

Transformée de Radon : Application à l'imagerie des structures internes

Nous pouvons reconstituer la structure tridimensionnelle d'un objet à partir de ses projections bidimensionnelles. Dans ce contexte, j'aborderai la transformée de Radon, qui bénéficie d'une excellente réputation en imagerie médicale et dans les contrôles non destructifs.

Mon sujet s'inscrit dans le cadre du thème de l'année dans la mesure où la transformée de Radon réalise une conversion d'information d'une représentation à une autre. Son essence réside dans la transformation des données spatiales en données de projection.

Positionnement thématique (ÉTAPE 1) :

- *MATHEMATIQUES (Mathématiques Appliquées)*
- *INFORMATIQUE (Informatique pratique)*

Mots-clés (ÉTAPE 1) :

Mots-clés (en français) Mots-clés (en anglais)

<i>Transformée de Radon</i>	<i>Radon Transform</i>
<i>Tomographie</i>	<i>Tomography</i>
<i>Reconstruction d'image</i>	<i>Image reconstruction</i>
<i>Transformée de Fourier</i>	<i>Fourier transform</i>
<i>Scanner médical</i>	<i>Medical scanner</i>

Bibliographie commentée

L'imagerie médicale moderne vise à visualiser et quantifier les structures anatomiques ou fonctionnelles du corps humain de manière non invasive. Pour cela, elle s'appuie sur des technologies de pointe en acquisition de signaux et en traitement informatique. Ces avancées ont permis de transformer une imagerie qualitative en une analyse quantitative, essentielle pour le diagnostic et la recherche [1].

Parmi les techniques révolutionnaires, la Tomographie par Émission de Positons (TEP) occupe une place centrale. Son développement repose sur des algorithmes de reconstruction

sophistiqués, hérités des travaux mathématiques de J. Radon au XX^e siècle [3]. Dans les années 1980, les principes fondamentaux de l'imagerie tomographique ont été formalisés par Slaney et Kak, posant les bases des systèmes actuels [4]. Ces méthodes combinent l'acquisition de projections radiométriques et leur traitement par corrélation mathématique pour reconstruire des coupes 2D ou 3D [2].

L'optimisation des algorithmes de reconstruction, notamment pour la TEP, a connu un essor grâce aux travaux d'Alessio et Kinahan. Leur approche intègre des corrections de résolution temporelle et spatiale, améliorant la précision diagnostique [5]. Parallèlement, les méthodes de traitement du signal, comme la Transformée de Fourier Rapide (FFT), ont été adaptées pour accélérer les calculs, rendant possible l'analyse en temps réel [1].

Aujourd'hui, des techniques hybrides associent imagerie optique et modèles numériques pour corriger les artefacts ou extrapoler des données manquantes. Par exemple, les travaux de Zeng sur la reconstruction itérative exploitent des modèles physiques pour minimiser les erreurs liées au bruit ou aux limites des capteurs [2]. Ces innovations, couplées à l'intelligence artificielle, ouvrent la voie à une imagerie personnalisée et prédictive.

Problématique retenue

Comment la transformée de Radon permet-elle de reconstruire une image en trois dimensions à partir de projections bidimensionnelles, et quelle est la contribution de cette technique dans l'imagerie médicale?

Objectifs du TIPE du candidat

- Étudier le processus de reconstruction d'image en tomographie
- Étude mathématique de la transformée de Radon et de son inverse
- Analyse du théorème de la tranche centrale
- Exploitation des méthodes de rétroprojection filtrée
- Implémentation de la transformée de Radon en Python
- Simulation de reconstruction d'images à partir de projections

Références bibliographiques (ÉTAPE 1)

[1] J.L. PRINCE AND J.M. LINKS : Medical imaging signals and systems : *Pearson Prentice Hall*, 2006

- [2] G. ZENG : Medical image reconstruction: A conceptual Tutorial : *Springer*, 2010
- [3] R. BRINKS AND T.M. BUZUG : Image reconstruction in positron emission tomography (pet): the 90th anniversary of radon's solution : *Biomedizinische Technik*, 52(6):361–364, 2007
- [4] M. SLANEY AND A. KAK : Principles of computerized tomographic imaging : *SIAM*, Philadelphia, 1988
- [5] A. ALESSIO AND P. KINAHAN : Pet image reconstruction : *Nuclear Medicine*, 1, 2006

DOT

- [1] : [Juillet-Août 2024] : Recherche approfondie sur les principes de la tomographie, notamment la transformée de Radon, le théorème de la tranche centrale et les algorithmes de rétroprojection. L'objectif était de poser les bases mathématiques nécessaires à la reconstruction d'un volume 3D à partir de ses projections 2D.
- [2] : [Septembre-Octobre 2024] : Mise au point du système expérimental : un moteur pas-à-pas contrôlé par une carte Arduino assure la rotation de l'objet. Une source de lumière fixe projette son ombre, capturée en continu par un smartphone pour obtenir des projections sous tous les angles.
- [3] : [Novembre 2024] : Réalisation de la phase expérimentale consistant à enregistrer une séquence vidéo complète de l'ombre de l'objet durant sa rotation sur 180°. Cette vidéo constitue la base de données brutes contenant l'ensemble des projections nécessaires à la reconstruction.
- [4] : [Décembre 2024 - Janvier 2025] : Phase d'auto-formation sur les bibliothèques scientifiques pour Python. Prise en main de la bibliothèque OpenCV pour les opérations de traitement d'image (extraction et analyse des trames vidéo) et de NumPy pour la manipulation des données numériques et les calculs matriciels.
- [5] : [Février-Mars 2025] : Écriture d'un programme en Python pour automatiser le traitement de la vidéo. Le script extrait les images une par une, les convertit en profils 1D, puis les assemble pour générer les sinogrammes, qui sont la représentation des données dans le domaine de Radon.
- [6] : [Avril-Mai 2025] : Développement de la fonction de rétroprojection filtrée pour reconstruire les coupes 2D de l'objet à partir des sinogrammes. Utilisation du logiciel Tomviz pour empiler ces coupes et effectuer le rendu final du volume 3D de l'objet.
- [7] : [Juin 2025] : Évaluation du résultat final en comparant visuellement le modèle 3D généré par le programme avec l'objet physique original.