



La Goutte du Prince Rupert
Amine Bennouna

Fabrication

- On plonge une goutte de verre en fusion dans de l'eau froide.
 - Deux méthodes: Utilisation d'un **chalumeau** ou d'un **four**.

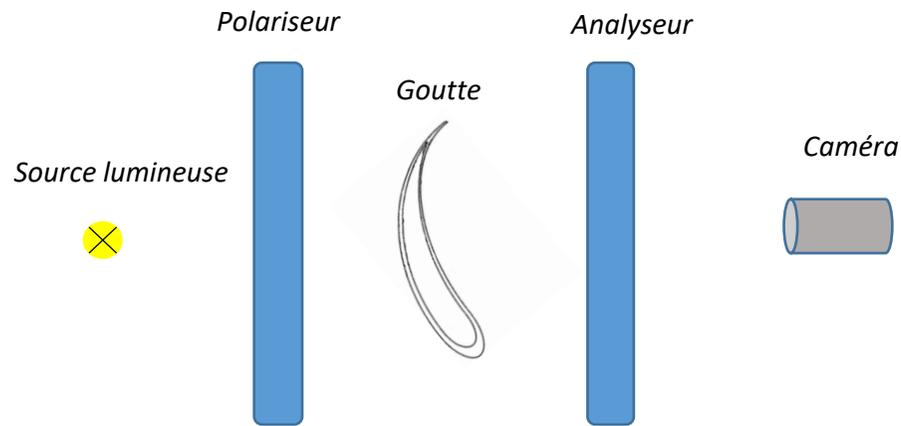
Constatations :

- Une goutte sur deux explose dans l'eau.
- Présence dans la goutte de bulles au niveau de la tête.

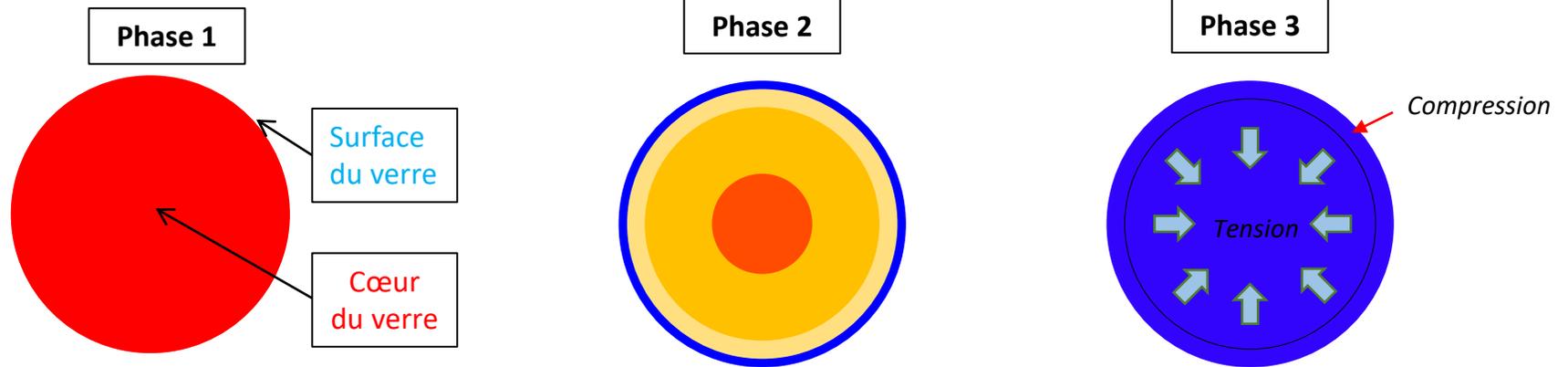


Contraintes dans la goutte

- L'analogie avec la trempe nous pousse à présumer l'existence de contraintes dans la goutte.
- Une analyse par **Photoélasticimétrie** montre des isochromatiques qui révèlent la **présence de contraintes dans la goutte**.
- **Présence de contraintes de tension au cœur de la goutte et de compression dans la couche extérieure.**



Apparition des contraintes



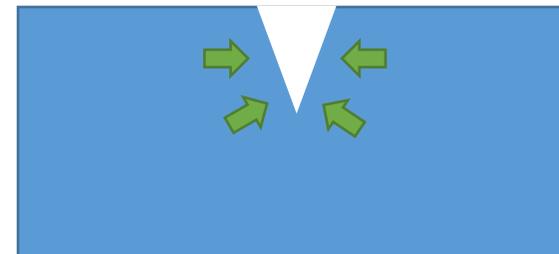
- La surface est en contact avec l'eau, elle refroidit rapidement.
- Le cœur piégé par la couche extérieure refroidit plus lentement: le verre est un mauvais conducteur thermique.

- La surface se solidifie rapidement mais le cœur reste liquide.
- Le cœur refroidit à son tour mais est obligé d'occuper le volume imposé par la surface.

- Le verre se contracte en refroidissant.
- La contraction du cœur piégé dans la surface extérieure induit l'apparition de **contraintes de tension au cœur et de compression à la surface.**

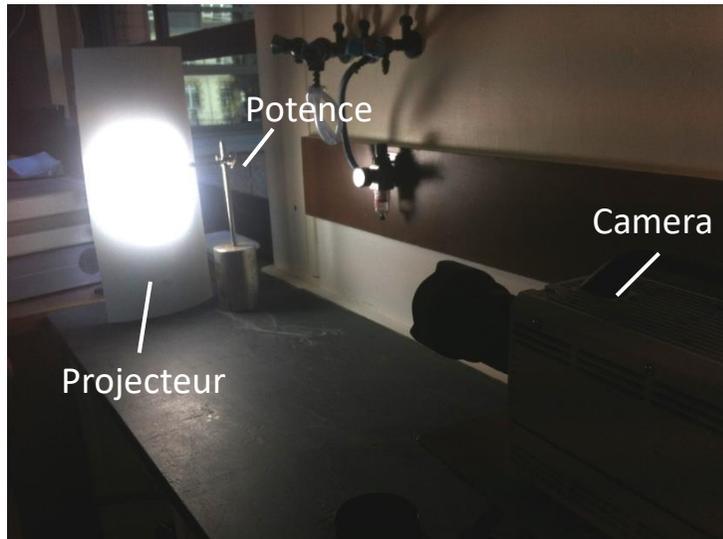
Résistance de la tête

- Pour analyser la résistance de la goutte, on suppose l'apparition d'une fracture fictive.
- Les contraintes de compression tendent à refermer la fissure.
- Ordre de grandeur de la résistance: une goutte de **6 – 8mm** de diamètre peut résister jusqu'à **15 000N^[1]**.

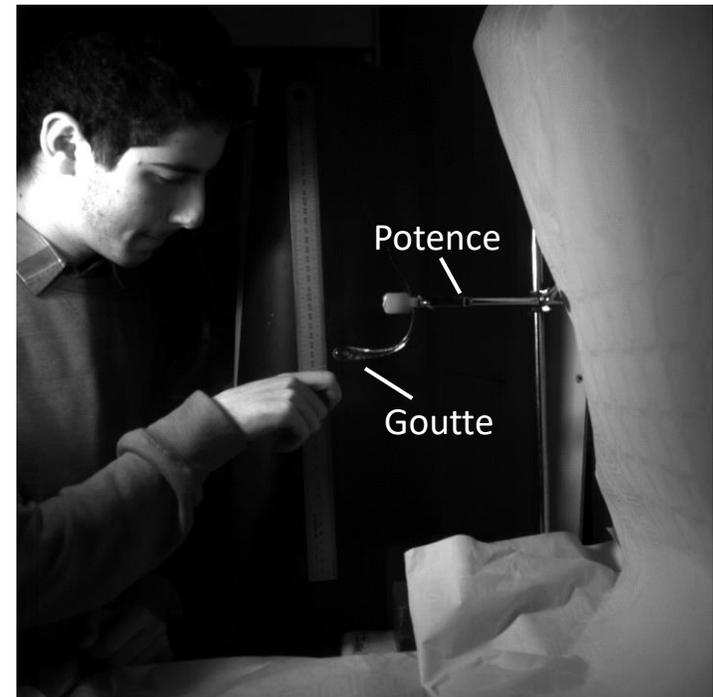


Explosion de la Goutte

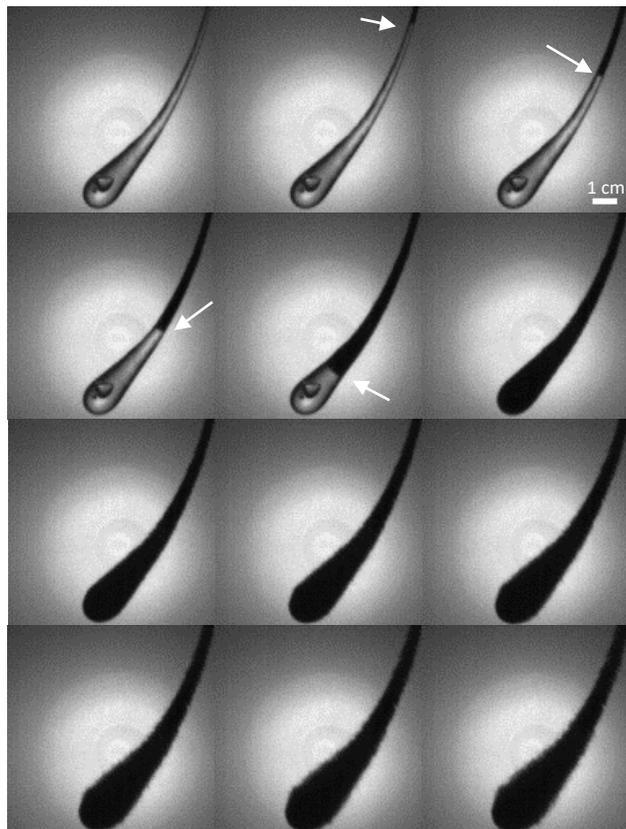
- On utilise une camera **FASTCAM-APX RS model 250K** atteignant les **150 000fps**.
- On observe ainsi l'explosion de la goutte à très grande vitesse.



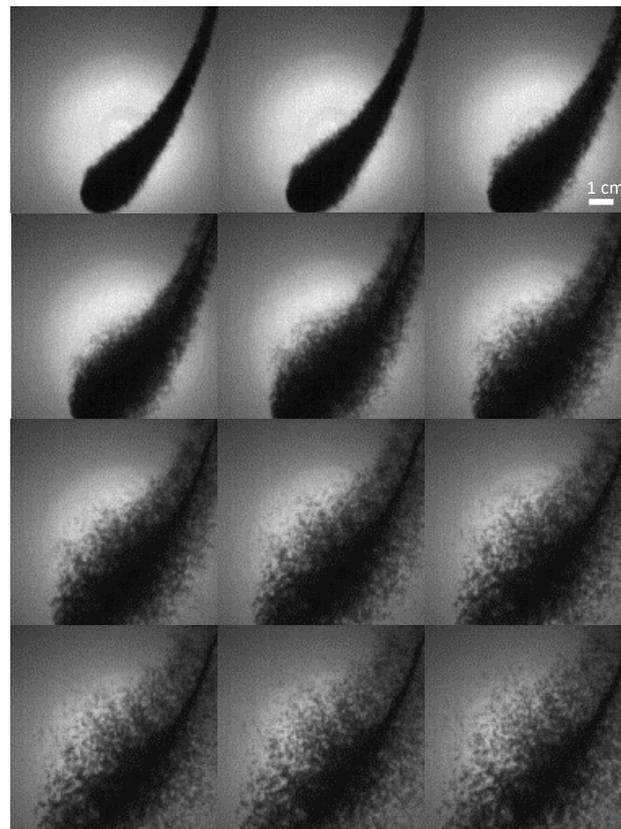
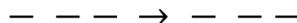
Montage expérimental



Prise utilisée pour avoir une échelle



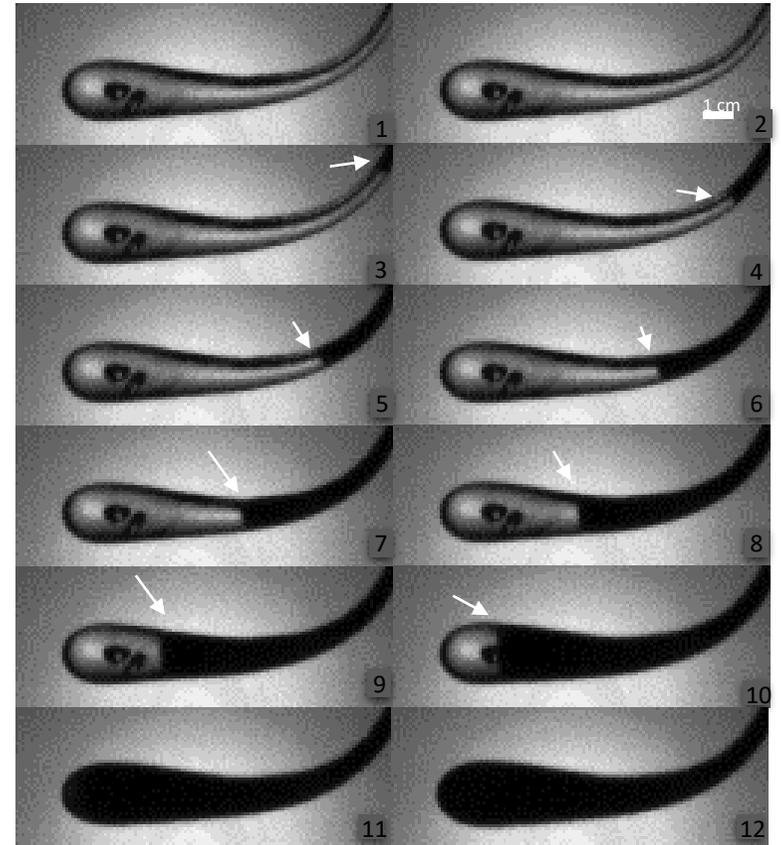
Séquence à 60 000 fps
 $I = 16.7 \mu\text{s}$



Séquence accélérée
 $I = 116.9 \mu\text{s}$

Explosion de la Goutte

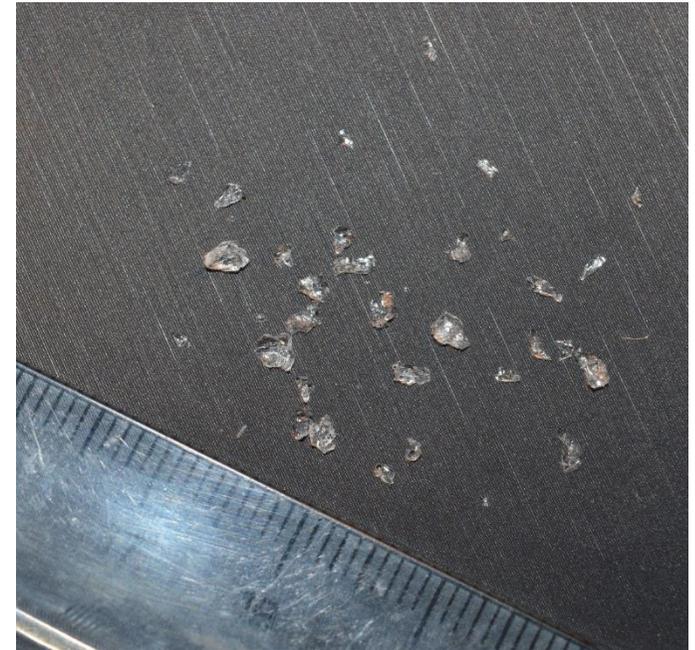
- Je filme l'explosion de la goutte à **150 000 fps**.
- *Interframe* = **6.7μs**. Le front de l'onde de fracture est indiqué par la flèche dans les prises 3 → 8.
- On constate que la fracture se propage de la queue à la tête de la goutte.
- On mesure ainsi la vitesse de propagation moyenne de l'onde de fracture:
 $v \approx 1300 \text{ ms}^{-1}$ à 1400 ms^{-1} .
- Ainsi, casser la queue de la goutte du Prince Rupert crée une **onde de fracture auto-entretenu** qui se propage le long de la goutte et cause sa désintégration explosive.



Séquence à 150 000 fps

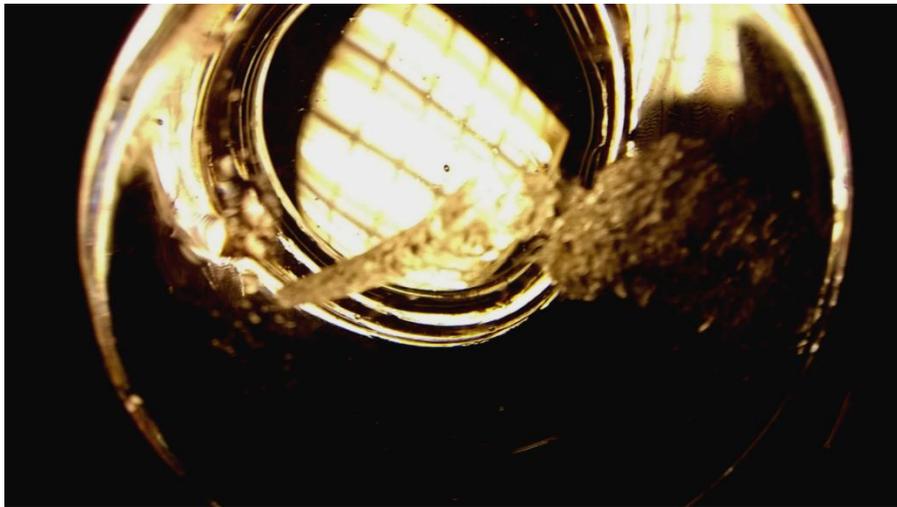
Etude des fragments

- J'effectue plusieurs mesures de taille des fragments.
- Tailles moyennes mesurées de l'ordre du **mm** – **10^{-1} mm**.
- La forme des fragment suggère que **la propagation se fait par bifurcations successives**.
- Volume de l'ordre du **10^{-1} mm³** et masse de l'ordre du **mg**.
- Vitesse de projection mesurée entre **0 ms^{-1}** et **40 ms^{-1}** . La majorité des fragments atteint les **40 ms^{-1}** mais certains (surtout au centre du cœur) ont des vitesses très faibles.



Explosion d'une goutte dans du Glycérol

- La viscosité du glycérol permet de maintenir la goutte en des fragments collés après l'explosion et donc permet d'observer la forme de la propagation.
- La forme de la propagation confirme l'hypothèse des bifurcations.
- Propagation au niveau de la surface différente.

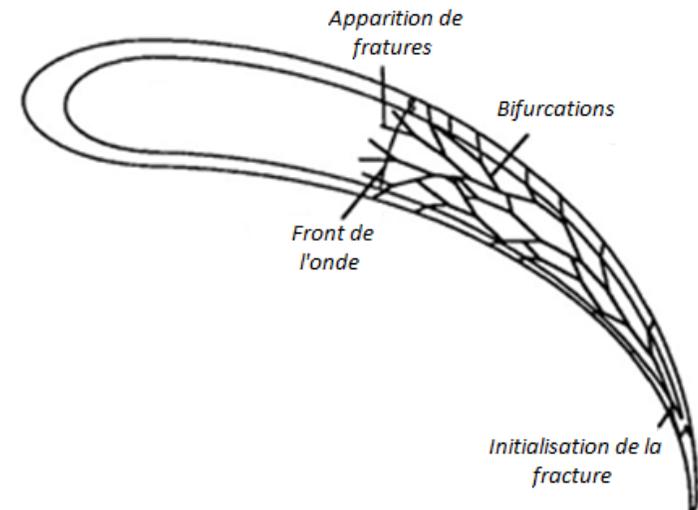


Modèle de propagation

Quand l'onde de fracture atteint une région l'énergie élastique de tension stockée est libérée et se transforme en:

- **Energie de surface** : Le verre se brise et la fracture se propage par bifurcations.
- **Energie cinétique** : Propulsion des fragments; vitesse estimée à $0 - 40 \text{ ms}^{-1}$.
- **Energie calorifique** : Elévation de la température; $\delta T \sim 0.3^\circ$

Ainsi l'onde de fracture se propage comme vu expérimentalement.



Estimation des contraintes de tensions

La température du cœur lors du début de la contraction estimée à : $T \approx 520^\circ\text{C}$.

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP$$

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

$K = \frac{1}{\chi_T}$ **module d'élasticité isostatique** et α **coefficient de dilatation volumique**

$$\frac{\Delta V}{V} = \alpha \Delta T + \frac{1}{K} \sigma$$

Le volume du cœur de la goutte ne variant pas $\Delta V = 0$ on obtient finalement :

$$\sigma = K\alpha|\Delta T|$$

Pour le verre utilisé: $K \approx 37 \text{ GPa}$; $\alpha \approx 25 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$; $\Delta T \approx 500^\circ$ ($520^\circ\text{C} \rightarrow 20^\circ\text{C}$)

$$\sigma \sim 460 \text{ MPa}$$

Bilan Energétique

On raisonne sur un **fragment lors de l'explosion** :

$$E_{tension} = E_{thermique} + E_{cinétique} + E_{surface}$$

- Delfour a mesuré une variation de température de $\delta T = 0.3^{\circ[5]}$.
 - $E_{thermique} = \rho V c \delta T \sim 5.4 \cdot 10^{-4} \text{J}$ avec $c_{verre} = 720 \text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$
- L'Energie cinétique s'écrit:
 - $E_c = \frac{1}{2} \rho V v^2 \sim 2 \cdot 10^{-4} \text{J}$ où la vitesse mesurée $v \approx 40 \text{ms}^{-1}$
- L'Energie de surface du verre est $\gamma = 4 \text{Jm}^{-2}$.
 - $E_{surface} = S \gamma \sim 4 \cdot 10^{-6} \text{J}$ → *Négligeable devant E_c et $E_{thermique}$*
- L'Energie de tension s'écrit :
 - $E_{tension} = \frac{V}{2K} \sigma^2$

On peut ainsi réévaluer les contraintes:

$$\sigma = \sqrt{\rho K \sqrt{v^2 + 2c\delta T}} \sim 430 \text{MPa}$$

Amélioration des Evaluations

- **Première Evaluation :**

- Température du cœur lors de la contraction n'est pas connue avec certitude.
- α et c_{verre} varient légèrement lors du refroidissement.
- L'utilisation du coefficient K présuppose que les contraintes sont isotropes.

- **Bilan Energétique:**

- La vitesse des fragments varie entre les fragments proches de la surface et ceux au centre, v mesurée varie en $0 - 40 \text{ ms}^{-1}$.
- L'échauffement peut être dû aux fragments du centre percutant les parois, ce qui expliquerait leur faible vitesse.
- On pourrait donc considérer un bilan avec $v = 40 \text{ ms}^{-1}$ et $\delta T = 0$.

$$\sigma = \sqrt{\rho K} v \sim 380 \text{ MPa}$$

Bibliographie

- [1] S. Chandrasekar & M. M. Chaudhri (1994) The explosive disintegration of Prince Rupert's drops, Philosophical Magazine Part B, 70:6, 1195-1218
- [2] M. Munawar Chaudhri, Self-sustained fracture waves in a lead oxide-silica glass, JOURNAL OF APPLIED PHYSICS 110, 013523 (2011)
- [3] M. Munawar Chaudhri, Self-Sustained Fracture Waves in Soda-Lime Glass, Materials Science Forum Vol 662 (2011) pp 95-104
- [4] William Leighton, Jr., Prince Rupert's Drops, Popular Science Monthly Volume 8 January 1876 (1876)
- [5] M. Dufour: Philos. Mag. Vol. 37 (1869), p. 478
- [6] Barton J. et Guillemet C., LE VERRE Science et technologie, EDP Sciences, 2005.