Filière MP - ENS de Paris-Saclay, Lyon, Rennes et Paris - Session 2021

Page de garde du rapport de TIPE

NOM : CHAHLAOUI	Prénoms : AHMED
Classe : MP*2	
Lycée : Lycée d'excellence de Benguérir	Numéro de candidat : 6527
Ville : Benguérir	

Concours auxquels vous êtes admissible, dans la banque MP inter-ENS (les indiquer par une croix) :

ENS Cachan	MP - Option MP	X	MP - Option MPI	
	Informatique			
ENS Lyon	MP - Option MP	X	MP - Option MPI	
	Informatique - Option M		Informatique - Option P	
ENS Rennes	MP - Option MP	X	MP - Option MPI	
	Informatique			
ENS Paris	MP - Option MP		MP - Option MPI	
	Informatique			

Matière dominante du TIPE (la sélectionner d'une croix inscrite dans la case correspondante) :

Informatique		Mathématiques		Physique	X

Titre du TIPE :
Distribution des feux disséminés d'un incendie de forêt

Nombre de pages (à indiquer dans les cases ci-dessous) :

Texte	8	Illustration	10	Bibliographie	1/2

Résumé ou descriptif succinct du TIPE (6 lignes, maximum) :
L'objectif de ce travail est de modéliser la distribution spatiale des feux disséminés par un incendie de forêt. Pour ce faire, on adopte un modèle stochastique dans lequel les propriétés des brandons lancés sont aléatoirement choisies au début, puis on étudie leurs mouvements et leurs températures afin de déterminer les positions probables d'ignition.

À Benguerir

Le 07/06/2021

Signature du (de la) candidat(e)

A. Chahlaoui

Signature du professeur responsable de la classe préparatoire dans la discipline

Cachet de l'établissement

Driss OUHADI
Directeur des études CPGE

La signature du professeur responsable et le tampon de l'établissement ne sont pas indispensables pour les candidats libres (hors CPGE).

Distribution des feux disséminés d'un incendie de forêt

CHAHLAOUI Ahmed

TIPE ENS

Table des matières

1 Introduction

Les feux disséminés sont les foyers d'incendie allumés lorsque des brandons ou des étincelles produits par un incendie sont transportés par le vent de surface au-delà des limites du foyer principal. Aussi peuvent-elles servir comme des foyers secondaires de l'incendie. Pourvu sa nature imprévisible, le phénomène de dissémination des feux rend plus difficile la gestion et le contrôle des incendies pour les pompiers car ces derniers ne peuvent pas prédire les positions d'atterrissage des brandons lancés.

La nature chaotique des incendies et le lancement des débris enflammés rend impossible le traitement de ce problème d'une manière déterministe, d'où l'adoption d'un modèle stochastique prenant en compte des différentes variables aléatoires qui régiront la distribution spatiale de ces brandons.

On se propose donc de modéliser et d'étudier la distribution des feux disséminés, tout en commençant par une distribution de lancement des brandons, puis de leur atterrissage et enfin de leur ignition.

Figure 1: Dissémination des feux

2 Définitions

2.1 Colonne de convection

La colonne de convection est une colonne ascendante des gaz et des débris. Elle possède une forte composante verticale qui indique que les forces de flottabilité l'emporte sur le profil du vent environnant.

Figure 2: Colonne de convection

2.2 Front de l'incendie

Le front de l'incendie est la partie de l'incendie de combustion continue. Il constitue le bord de l'incendie et le séparateur entre la zone brûlée et la zone intact.

Figure 3: Front de l'incendie

2.3 Brandon

Un brandon est un corps enflammé qui s'élève d'un incendie.

3 Modélisation du problème

3.1 Hypothèses du modèle

Dans ce modèle, on adoptera les hypothèses simplificatrices du problème ci-dessous:

- Le terrain de propagation est horizontal de composition équirépartie.
- Les interactions feu-atmosphère sont négligées.
- La rotation des colonnes de convection est négligée.
- La propagation de l'incendie est en régime quasi-stationnaire.

3.2 Étapes majeurs du modèle

Afin de déterminer la répartition des feux disséminés en avant du front de l'incendie, il faut préciser:

1. Distribution de lancement $\mathcal{L}(z, m, f, i)$
2. Distribution d'atterrissage $\mathcal{A}(x)$
3. Distribution d'ignition $\mathcal{I}(x)$

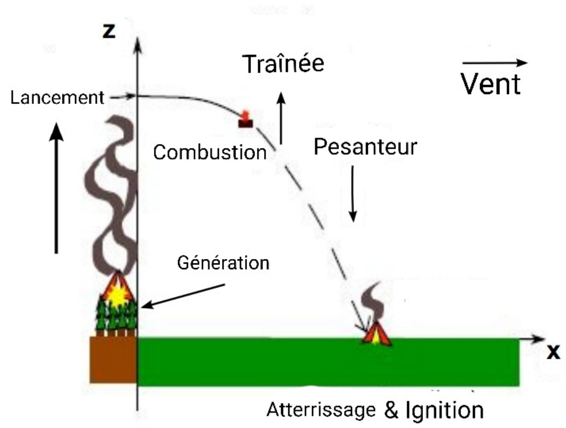

Figure 4: Modèle adopté

3.3 Distribution de lancement

3.3.1 Variables aléatoires

Lors de la dissémination des feux, les brandons catapultés possèdent des propriétés différentes. On se contentera d'étudier leur comportement en fonction de leur altitude maximale, leur masse initiale, leur forme géométrique et leur composition en fonction du milieu.

3.3.1.1 Masse initiale

Les brandons sont lancés avec des masses initiales dissemblables. Vu que la probabilité de lancement diminue avec l'augmentation de la masse, on se propose de la modéliser par un variable aléatoire M_0 qui subit une loi exponentielle, de fonction à densité: $\mu(m) = \alpha e^{-\alpha m}$. Avec $\alpha > 0$

Pour $m_1 \leq m_2$ dans $[0, \infty[$:

$$\mathbb{P}(m_1 \leq M_0 \leq m_2) = \int_{m_1}^{m_2} \mu(m) dm$$

Remarque: on parle de masse initiale, car le brandon sera ensuite consommé par les flammes suivant un taux de combustion.

3.3.1.2 Altitude initiale

Lors de la propagation des incendies de forêts en présence du vent, les colonnes de convections sont généralement inclinées d'un angle, dit angle de combustion, θ qui suit la loi:

$$tan(\theta) \propto \sqrt{\frac{I}{w^3}} \tag{1}$$

- I: intensité du feu (kW/m)
- w : vitesse du vent (m/s)

Pour des feux très intenses, l'intensité du feu est de l'ordre de 10^5 kW/m, alors que la vitesse moyenne du vent est de l'ordre 10 m/s, alors $tan(\theta) \gg 1$, et puis $\theta \approx \frac{\pi}{2}$

Dans notre modèle des feux intenses, on peut donc supposer que les brandons sont catapultés **verticalement** et atteignent leurs altitudes maximales au même abscisse que celui de la colonne de convection du front de l'incendie.

L'altitude atteinte peut, en moyenne, dépendre de la masse catapultée. Cependant, à cause du caractère chaotique des feux, et la proximité des masses lancées, on peut considérer que l'altitude est indépendante de la masse.
En outre, vu que la hauteur atteinte est plus probable d'être basse, on se propose de la modéliser, tout comme la masse initiale, par un variable aléatoire Z_0 qui subit une loi exponentielle, de fonction à densité: $\psi(z) = \lambda e^{-\lambda z}$. Avec $\lambda > 0$

Pour $z_1 \leq z_2$ dans $[0, \infty[$:

$$\mathbb{P}(z_1 \leq Z_0 \leq z_2) = \int_{z_1}^{z_2} \psi(z)dz$$

3.3.1.3 Forme géométrique

La plupart des brandons disséminés par les incendies de forêts sont des tiges, de forme cylindrique, ou des débris compacts, que l'on assimilera à des sphères.

On modélise la forme par une variable aléatoire F_0 qui suit la loi de Bernoulli.

$$F_0 = \begin{cases} 1 & \text{si le brandon est sphérique} \\ 0 & \text{si la brandon est cylindrique} \end{cases}$$

Remarque: La détermination de la probabilité $p = \mathbb{P}(F_0 = 1)$ peut faire l'étude d'un autre recherche en se basant sur le nombre d'arbres et leurs types dans le milieu de l'incendie.

L'étude de la forme géométrique est utile car la force de traînée agissante sur le brandon lors de sa chute dépend de la surface du débris ainsi d'un coefficient C_d, dit coefficient de traînée, qui, lui-même, dépend aussi de la forme.
Le coefficient de traînée est aussi un variable aléatoire, donné par:

$$C_d = 0.47F_0 + 0.82(1 - F_0)$$

3.3.1.4 Composition du brandon

L'hypothèse du modèle concernant une composition équirépartie, permet l'attribution d'un pourcentage massique constant dans l'espace à chaque substance **majeure** présente dans le milieu.

Si le milieu est composé de n substances majeurs ($n \geq 1$), avec des titres massiques $(x_i)_{1 \leq i \leq n}$, Alors on définit le variable aléatoire $\mathcal{C}$ à valeurs dans $\{1, \dots, n\}$
La probabilité que la particule soit formée de la matière i est:

$$\mathbb{P}(\mathcal{C} = i) = x_i$$

Elle est bien définie car $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$

La composition du brandon s'avère être utile car elle influence une multitude de ses propriétés, telles que la masse volumique ρ, la capacité thermique massique c, le taux de combustion f, ...

Si une grandeur A dépend du constituant, elle serait aussi une variable aléatoire de la loi suivante:

$$A = \sum_{i=1}^{n} a_i L_i(\mathcal{C})$$

- $(a_i)_{1 \leq i \leq n}$ grandeurs associés aux constituants
- $(L_i)_{1 \leq i \leq n}$ suite de polynômes de Lagrange associées à la famille $\{1, 2, ..., n\}$

3.3.2 Distribution de lancement

Chaque brandon est, donc, caractérisé par un quadruplet (m_0, z_0, f_0, i)
Vu que ces caractéristiques sont choisis aléatoirement et indépendemment l'une des autres, alors on peut considérer que les variables aléatoires M_0, Z_0, F_0 et $\mathcal{C}$ sont mutuellement indépendantes. On a donc:

$$\mathbb{P}(z_1 \leq Z_0 \leq z_2, m_1 \leq M_0 \leq m_2, F_0 = f_0, \mathcal{C} = i) = \int_{z_1}^{z_2} \int_{m_1}^{m_2} \mathcal{L}(z, m, f_0, i) dm\ dz$$

Avec $\mathcal{L}(z, m, f_0, i) = \mu(m)\psi(z)\mathbb{P}(\mathcal{C} = i)\mathbb{P}(F_0 = f_0)$

3.4 Distribution d'atterrissage

Après lancement des brandons et leurs chutes sous l'action de la pesanteur, ils atterrissent sur le sol. Puisque le sol de la forêt n'est par rigide, la collision entre le brandon et le sol est moue, d'où l'énergie cinétique du brandon est quasiment absorbée par le sol. On peut supposer donc que la position d'atterrissage est la position du repos.

3.4.1 Référentiel du mouvement

L'hypothèse de la négligence des effets rotatoires de la colonne de convection nous permet de réduire l'étude à un plan. En effet, en couplant l'effet rotatoire, quasiment toujours présent dans les incendies, avec la convection y est présente, le brandon, lancé depuis le sol, possède une trajectoire d'hélice. Il pourra être lancée partout autour de la colonne de convection. Toutefois, cette hypothèse limite la direction de la trajectoire du brandon et ainsi son sens, qui est celui du vent et de la propagation de l'incendie.

L'hypothèse du régime quasi-stationnaire de la propagation du feu permet de donner une vitesse quasiment constante $\overrightarrow{v_f}$ à la propagation de l'incendie. Cette hypothèse permet de définir un référentiel **galiléen** lié au front de l'incendie.

On s'intéresse au mouvement du brandon dans le référentiel du front de l'incendie car l'efficacité de la dissémination des feux est directement liée à la distance entre le point d'atterrissage du brandon et le front de l'incendie, ce qui permet de simplifier les calculs.

3.4.2 Bilan de forces sur un brandon lancé

Après lancement du brandon dans l'air, il est ensuite soumis à 2 forces:

- la pesanteur
- la force de traînée

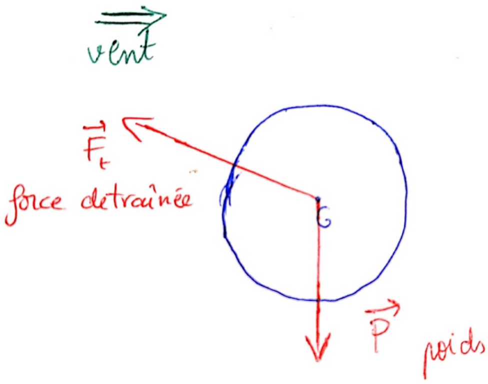

Figure 5: Bilan des forces agissantes sur le brandon

L'application du principe fondamental de la dynamique sur le brandon dans le référentiel lié au front de l'incendie fournit:

$$\frac{d\vec{p}(t)}{dt} = m(t)\vec{g} - \frac{1}{2}\rho C_d A(t) \mid\mid \vec{v}(t) - \vec{w}(z,t) + \vec{v_f} \mid\mid (\vec{v}(t) - \vec{w}(z,t) + \vec{v_f}) \tag{2}$$

- $m(t)$: la masse du brandon:
- $A(t)$: la surface du brandon
- ρ : la masse volumique du brandon ρ
- C_d : le coefficient de traînée
- $\vec{w}(z,t)$: la vitesse du vent par rapport au référentiel du sol

3.4.3 Influence des variables aléatoires sur la portée

L'altitude et la masse initiale ont des effets apparents sur la portée du brandon, mais aussi sa composition ainsi que sa forme géométrique.

Les 2 brandons ont la même altitude initiale, la même masse et la même composition. Ils ne diffèrent que par leurs formes. La figure 6 montre que la portée des débris cylindrique est plus importante que celle des débris sphériques. Ceci est dû au coefficient de traînée de la forme cylindrique 0.82 supérieur a celui de la forme sphérique 0.49 .

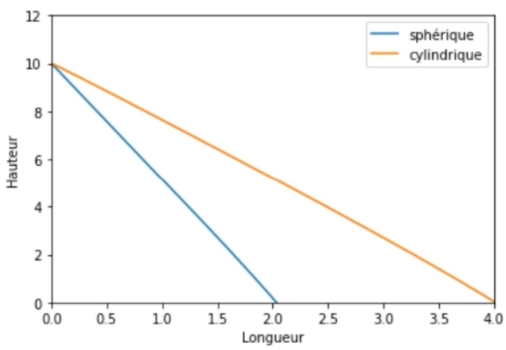

Figure 6: L'influence de la forme géométrique sur la portée

Les brandons ont la même altitude initiale, la même masse et la même forme sphérique. Ils ne diffèrent que par leur composition. La figure 7 montre que les débris de la moindre masse volumique sont plus aptes à s'éloigner du front de l'incendie.

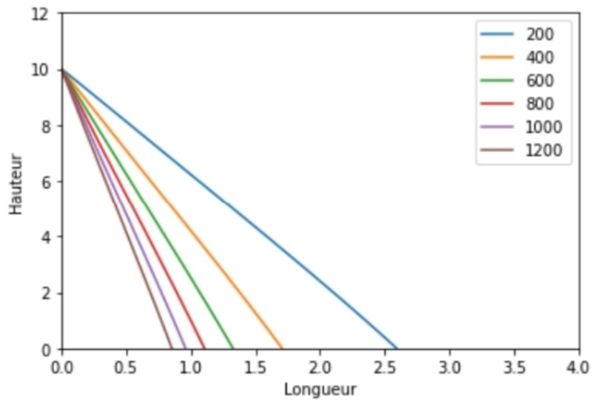

Figure 7: L'influence de la masse volumique sur la portée

Grâce aux lignes suivantes dans Python:

```
from random import expovariate
from random import randrange
```

On a pu simuler la trajectoire de 100 brandons régis par la probabilité de lancement.

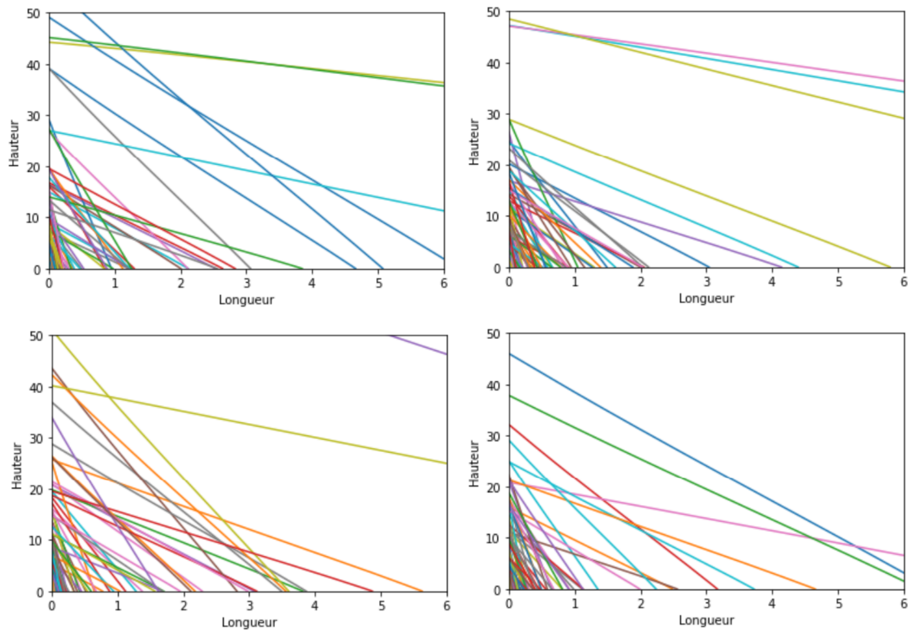

Figure 8: Simulation avec 100 particules, $\alpha = 1000,\ \lambda = 0.1,\ p = \frac{1}{2},\ les\ x_i = \frac{1}{6},$

La figure 8 représente 4 simulations des trajectoires possibles des brandons lancés verticalement sans aucune vitesse horizontale initiale. On remarque que la majorité des brandons catapultées se concentrent a la proximité droite du front de l'incendie, ce qui peut influencer sa propagation. Si l'on augmente le nombre de brandons, on aura une probabilité non négligeable des brandons qui vont atterrir loin du front de l'incendie.

3.4.4 Distribution d'atterrissage et résolution numérique

La non-linéarité de l'équation 2, et la variation des expressions qui y interviennent en espace et en temps rendent la résolution mathématique plus ardue. Pour surmonter ce problème, on fait recourt à une résolution numérique de cette équation. Afin de simuler la distribution d'atterrissage, on découpe la longitude en des petites tranches, puis, à l'aide de la résolution numérique, on détermine le nombre de brandons atterris dans chaque tranche.
Grâce à la ligne suivante dans Python:

```
from scipy.optimize import curve_fit
```

Et vu que, les brandons sont plus aptes à atterrir près de l'incendie que plus loin, on construit une courbe d'approximation des données qui s'écrit sous la forme $\mathcal{A}(x) = ax^c e^{-bx}$.
Le terme e^{-bx} traduit l'atténuation de probabilité d'atterrissage avec une longueur caractéristique $\frac{1}{b}$, alors que le terme x^c est un terme correctif qui réfère au décalage que peut subir les brandons dû a l'inclinaison, toutefois supposée faible, de la colonne de convection supposée verticale. Cette inclinaison octroie une vitesse initiale horizontale aux brandons qui aboutit a une figure similaire à 8 mais décalée à droite, laissant un vide entre le front de l'incendie est la portée minimale des brandons lancés. a est une constante de normalisation

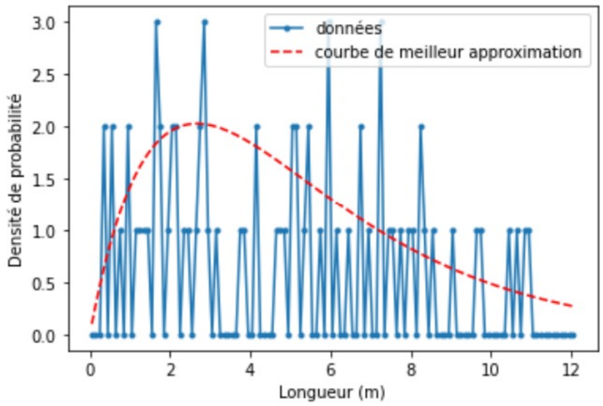

Figure 9: Distribution d'atterrissage

La simulation a fournit une courbe de meilleur approximation **non normalisée** : $\mathcal{A}(x) = 2.06\ x\ e^{-0.37x}$
Après normalisation : $\mathcal{A}(x) = 0.137\ x\ e^{-0.37x}$

3.5 Distribution d'ignition

La distribution d'atterrissage nous fournit d'une probabilité sur la portée des brandons catapultés. Cependant, à cause des propriétés différentes des brandons, ces masses peuvent comme ne peuvent pas allumer des nouveaux foyers d'incendie, d'où l'utilité de l'étude thermodynamique suivante.

3.5.1 Évolution temporelle de la masse

Suivant sa constitution, sa forme géométrique et sa masse initiale, un brandon diminue de masse lors de sa chute. Il peut même se consommer avant d'atterrir. Dans ce cas, il ne présente aucun danger.

3.5.1.1 Débris sphérique

Soit un débris sphérique de masse $m(t)$ initialement égale a m_0 , de rayon $r(t)$ et de masse volumique constante ρ.

On appelle le taux de combustion du débris sphérique :

$$f = -\frac{dr(t)}{dt}$$

À l'aide de la relation $m(t) = \frac{4}{3}\pi r(t)^3$, et de la définition ci-dessus, on obtient une évolution de la masse de la forme:

$$m(t) = (m_0^{\frac{1}{3}} - K_1 t)^3$$

Avec $K_1 = (\frac{4}{3}\pi\rho)^3 f$

3.5.1.2 Débris cylindrique

Soit un débris cylindrique de masse $m(t)$ initialement égale a m_0, de hauteur $h(t)$ initialement égale à h_0, de rayon $r(t)$ et de masse volumique constante ρ.
Les tiges lancées sont généralement fines, de hauteur d'ordre quelques dizaines du rayon. La hauteur se consomme, donc, plus vite que le rayon, on peut donc supposer que le rayon reste constant et égale , approximativement a $\frac{h_0}{10}$.
On appelle le taux de combustion du debris cylindrique:

$$f = -\frac{dh(t)}{dt}$$

En fusionnant les relations ci-dessus avec $m(t) = \rho\pi r^2 h(t)$, on obtient une évolution de la masse sous la forme:

$$m(t) = m_0 - K_2 t$$

Avec $K_2 = f m_0^{\frac{2}{3}} (\frac{\rho\pi}{100})^{\frac{1}{3}}$

3.5.2 Étude thermodynamique de la particule lancée lors de sa chute

Le brandon lancé change de température lors de sa chute car il échange de la chaleur avec l'air sous forme:

- Chaleur radiative
- Chaleur convective

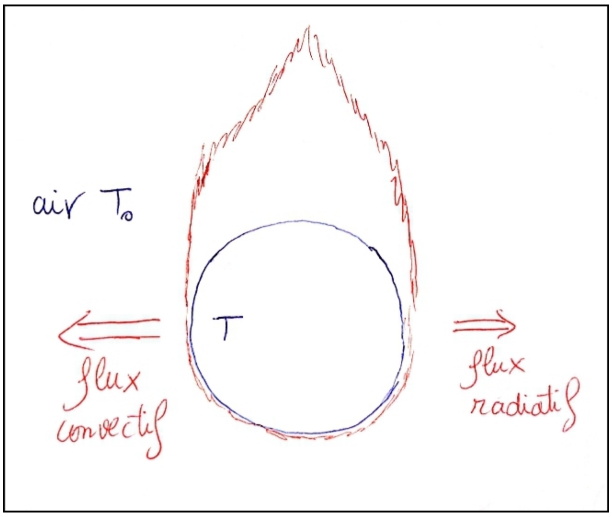

Figure 10: Bilan thermique sur le brandon

En appliquant le premier principe de la thermodynamique, la loi de Steffan, et la loi de Newton:

$$m(t)C_p\frac{dT}{dt} = -A(t)(\underbrace{\sigma\epsilon(T^4 - T_0^4)}_{radiatif} + \underbrace{h(T - T_0)}_{convectif}) \tag{3}$$

- C_p: capacité calorifique massique
- σ : constante de Stefan-Boltzmann ($5.67.10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$)
- ϵ: émissivité (entre 0 et 1)
- h: coefficient de transfert thermique (dépend du fluide, de sa vitesse, et du matériau constituant le brandon)
- T_0: Température ambiante

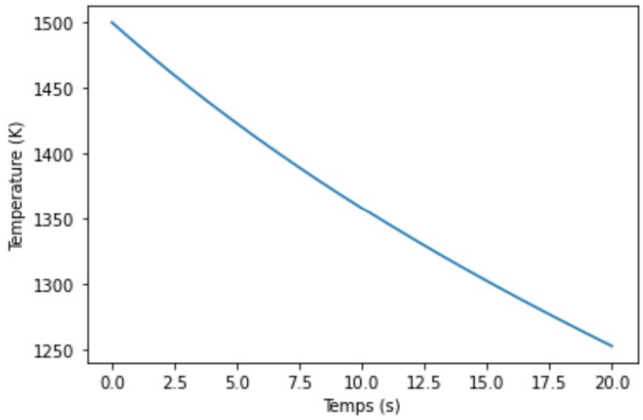

Figure 11: Évolution de la température de la particule lancée, $\epsilon = 0.9$, $h = 5W/(m^2K)$, $T_0 = 300K$, $T_{initiale} = 1500K$, $C_p = 500J/(kgK)$

3.5.3 Étude thermodynamique de la particule lancée lors du contact avec le sol

On a supposée dès le début que la particule ne rebond pas lorsqu'elle atterrit, ceci est dû à ......
On étudie donc l'échange thermique du brandon avec une tranche du sol sur laquelle il atterrit d'une épaisseur caractéristique.

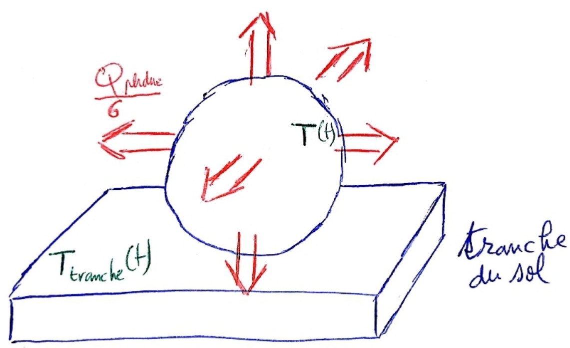

Figure 12: Bilan thermique sur le brandon atterrit et la tranche du sol

Par isotropie de la chaleur échangée, $\frac{5}{6}$ de la chaleur perdue du brandon est émise à l'air environnant, alors qu'un sixième est absorbée par le sol.
D'après le premier principe de la thermodynamique, l'enthalpie de la tranche s'écrit:

$$dH_{tranche} = m_{tranche} c_{sol} dT_{tranche} = \frac{1}{6}\delta Q_{perdue} = -\frac{1}{5}m(t)C_p dT = -\frac{1}{5}dH_{brandon}$$

On obtient donc:

$$m_{tranche} c_{sol} \frac{dT_{tranche}}{dt} = -\frac{1}{5}m(t)C_p \frac{dT}{dt} \tag{4}$$

Puisque le sol est initialement à température ambiante, et le brandon à température supérieure, la température du premier augmente. Vu que le matériel qui compose le sol (souvent l'herbe), possède une température d'ignition T_{ig}, on dit qu'une ignition se produit s'il existe une date courte t_1 supérieur au temps d'atterrissage t_{att} pour laquelle $T_{tranche}(t_1) \geq T_{ig}$.

Si l'on note x_{att} l'abscisse d'atterrissage dans le référentiel du front de l'incendie, alors il y a création **importante** d'un foyer secondaire si $t_1 \ll \frac{x_{att}}{v_f}$, car il y aura une ignition du sol avant que l'incendie arrive à ce point.

Aussi faut-il noter qu'il faut avoir $t_1 < t_{brul}$, où t_{brul} est le temps de la consommation complète de la masse, dont on peut donner une expression explicite à l'aide des formules des masses élaborés précédemment en connaissant la forme des brandons et leurs masses initiales. En effet, s'il y a consommation complète de la masse atterrie avant l'atteinte de la température d'ignition du sol, il n y aura pas une création d'un foyer secondaire.

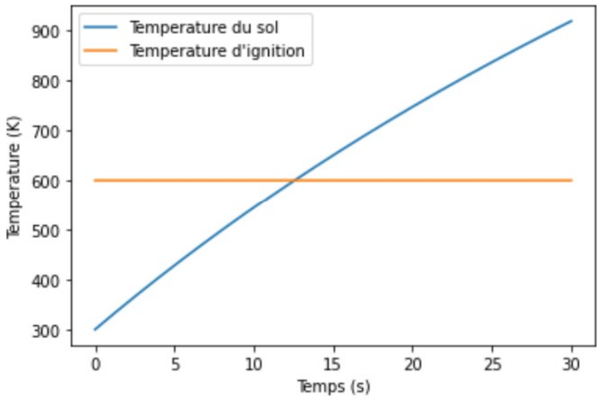

Figure 13: Ignition du sol, $T_{ig} = 600K, \epsilon = 0.9$, $h = 5W/(m^2K)$, $T_0 = 300K$, $C_p = 500J/(kgK), c_{sol} = 0.001J/(kgK), m_{tranche} = 1kg$

La figure 13 montre que la température du sol (composé d'herbe) augmente jusqu'à atteindre la température d'ignition nécessaire d'allumer un feu, d'où un foyer d'incendie secondaire.

3.5.4 Distribution d'ignition et résolution numérique

Par non-linéarité des équations thermodynamiques 3 et 4, et la variation temporelle des expressions qui y interviennent, la détermination explicite de la température est ardue. Pour surmonter cet obstacle, on fait recourt à la résolution numérique.
En adoptant le même procédé que la distribution d'atterrissage, on trace les courbes des données de la même simulation de la figure 9.

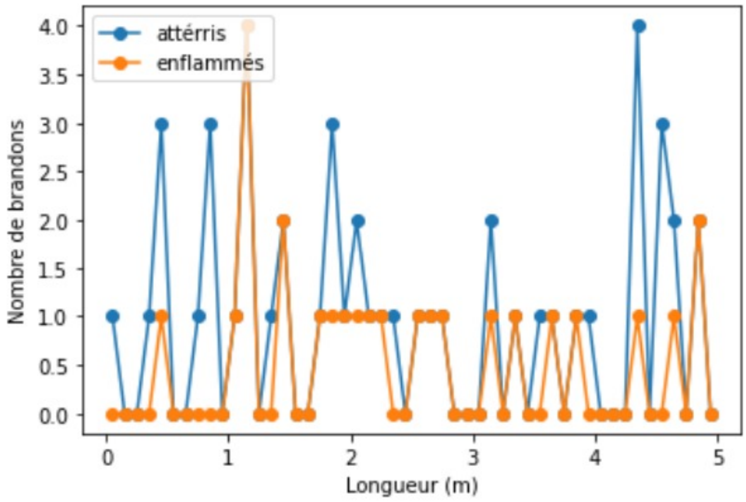

Figure 14: Atterrissage et Ignition

La figure 14 montre que parmi les brandons qui atterrissent, seulement quelques uns sont capables d'allumer un feu.

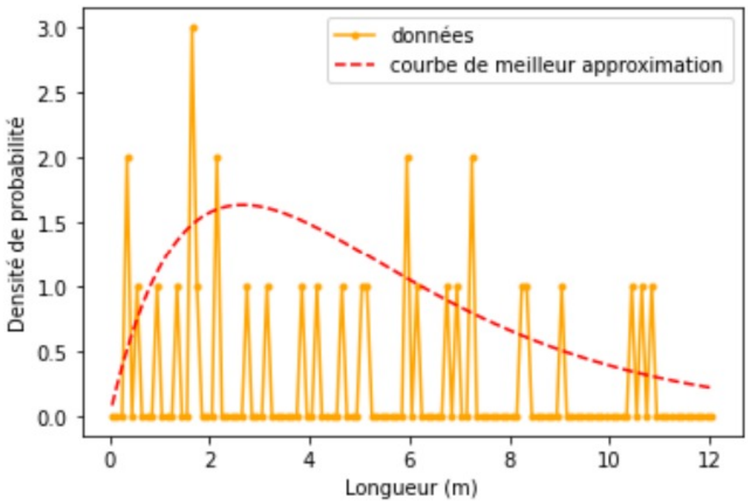

Figure 15: Distribution d'ignition

La simulation a fournit une courbe de meilleur approximation **non normalisée** : $\mathcal{I}(x) = 1.68\ x\ e^{-0.37x}$
Après normalisation : $\mathcal{I}(x) = 0.137\ x\ e^{-0.37x}$

On remarque qu'après normalisation $\mathcal{I}(x) = \mathcal{A}(x)$.
En effet, dans les positions où plusieurs brandons atterrissent , il y est plus probable d'allumer un feu. Les 2 fonctions $\mathcal{A}(x)$ et $\mathcal{I}(x)$ doivent être, donc, proches l'une de l'autre, mais pas nécessairement égales.

4 Expérience

On se propose d'évaluer le modèle théorique par une étude expérimentale

4.1 Montage expérimental

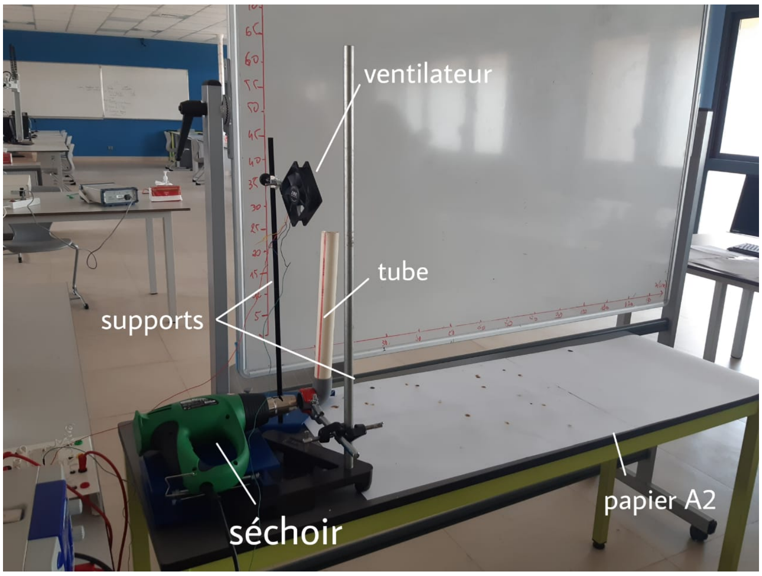

Figure 16: Montage expérimental

Le montage expérimental sert a modéliser simplement une colonne de convection dans un profil de vent.

Le séchoir et le tube jouent le rôle de la colonne de convection qui catapulte verticalement les particules allumées; le ventilateur, à son tour, joue le rôle du vent qui pousse les particules à droite. Le papier A2 sert donc à évaluer les positions d'atterrissage et d'ignition.

- La longueur du tube: 30 cm
- La vitesse du vent produit par le séchoir: 2 m/s
- La vitesse du vent produit par le ventilateur : 10 m/s

4.2 Déroulement de l'expérience

Des brandons sphériques de papier sont allumés et mises dans le tube. Le séchoir, ensuite, les catapulte verticalement jusqu'à ce qu'ils sortent du tube. Le ventilateur les octroie une vitesse horizontale. Lorsqu'ils atterrissent, on les laisses sur le papier A2 pour 10 secondes puis on les enlèves. Les tâches qu'ils laissent sont classées selon leurs degrés de sombritude.

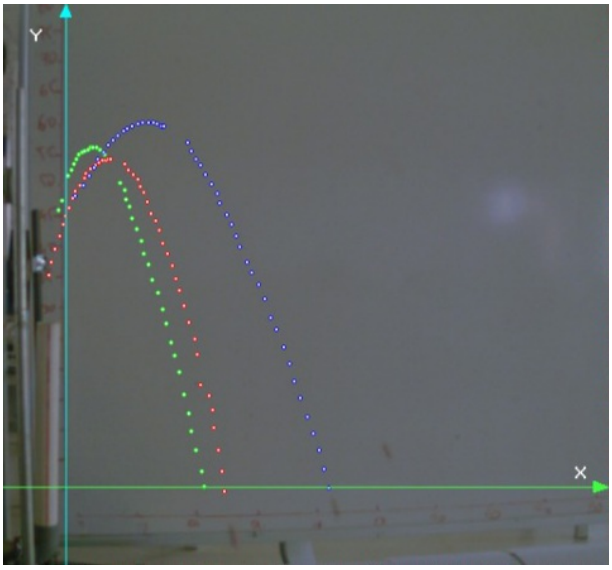

Figure 17: Trajectoires des brandons prises à l'aide d'une caméra rapide

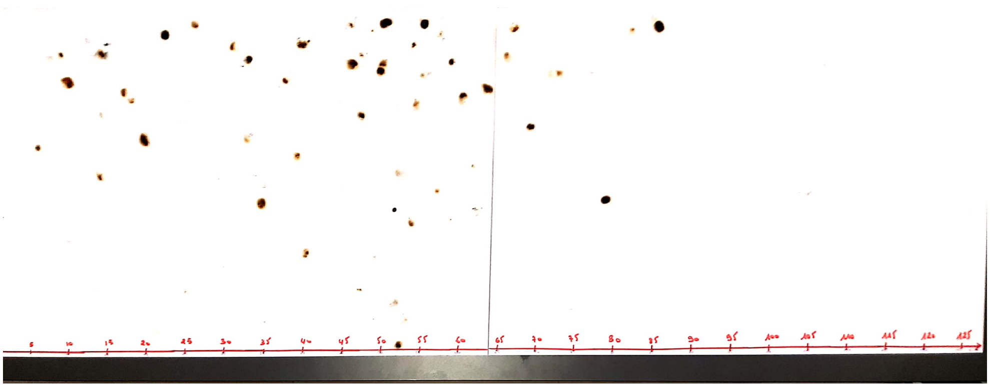

Figure 18: dissémination des brandons

La figure montre qu'il existe des tâches plus sombre que des autres. C'est dans ces tâches plus sombres qu'il y a ignition. La figure 19 montre le nombre des brandons atterris et igniteux comptés selon la position d'atterrissage dans la figure 18.

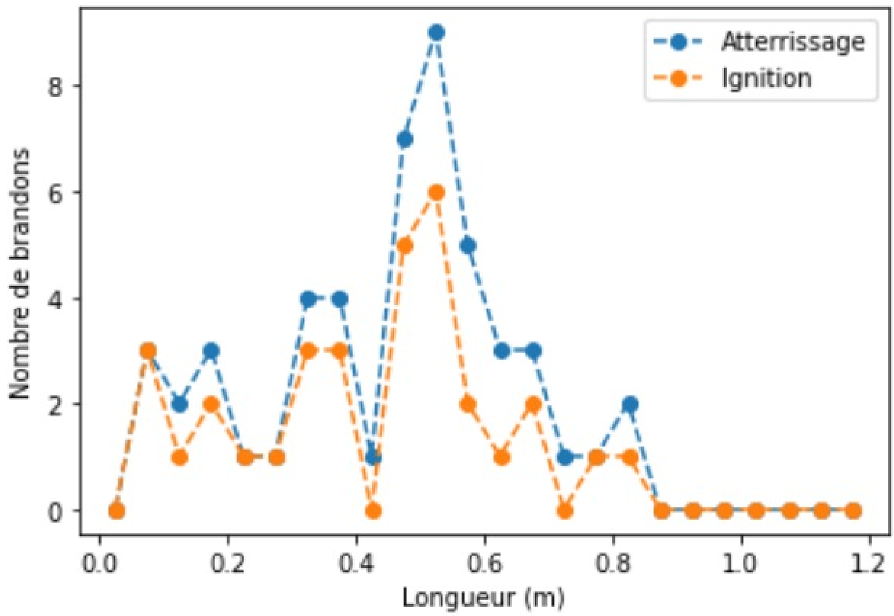

Figure 19: Résultats expérimentaux

4.3 Simulation

Le profile du vent est: $w(z) = 12$ si $\mid z - 0.35 \mid \leq 0.05$ et 0 sinon.

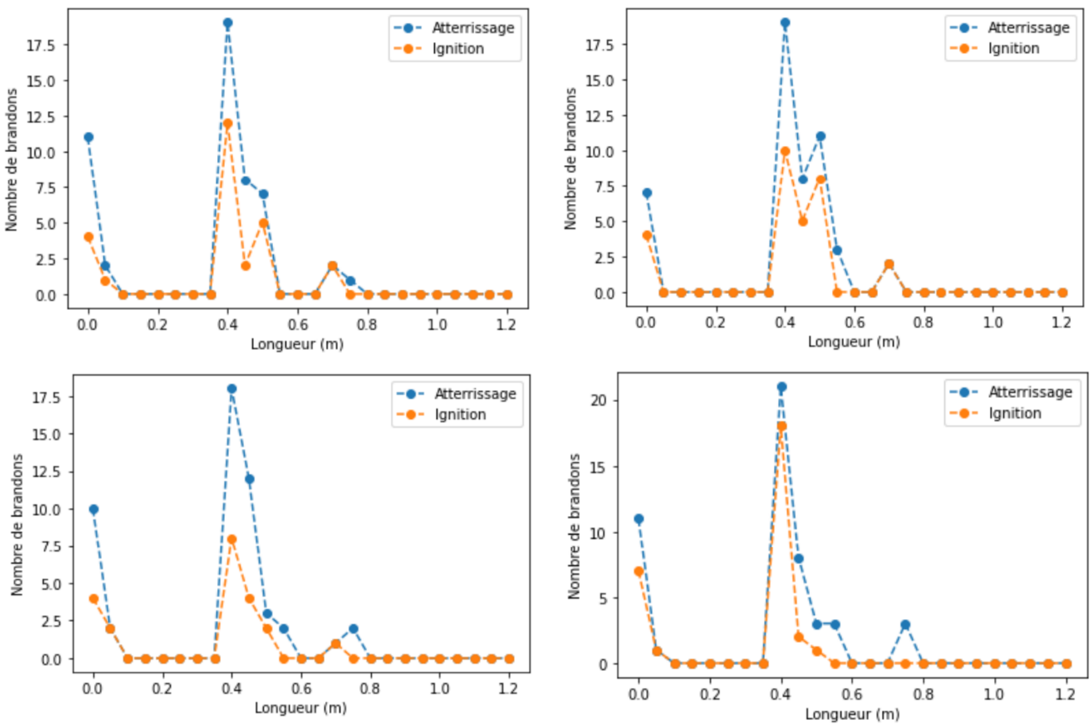

Figure 20: Simulation avec 50 brandons

4.4 Comparaison de la simulation et de l'expérience

L'expérience montre que les brandons sont plus concentrés dans l'intervalle $[0.4, 0.6]$ mais s'étendent de 0m à 1m.

Les simulations montrent aussi qu'il y a une concentrations des brandons dans l'intervalle $[0.4, 0.6]$, mais aussi a la proximité de 0, ce qui n'est pas validé par l'expérience.

Le modèle donc a pu prédire, au moins, une valeur moyenne de l'abscisse de concentration des brandons, ainsi qu'une valeur maximale de la portée ($0.8m$).

4.5 Amélioration de l'expérience

Afin d'améliorer les résultats de l'expérience, on peut additionner l'un des éléments suivants:

- Un séchoir fournissant une vitesse plus grande
- un tube de dimension supérieur pour contenir un grand nombre de brandons, mais nécessitant une force élévatrice plus grande
- Un empilement de ventilateurs pour un profil de vent continu
- Une multitude de débris, de composition diverse et de formes différentes, y compris ceux qui brûlent rapidement

5 Amélioration du modèle

Les hypothèses prises pour cette étude sont idéales. Afin de refléter la réalité des incendies, il faut tenir compte d'autres caractéristiques des incendies:

- La rotation des colonnes de convection. En effet La rotation augmente la vitesse du lancement des brandons, ce qui augmente leurs portées, et ainsi leur dangers.
- L'augmentation de la vitesse de propagation. En effet, il faut tenir compte de l'influence des brandons qui atterrissent près du front d'onde sur la vitesse de ce dernier.
- La topographie du terrain. En effet, la vitesse de la propagation des incendies augmente sur une colline ascendante.
- Les effets feu-atmosphère. En effet le vent régissant la zone de l'incendie à la fois influence l'intensité de l'incendie, puisqu'elle la fournit par l'oxygène, et à la fois affectée par la force de flottabilité de la colonne de convection. D'où la nécessité d'un profil de vent variant en fonction de cette interaction chaotique.

6 Annexe

Simulation avec 100 particules

```
from scipy.integrate import odeint
from pylab import *
from random import *
#constantes
g = 9.8   #acceleration de la pesanteur
f = 0.0001 #taux de combustion
p = 1.225 #masse volumique de l'air
T0 = 300 #Temperature ambiante
Cp = 1400 #capacite thermique massique du papier
s = 5.67*10**(-8) #constante de steffan boltzmann
e = 0.9 #[U+FFFD]missivit[U+FFFD]
h = 5 #coefficient de transfert thermique
T0=300 #Temperature ambiante
Tig = 600 #Temperature d'ignition du gazon
v_f = 1 #vitesse de propagation de l'incendie
L=[200, 600, 1000, 1300, 1800, 2200] #masses volumiques
Cp = [10,100,200,500,1000,2000] #capacites thermiques massiques
M = [[0.1*i+0.05,0,0] for i in range(1000)]
PP1, PP2 = [], []
mtot=0
for l in range(100):
    #masse initiale
    m0 = expovariate(1000)
    #altitude initiale
    z0 = expovariate(0.1)
    #Composition
    C0 = randrange(6)
    r = L[C0]
    Cp = L[C0]
    #Forme
    F0 = randrange(0,2)
    #profile du vent quadratique
    wyref=0
    yref=10
    wxref=12
    k=0.28 #puissance empirique
    def wind(y):
        return wxref*((y/yref)**k)
    #position initiale
    p0=[0,z0]
    x = [p0[0]]
    y = [p0[1]]
    # vitesse initiale
    v0 = [2,0]
    vx=[v0[0]]
    vy=[v0[1]]
    w=[wind(p0[1]),wyref]
```

```
#masse du brandon
K1 = f*(4*pi*r)**(1/3)*(3**(-1/3))
K2 = f*m0**(2/3)*(r*pi/100)**(1/3)
def m(t):
    return (m0-K2*t)*(1-F0)+(m0**(1/3)-K1*t)**(1/3)*F0
#derivee de la masse
def dm(t):
    return -K2*(1-F0)-K1*F0*3*(m0**(1/3)-K1*t)**2
#surface du brandon
A0 = (pi/5*((100*m0)/(pi*r))**(2/3))*(1-F0)+4*pi*(((3*m0)/(4*pi*r))**(2/3))*(
def A(t):
    return A0*(m(t)/m0)*(1-F0)+F0*A0*(m(t)/m0)**(2/3)
#coefficient de trainee
Cd = 0.49*F0+0.82*(1-F0)
#Resolution de l'equation differentielle du mouvement
def fx(x,y,t):
    return 1/m(t)*(-dm(t)*x-(0.5*p*Cd*A(t)*((x-w[0]+v_f)**2+(y-w[1])**2)**0.5
def fy(x,y,t):
    return 1/m(t)*(-dm(t)*y-m(t)*g-(0.5*p*Cd*A(t)*((x-w[0]+v_f)**2+(y-w[1])**
for i in range(0,1000):
    t=linspace(0.1*i,0.1*(i+1),100)
    vxi=vx[len(vx)-1]
    vyi=vy[len(vy)-1]
    for j in range(1,len(t)):
        if m(t[j]) <= 0.00001 :
            break
        a=(t[j]-t[j-1])*(fx(vxi,vyi,t[j]))+vxi
        b=(t[j]-t[j-1])*(fy(vxi,vyi,t[j]))+vyi
        vx.append(a)
        vy.append(b)
        c=x[len(x)-1]+a*(t[j]-t[j-1])+0.5*fx(vxi,vyi,t[j])*((t[j]-t[j-1])**2)
        d=y[len(y)-1]+b*(t[j]-t[j-1])+0.5*fy(vxi,vyi,t[j])*((t[j]-t[j-1])**2)
        if d<0:
            tt=t[j]
            break
        x.append(c)
        y.append(d)
        vxi=a
        vyi=b
    if m(t[j]) <= 0.00001 :
        break
    if d<0:
        tatt=t[j]
        break
    w[0]=wind(y[len(y)-1])
Bb= [tatt,x[-1]] #temps et position d'atterrissage
#Resolution des equations differentielles thermodynamiques
def model(T,t):
    dTdt = -(A(t)/(m(t)*Cp))*(s*e*(T**4-T0**4)+h*(T-T0))
    return dTdt
```

```
    t = linspace(0,20,20000)
    Ti=1500 #Temperature initiale du debris (de l'incendie aussi)
    H =odeint(model,Ti,t) #Temperature du debris lancee
    msol=1
    csol = 0.00016 #capacite thermique massique du gazon
    def Tdebris(t):
        n= int(t/0.002)
        return H[n][0]

    Tdebrislist=[Tdebris(l) for l in t[:9001]]

    def model2(Ts,t):
        dTsdt= A(t+tatt)/(msol*csol*5)*(s*e*(Tdebris(t+tatt)**4-T0**4)+h*(Tdebris
        return dTsdt

    H2= odeint(model2, T0, t) #Temperature de la tranche du sol
    print(Bb)
    plot(x,y)
    PP1.append(x)
    PP2.append(y)
    b = int(x[-1]/.1)
    mtot += m(tatt)
    if b>= 0 and b<1000 :
        M[b][1] += 1
        if H2[-1][0] > Tig :
            M[b][2] +=1
    print(H2[-1][0])

#Plotting
plot(x,y)
axis([0,6,0,50])
grid(False)
xlabel('Longueur')
ylabel('Hauteur')
print(M)
show()
Mu = [M[i][0] for i in range(100)] #positions d'atterrissage
Su = [M[i][1] for i in range(100)] #nombre de brandons atterris
Tu = [M[i][2] for i in range(100)] #nombre de brandons enflammes
plot(Mu,Tu,linestyle = '-', marker = 'o')
xlabel('Longueur (m)')
ylabel('Nombre de brandons')
legend(['att[U+FFFD]rris','enflamm[U+FFFD]s'],loc='upper left')
show()
```

Simulation des résultats expérimentaux

```
from scipy.integrate import odeint
from pylab import *
from random import *
#constantes
g = 9.8   #acceleration de la pesanteur
f = 0.0001 #taux de combustion
p = 1.225 #masse volumique de l'air
T0 = 300 #Temperature ambiante
Cp = 1400 #capacite thermique massique du papier
s = 5.67*10**(-8) #constante de steffan boltzmann
e = 0.9 #[U+FFFD]missivit[U+FFFD]
h = 5 #coefficient de transfert thermique
r = 1200 #masse volumique du papier

M = [[i,0,0] for i in range(25)] #data
for l in range(50):
    #masse initiale
    MM=[.00005,0.0001,0.00015,0.0002,0.00025,0.0003,0.00035]
    mrand= randrange(6)
    m0=MM[mrand]
    #altitude initiale
    z0 = 0.3+expovariate(11.5)
    #Forme
    F0 = 1
    #profile du vent
    def wind(y):
        if abs(y-0.35)<= 0.1 :
            return wxref
        return 0
    #position initiale
    p0=[0,z0]
    x = [p0[0]]
    y = [p0[1]]
    # vitesse initiale
    v0 = [0,2]
    vx=[v0[0]]
    vy=[v0[1]]
    w=[wind(p0[1]),wyref]
```

```
    #masse du brandon
    K1 = f*(4*pi*r)**(1/3)*(3**(-1/3))
    K2 = f*m0**(2/3)*(r*pi/100)**(1/3)
    def m(t):
        return (m0-K2*t)*(1-F0)+(m0**(1/3)-K1*t)**(1/3)*F0
    def dm(t):
        return -K2*(1-F0)-K1*F0*3*(m0**(1/3)-K1*t)**2
    A0 = (pi/5*((100*m0)/(pi*r))**(2/3))*(1-F0)+4*pi*(((3*m0)/(4*pi*
    #surface du brandon
    def A(t):
        return A0*(m(t)/m0)*(1-F0)+F0*A0*(m(t)/m0)**(2/3)
    #coefficient de trainee
    Cd = 0.49*F0+0.82*(1-F0)
    #Resolution de l'equation differentielle du mouvement
    def fx(x,y,t):
        return 1/m(t)*(-dm(t)*x-(0.5*p*Cd*A(t)*((x-w[0]+v_f)**2+(y-w
    def fy(x,y,t):
        return 1/m(t)*(-dm(t)*y-m(t)*g-(0.5*p*Cd*A(t)*((x-w[0]+v_f)*
    for i in range(0,1000):
        t=linspace(0.1*i,0.1*(i+1),100)
        vxi=vx[len(vx)-1]
        vyi=vy[len(vy)-1]
        for j in range(1,len(t)):
            if m(t[j]) <= 0.00001 :
                break
            a=(t[j]-t[j-1])*(fx(vxi,vyi,t[j]))+vxi
            b=(t[j]-t[j-1])*(fy(vxi,vyi,t[j]))+vyi
            vx.append(a)
            vy.append(b)
            c=x[len(x)-1]+a*(t[j]-t[j-1])+0.5*fx(vxi,vyi,t[j])*((t[j
            d=y[len(y)-1]+b*(t[j]-t[j-1])+0.5*fy(vxi,vyi,t[j])*((t[j
            if d<0:
                tt=t[j]
                break
            x.append(c)
            y.append(d)
            vxi=a
            vyi=b
        if m(t[j]) <= 0.00001 :
```

```
            break
        if d<0:
            tatt=t[j]
            break
        w[0]=wind(y[len(y)-1])
    Bb= [tatt,x[-1]] #temps et abscisse d'atterrissage
    #Resolution des equation differentielles thermodynamiques
    def model(T,t):
        dTdt = -(A(t)/(m(t)*Cp))*(s*e*(T**4-T0**4)+h*(T-T0))
        return dTdt
    t = linspace(0,20,20000)
    Ti=1500 #Temperature du brandon initiale
    #Temperature du brandon
    H =odeint(model,Ti,t)

    msol=1
    csol = 1400 #sol du papier
    def Tdebris(t):
        n= int(t/0.002)
        return H[n][0]
    Tdebrislist=[Tdebris(l) for l in t[:9001]]

    def model2(Ts,t):
        dTsdt= A(t+tatt)/(msol*csol*5)*(s*e*(Tdebris(t+tatt)**4-T0**
        return dTsdt
    #Temperature du sol
    H2= odeint(model2, T0, t)

    print(Bb)
    plot(x,y)
    b = int(x[-1]/.05)
    mtot += m(tatt)
    if b>= 0 and b<1000 :
        M[b][1] += 1
        if H2[-1][0] > 600 :
            M[b][2] +=1
    print(H2[-1][0])

#Plotting
```

```
axis([0,1,0,1])
xlabel('Longueur')
ylabel('Hauteur')
print(M)
show()
Mu = [M[i][0]*0.05 for i in range(len(M))] #positions d'atterrissage
Su = [M[i][1] for i in range(len(M))]      #nombre de brandons atter
Tu = [M[i][2] for i in range(len(M))]      #nombre de brandons enfla
plot(Mu,Su,linestyle = '--', marker = 'o')
plot(Mu,Tu,linestyle = '--', marker = 'o')
xlabel('Longueur (m)')
ylabel('Nombre de brandons')
legend(['Atterrissage','Ignition'],loc='upper right')
show()
```

Curve Fitting

```
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit
from matplotlib import pyplot
#meilleur approximation de la forme
def objective(t, a, b, c):
    return a*t**int(abs(c)) * np.exp(-b * t)

# les donnees
y0 = [[0.05, 0, 0], [0.15000000000000002, 0, 0], [0.25, 0, 0], [0.35
y=[y0[i][1] for i in range(len(y0))]
x= [0.1*i+0.05 for i in range(len(y))]

# curve fit
popt, _ = curve_fit(objective, x, y, maxfev=5000)
# summarize the parameter values
a, b, c = popt
print(popt)
# plot input vs output
pyplot.plot(x,y,linestyle='-',color='b',marker='.',label='donn[U+FFF
x_line = np.arange(min(x), max(x), 1)
y_line = objective(x_line, a, b, c)
# create a line plot for the mapping function
G = [objective(t,a,b,c)    for t in x ]
pyplot.plot(x,G,linestyle='--',color='red',label='courbe de meilleur
pyplot.xlabel('Longueur (m)')
pyplot.ylabel('Densit[U+FFFD] de probabilit[U+FFFD]')
pyplot.legend()
pyplot.show()
```

References

[1] Jonathan Martin, Thomas Hillen: The spotting Distribution of Wildfires

[2] Frank A. Albini: Spot fire distance from burning trees.

[3] Richard C. Rothermel: A mathematical model for predicting fire spread in wildland fuels