

## Application de l'optimisation convexe au choix de portefeuilles socialement responsables.

Historiquement, les crises financières ont toujours été quelque part causées par le comportement avide et irresponsable des investisseurs, que ce soit envers le système financier ou envers la société. Il serait donc judicieux de chercher une façon d'investir qui soit en même temps optimale et socialement responsable.

La santé financière d'une société est intrinsèquement liée à son bon fonctionnement. Pour un investissement socialement responsable il serait pertinent de quantifier la responsabilité sociale d'un portefeuille et de la prendre en compte dans le choix de portefeuilles. La finance durable sera un enjeu important dans les années à venir.

### Positionnement thématique (ETAPE 1)

*MATHEMATIQUES (Mathématiques Appliquées), MATHEMATIQUES (Analyse), INFORMATIQUE (Informatique pratique).*

### Mots-clés (ETAPE 1)

Mots-Clés (en français)	Mots-Clés (en anglais)
<i>Optimisation</i>	<i>Optimization</i>
<i>Modélisation</i>	<i>Modelization</i>
<i>Moyenne-Variance</i>	<i>Mean-Variance</i>
<i>Convexité</i>	<i>Convexity</i>
<i>Responsabilité Sociale</i>	<i>Social responsibility</i>

### Bibliographie commentée

Initialement les actifs financiers furent créés pour remplir deux fonctions économiques principales: la première consiste à transférer des fonds de ceux qui ont des fonds excédentaires à investir à ceux qui ont besoin d'une source de financement d'actifs corporels ( tous les biens de l'entreprise ).

La seconde consiste à redistribuer le risque associé à l'investissement en immobilisations corporelles entre les différentes contreparties en fonction de leurs préférences et de leur aversion au risque.

Ce sont donc des moyens susceptibles de produire à leur détenteur des revenus, en contrepartie d'une certaine prise de risque. D'où l'intérêt de nous intéresser aux portefeuilles : collection d'actifs financiers détenus par un établissement ou un individu.

Afin de maximiser ses revenus, l'investisseur doit effectuer un choix de portefeuille, c'est à dire de trouver la combinaison de titres la plus intéressante statistiquement qui maximise son gain. Cette sélection est conditionnée par la croyance pertinente en les futures performances. Pour cela , une première étape consiste à modéliser mathématiquement le futur à l'aide d'outils probabilistes.

Ensuite, il sied de respecter certaines règles essentielles dans cette théorie dite de Markowitz, en

hommage à son initiateur, lauréat du prix Nobel d'économie en 1990. En premier lieu , l'investisseur doit maximiser le rendement espéré tout en minimisant sa fluctuation ( variance ).

Comme le futur n'est pas connu avec certitude ; il s'agit de rendement "attendu" ou "anticipé" dont nous déterminons la valeur actuelle ( actualisation ) .

En deuxième lieu , la diversification des portefeuilles est primordiale, le plus important est de placer tous ses revenus en titre avec la valeur actualisée maximale possible.

L'objectif serait donc de sélectionner les portefeuilles pour lesquels nous avons un minimum de variance pour une espérance de gain fixée , ou inversement ceux possédant une espérance de gain maximale, pour un seuil de variance fixé. Nous nous intéresserons dans notre étude au deuxième cas.

Ce qui nous appelle à formaliser mathématiquement le problème de recherche d'un portefeuille optimale sous forme d'un problème d'optimisation qui sera convexe dans notre cas simpliste, ce qui nous permettra d'utiliser le fameux outil d'optimisation convexe qu'est la dualité lagrangienne.

Une fois le problème résolu , il faudrait trouver l'équation reliant la moyenne et la variance des portefeuilles optimaux et visualiser cela graphiquement.

Toutefois, la dernière crise financière en 2008 a pointé du doigt l'absence d'éthiques dans les pratiques financières des banques et donc en particulier dans la modélisation mathématique, pour cela on suggère de prendre en compte la responsabilité sociale des entreprises émettant les actions dans le choix de portefeuille, cela se fera dans le cadre de mon travail en quantifiant cette responsabilité sous forme d'une note, qui interviendra dans le problème d'optimisation, où l'investisseur ne cherchera plus seulement à maximiser son gain mais aussi à garantir une note de responsabilité sociale acceptable pour son portefeuille.

Pour les portefeuilles qui répondent à ce critère, connu sous le nom de portefeuilles efficients, obtenir un "rendement attendu" plus élevé nécessite de prendre plus de risque de sorte que les investisseurs sont confrontés à un compromis entre le risque et le "rendement attendu" .

## **Problématique retenue**

Comment modéliser les prix des actifs ainsi que les portefeuilles ?

Comment formuler le problème de recherche d'un portefeuille performant et assez peu risqué ?

Comment traduire mathématiquement et résoudre le problème en utilisant des outils mathématiques ?

Comment introduire la responsabilité sociale dans le choix de portefeuille ?

## **Objectifs du TIPE**

Réussir à traduire mathématiquement le problème, cela passe par la modélisation aléatoire du futur en introduisant des variables aléatoires.

Une fois le modèle posé, il faudrait se munir des outils probabilistes nécessaires à la prise en compte de la performance et du risque d'un portefeuille, en l'occurrence l'espérance et la variance de la valeur future de ce dernier.

Formaliser mathématiquement le problème du choix d'un portefeuille optimal sous forme d'un problème d'optimisation qui sera convexe dans notre cas simpliste, et le résoudre.

Finalement, modéliser et introduire la responsabilité sociale dans le problème à travers la note des entreprises émettant les actions.

## Références bibliographiques (ETAPE 1)

[1] HARRY MARKOWITZ : Portfolio Selection :

[https://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz\\_JF.pdf](https://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf)

[2] STEPHEN BOYD AND LIEVEN VANDENBERGHE : Convex Optimization, Cambridge University Press, March 2004. : <https://web.stanford.edu/~boyd/cvxbook/>

[3] IDRIS KHARROUBI : Gestion de Portefeuilles, Université Paris Dauphine :

[https://www.lpsm.paris/pageperso/kharroubi/teaching/M1\\_gestionDePortefeuille.pdf](https://www.lpsm.paris/pageperso/kharroubi/teaching/M1_gestionDePortefeuille.pdf)

[4] ---- : Estimation Statistique : Estimateurs Classiques :

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Estimateur\\_\(statistique\)#Estimateurs\\_classiques](https://fr.wikipedia.org/wiki/Estimateur_(statistique)#Estimateurs_classiques)

[5] ---- : Overview Of Sustainable Finance , Official Website Of The European Union :

[https://ec.europa.eu/info/business-economy-euro/banking-and-finance/sustainable-finance/overview-sustainable-finance\\_en](https://ec.europa.eu/info/business-economy-euro/banking-and-finance/sustainable-finance/overview-sustainable-finance_en)

## DOT

[1] *Compréhension de la problématique de choix de portefeuille et adaptation au cadre théorique de Markowitz.*

[2] *Documentation sur les outils mathématiques d'optimisation sous contraintes.*

[3] *Identification du problème de markowitz au cas général et sa résolution.*

[4] *Implémentation du code python pour la résolution pratique du problème et la visualisation graphique de la solution.*

[5] *Proposition d'une extension du modèle faisant intervenir la responsabilité sociale dans la rémunération de l'investisseur et établissement du lien avec le cas général précédent*