

Bibliographie commentée (650 mots maximum):

Dans les grands réseaux informatiques d'aujourd'hui, on assiste à la disparition progressive d'unité centrale servant de commande au profit d'informations circulant d'une unité voisine à une autre, permettant ainsi de réduire une surcharge de tâches de la part de la centrale. Cette manière de transporter l'information n'est néanmoins pas sans inconvénient: il est notamment difficile de concevoir une façon d'obtenir une information globale à partir de ces échanges d'informations locales, et si c'était le cas, de savoir au bout de combien de temps (ou encore au bout de combien d'échanges) on pourrait recueillir cette information, et avec quel niveau de fiabilité [4].

Les réseaux distribués sont présents partout. Par exemple, sur un trafic routier, chaque conducteur n'agit qu'en fonction des voitures voisines, sans savoir s'il y a un embouteillage devant ou derrière lui. De même, les cellules biologiques d'un même tissu agissent selon une même loi en connaissant uniquement le comportement de leurs voisines. Une des propriétés remarquables de ces systèmes est la simplicité des règles qu'elles suivent comparée à la diversité des comportements globaux qu'elles peuvent engendrer.

Dans le cas des réseaux informatiques, plaçons-nous dans le cas d'un quadrillage carré infini plan, et considérons le temps discret. Chaque carré, qu'on nommera cellule, est assimilée à une unité du réseau. Chaque cellule peut prendre à chaque instant l'état 0 ou l'état 1, et peut connaître l'information de ses cellules voisines (dans un voisinage préalablement fixé). Nous souhaitons connaître l'état majoritaire de l'état initial du réseau (l'état minoritaire pouvant être assimilé à une erreur ou du bruit), en appliquant à chaque cellule et à chaque unité de temps la même règle, dépendant uniquement de l'état de la cellule et celles de ses voisines.

Cette question, du nom de problème de classification de densité des automates cellulaires, est connue pour avoir une solution dans le cas du quadrillage infini en deux dimensions. Plus précisément, si l'on applique la règle « prendre l'état majoritaire par rapport à ton état actuel, celui de ton voisin du Nord et de l'Ouest » à chaque cellule et à chaque instant, alors le réseau converge vers une configuration uniquement constituée de cellule à l'état initialement majoritaire. Cette règle est connue sous le nom d'automate cellulaire de Toom [2, 3].

Cherchons maintenant un automate cellulaire élémentaire résolvant le problème de classification de densité dans le cas d'un réseau en forme d'anneau fini, en une dimension. En fait, il n'existe pas d'automate cellulaire élémentaire déterministe résolvant ce problème parmi les 256 règles élémentaires étudiées par Stephen Wolfram [3, 5].

Problématique retenue (50 mots maximum):

On souhaite trouver une solution approchée au problème de classification de densité sur un anneau fini, c'est-à-dire trouver un automate cellulaire probabiliste faisant tendre la configuration du réseau vers la configuration d'état initial majoritaire.

Objectifs du TIPE (100 mots maximum):

Je me propose:

- de trouver une solution approchée au problème de classification de densité sur un anneau fini à partir de certains des 256 automates cellulaires élémentaires,
- de qualifier la fiabilité de ma solution,
- de caractériser la vitesse de convergence de ma solution.

Positionnement thématique:

MATHEMATIQUES - Mathématiques appliquées

INFORMATIQUE - Informatique pratique

Mots clés :

Automates cellulaires (cellular automata)

Correction d'erreurs (error correction)

Informations globales (global information)

Réseaux informatiques (computer networks)

Système de particules en interaction (interacting particle systems)

5 à 10 références bibliographiques majeures :

[1] Nazim Fatès : Stochastic Cellular Automata Solve the Density Classification Problem with an Arbitrary Precision , 2010

[2] Irène MARCOVICI : Automates cellulaires et correction d'erreurs - Mathpark (conférence), 2017 : ,

[3] Ana Busic, Nazim Fatès, Jean Mairesse, Irène Marcovici - A cellular automaton that classifies the density - Density classification on infinite lattices and trees , 2018

[4] Roger Mansuy - Décider sans chef - La Recherche, mensuel 536, juin 2018

[5] Stephen Wolfram : Liste des automates cellulaires élémentaires : <http://mathworld.wolfram.com/ElementaryCellularAutomaton.html>

Ces comportements plus ou moins chaotiques ont été classés en quatre catégories dans le cas d'automates cellulaires élémentaires (c'est-à-dire en une dimension, les voisines étant restreintes aux deux cellules adjacentes) par Stephen Wolfram à la fin du XXe siècle, constituant un nouveau point de départ pour ce domaine d'étude [6].