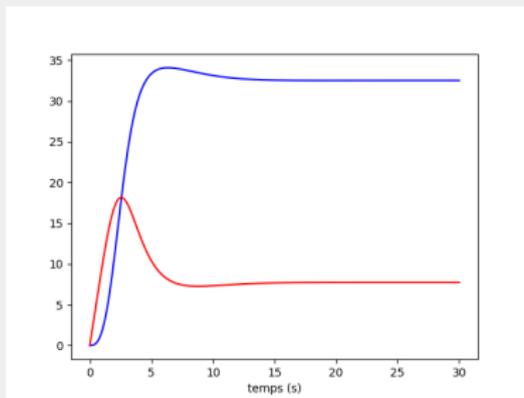


FIGURE – Intégration numérique des équations avec Python

INTÉGRATION NUMÉRIQUE DES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT

Les équations du mouvement de l'autogire sont :

$$m\dot{V} = mg - F_R \quad \text{et} \quad J\dot{\omega} = \mathcal{M}$$

où m désigne la masse de l'autogire, J le moment d'inertie des pâles par rapport à l'axe de rotation.

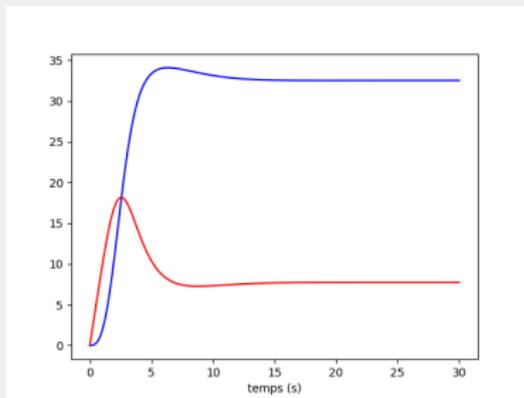


FIGURE – Intégration numérique des équations avec Python

→ régime stationnaire atteint

RÉGIME STATIONNAIRE EN VOL VERTICAL

En régime stationnaire, comme l'hélice ne subit que les forces exercées par l'air (autorotation) : $\mathcal{M} = 0$

RÉGIME STATIONNAIRE EN VOL VERTICAL

En régime stationnaire, comme l'hélice ne subit que les forces exercées par l'air (autorotation) : $\mathcal{M} = 0$

On obtient alors :

$$w_{Bl} = R\omega \cdot \frac{1}{6\pi} \left(- \left(C_{z0} + 2\pi \left(\varepsilon - \frac{1}{n} \right) \right) + \underbrace{\sqrt{\left(C_{z0} + 2\pi \left(\varepsilon - \frac{1}{n} \right) \right)^2 + \frac{9\pi}{n} \left(C_{z0} + 2\pi \left(\varepsilon - \frac{1}{n} \right) \right)}}_{K_{w_{Bl}}} \right)$$

Soit :

$$w_{Bl} = K_{w_{Bl}} \cdot R \cdot \omega$$

RÉGIME STATIONNAIRE EN VOL VERTICAL

En régime stationnaire, comme l'hélice ne subit que les forces exercées par l'air (autorotation) : $\mathcal{M} = 0$

On obtient alors :

$$w_{Bl} = R\omega \cdot \frac{1}{6\pi} \underbrace{\left(- \left(C_{z0} + 2\pi \left(\varepsilon - \frac{1}{n} \right) \right) + \sqrt{\left(C_{z0} + 2\pi \left(\varepsilon - \frac{1}{n} \right) \right)^2 + \frac{9\pi}{n} \left(C_{z0} + 2\pi \left(\varepsilon - \frac{1}{n} \right) \right)} \right)}_{K_{w_{Bl}}}$$

Soit :

$$w_{Bl} = K_{w_{Bl}} \cdot R \cdot \omega$$

Généralisant les résultats de la théorie de Rankine-Froude :

$$w_{Ri} = K_{w_{Ri}} \sqrt{\frac{F_R}{\rho\pi R^2}}$$

RÉGIME STATIONNAIRE EN VOL VERTICAL

En régime stationnaire, le PFD appliqué à l'aéronef donne : $F_R = mg$
On a en développant les calculs :

$$F_R = R^3 \omega^2 \rho t \underbrace{\left(\frac{C_{z_0} + 2\pi\varepsilon}{3} + \pi K_{wBl} \right)}_{K_{z_0}}$$

Donc :

$$\omega = \sqrt{\frac{F_R}{K_{z_0} \rho t R^3}} = \sqrt{\frac{mg}{K_{z_0} \rho t R^3}}$$

On en déduit la vitesse de chute :

$$V = w_{Bl} + w_{Ri}$$

$$V = K_{w_{Bl}} R \omega + K_{w_{Ri}} \sqrt{\frac{F_R}{\rho \pi R^2}}$$

Conclusion :

En vol vertical, en régime stationnaire :

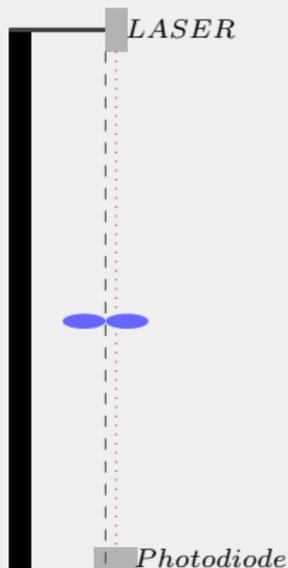
$$V = K_{w_{Bl}} \sqrt{\frac{mg}{K_{z_0} \rho t R}} + K_{w_{Ri}} \sqrt{\frac{mg}{\rho \pi R^2}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mg}{K_{z_0} \rho t R^3}}$$

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU VOL VERTI- CAL

- Lancer des hélices d'une hauteur suffisante pour observer le régime stationnaire d'autorotation
- Vérifier la dépendance de la masse sur la vitesse de rotation de l'hélice et la vitesse de chute en régime stationnaire

MONTAGE EXPÉRIMENTAL



- On tend un fil sur une hauteur suffisante, dans l'alignement du faisceau d'un laser.
- L'hélice est trouée, on lui accroche des écrous pour faire varier la masse.
- On mesure la vitesse de rotation avec une photodiode et le laser.
- On mesure la vitesse de chute grâce à une caméra ultrarapide.

FIGURE – Montage expérimental

MONTAGE EXPÉRIMENTAL

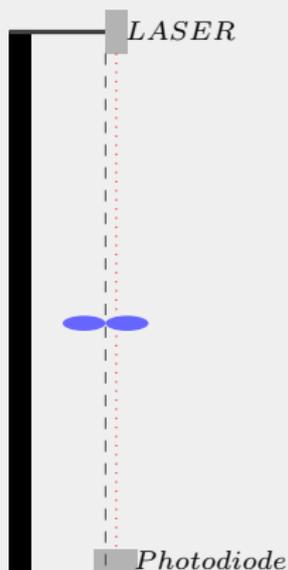


FIGURE – Montage expérimental

- On tend un fil sur une hauteur suffisante, dans l'alignement du faisceau d'un laser.
- L'hélice est trouée, on lui accroche des écrous pour faire varier la masse.
- On mesure la vitesse de rotation avec une photodiode et le laser.
- On mesure la vitesse de chute grâce à une caméra ultrarapide.

Premier essai : chute sur 3 m → échec car régime stationnaire non atteint

Deuxième essai : chute sur environ 5 m, en extérieur → régime stationnaire atteint et exploitable

- Dans l'alignement et à proximité du fil, un laser pointe sur une photodiode.
- Lorsque l'hélice tourne, elle "cache" le faisceau laser périodiquement.

- Dans l'alignement et à proximité du fil, un laser pointe sur une photodiode.
- Lorsque l'hélice tourne, elle "cache" le faisceau laser périodiquement.
- Pour améliorer la sensibilité, on branche la photodiode en série avec une alimentation stabilisée et une résistance importante.
- On acquiert avec Latis Pro et une carte Sysam la tension aux bornes de la résistance.

MESURE DE ω

- Dans l'alignement et à proximité du fil, un laser pointe sur une photodiode.
- Lorsque l'hélice tourne, elle "cache" le faisceau laser périodiquement.
- Pour améliorer la sensibilité, on branche la photodiode en série avec une alimentation stabilisée et une résistance importante.
- On acquiert avec Latis Pro et une carte Sysam la tension aux bornes de la résistance.



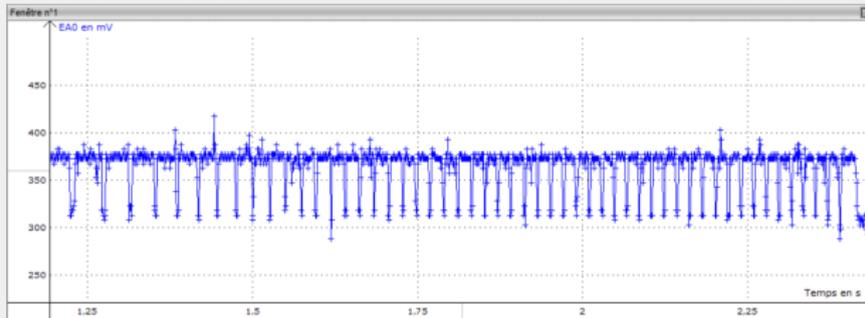


FIGURE – Exemple de courbe expérimentale obtenue, tension aux bornes de la résistance

- Le régime stationnaire est bien atteint.
- On détermine précisément la vitesse de rotation.

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

masse (en g)	vitesse de rotation ω (en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)	vitesse de chute V (en unités arbitraires)
1,60	125,4	10,5
2,64	145,3	11,9
3,64	162,6	13,3
4,68	179,0	14,9
9,37	241,7	19,8

On estime l'incertitude sur les valeurs de V et ω par :

$$\Delta V = 0.5 \text{ ua} \quad \text{et} \quad \Delta\omega = 1 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

ANALYSE DES RÉSULTATS

L'exploitation des mesures expérimentales avec LatisPro, QtiPlot et Pymecavideo permet d'obtenir les courbes suivantes :

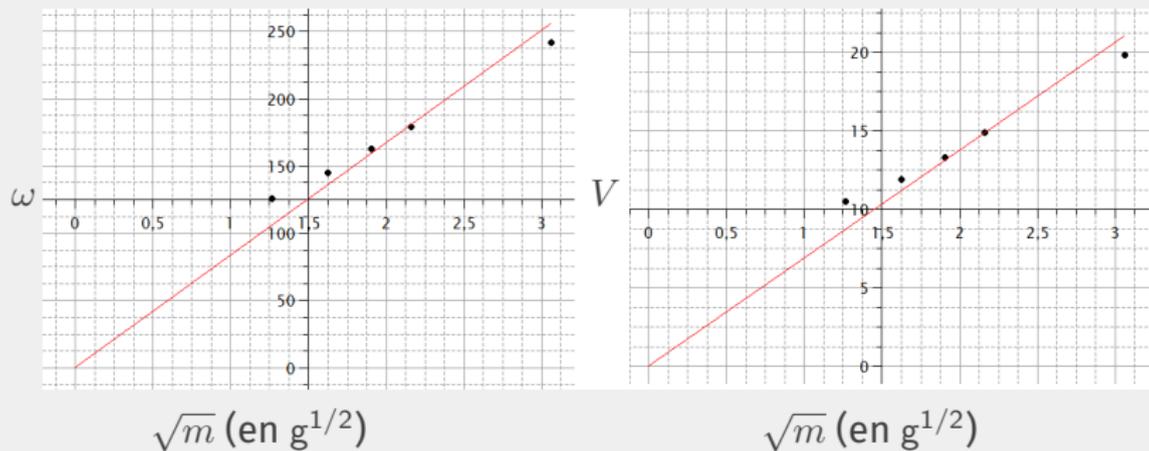


FIGURE – Résultats expérimentaux : à gauche, ω (en $rad \cdot s^{-1}$) en fonction de \sqrt{m} (en $g^{1/2}$); à droite, V (en unités arbitraires) en fonction de \sqrt{m}

COMMENTAIRES

- Cohérent avec le modèle théorique : relation linéaire entre ω (ou V) et \sqrt{m} .
- Vitesses de rotations importantes : l'hypothèse d'incidences faibles semble légitime
- Petite hélice et faibles efforts : l'élasticité des pâles est bien négligeable
- Limitation envisageable : frottements du fil sur l'hélice non pris en compte
- On ne peut pas avec le matériel disponible pousser plus loin l'analyse du modèle théorique.

La fabrication d'un autogire en modèle réduit de dimensions plus proches de l'autogire réel permettrait de prolonger l'étude :

La fabrication d'un autogire en modèle réduit de dimensions plus proches de l'autogire réel permettrait de prolonger l'étude :

- étude de l'influence de R sur ω et V

La fabrication d'un autogire en modèle réduit de dimensions plus proches de l'autogire réel permettrait de prolonger l'étude :

- étude de l'influence de R sur ω et V
- détermination de la polaire du profil des pâles et lien avec les constantes apparaissant dans le modèle : K_{z_0} , $K_{w_{Ri}}$...

La fabrication d'un autogire en modèle réduit de dimensions plus proches de l'autogire réel permettrait de prolonger l'étude :

- étude de l'influence de R sur ω et V
- détermination de la polaire du profil des pâles et lien avec les constantes apparaissant dans le modèle : $K_{z_0}, K_{w_{Ri}} \dots$
- étude de phénomènes aérodynamiques plus complexes...

Le modèle donne pour un autogire usuel :

$$V \simeq 7.7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \text{ et } \omega \simeq 32.5 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

