

**Attention : Le rapport doit être réalisé par l'étudiant(e).**

Si le rapport résulte d'une collaboration, elle doit être clairement annoncée.

NOM : ELAZRI	Prénoms : KARAJI P
Classe : MP1*	
Lycée : Lycée Mohammed VI d'excellence	Numéro de candidat : 15526
Ville : Benguerin - Maroc	

Concours auxquels vous êtes admissible, dans la banque MP inter-ENS (les indiquer par une croix) :

ENS P.-Saclay	MP - Option MP	<input checked="" type="checkbox"/>	MP - Option MI	
	Informatique MP			
ENS Lyon	MP - Option MP	<input checked="" type="checkbox"/>	MP - Option MI	
	Informatique MP			
ENS Rennes	MP - Option MP		MP - Option MI	
ENS Paris	MP - Option P		MP - Option I	
	Informatique MP			

Matière dominante du TIPE (la sélectionner d'une croix inscrite dans la case correspondante) :

Informatique	<input type="checkbox"/>	Mathématiques	<input type="checkbox"/>	Physique	<input checked="" type="checkbox"/>
--------------	--------------------------	---------------	--------------------------	----------	-------------------------------------

Titre du TIPE : *la récupération d'énergie vibratoire à l'aide d'un couplage électromagnétique et piézoélectrique*

Nombre de pages (à indiquer dans les cases ci-dessous) :

Texte	14	Illustration	15	Bibliographie	4
-------	----	--------------	----	---------------	---

Attention, les illustrations doivent figurer dans le corps du texte et non en fin de document !

Résumé ou descriptif succinct du TIPE (6 lignes, maximum) :

*L'objectif de ce travail est de trouver un moyen efficace pour récupérer l'énergie vibratoire, or pour cela on utilise un système qui se base sur un couplage piézoélectrique et électromagnétique afin de maximiser le rendement énergétique, puis on propose un modèle simple de ce système et on essaye de savoir à quel point cette modélisation est réalisable en comparant les résultats théoriques et expérimentaux.*

A Benguerin	Signature du professeur responsable de la classe préparatoire dans la discipline	Cachet de l'établissement
Le 07/06/2023	KARAKHI MOHAMED	 Driss OUHADI Directeur des études CPGE
Signature du (de la) candidat(e)	<i>[Signature]</i>	

# La récupération d'énergie vibratoire à l'aide d'un couplage électromagnétique et piézoélectrique

Khalil EL AZRI

Juin 2022

## Table des matières

<b>1 Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2 Définition</b>	<b>2</b>
2.1 Effet piézoélectrique . . . . .	2
2.2 Exemple d'un matériau piézoélectrique . . . . .	2
<b>3 Modélisation du problème</b>	<b>3</b>
3.1 Hypothèses du modèle . . . . .	4
3.2 L'étude théorique . . . . .	4
3.2.1 Détermination de différents taux d'amortissement . . . . .	5
<b>4 L'expérience</b>	<b>8</b>
4.1 Montage expérimental . . . . .	8
4.2 Principe de l'expérience . . . . .	10
4.3 Résultats expérimentaux . . . . .	10
4.4 Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux . . . . .	10
<b>5 Critique et amélioration du modèle</b>	<b>11</b>
<b>6 Annexe</b>	<b>12</b>
<b>7 Bibliographie</b>	<b>14</b>

# 1 Introduction

L'énergie vibratoire est un concept qui se réfère à l'énergie présente dans les vibrations et les mouvements subtils de notre environnement. Elle englobe les ondes sonores, les fréquences électromagnétiques et les pulsations naturelles de la terre. Dans le contexte du développement urbain, l'énergie vibratoire revêt une importance cruciale. En utilisant des technologies innovantes, les urbanistes peuvent exploiter cette énergie pour alimenter les infrastructures, réduire la consommation d'énergie et créer des espaces de vie plus harmonieux. L'intégration de l'énergie vibratoire dans le développement de la ville peut contribuer à une meilleure durabilité environnementale et à une meilleure qualité de vie pour les citoyens. La récupération d'énergie vibratoire à l'aide d'un couplage électromagnétique et piézoélectrique est une technologie innovante qui permet de transformer les vibrations environnementales en énergie utilisable. Ce processus exploite les propriétés piézoélectriques de certains matériaux qui génèrent une charge électrique en réponse à des contraintes mécaniques. En combinant cette technologie avec des dispositifs électromagnétiques, l'énergie vibratoire peut être convertie en électricité.

## 2 Définition

### 2.1 Effet piézoélectrique

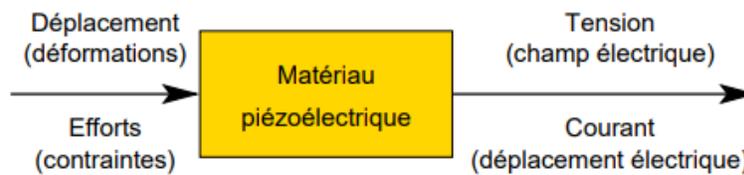


FIGURE 1 – l'effet piézoélectrique direct

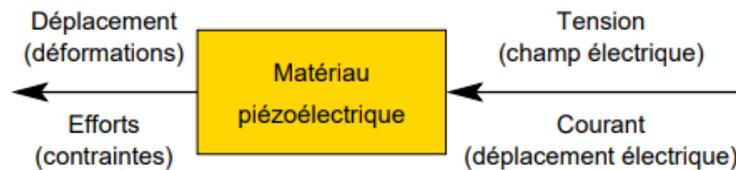


FIGURE 2 – l'effet piézoélectrique inverse

Un matériau piézoélectrique (du grec *piezein*, presser) est par définition capable de convertir :

- de l'énergie mécanique en énergie électrique, c'est l'effet piézoélectrique direct
- de l'énergie électrique en énergie mécanique, c'est l'effet piézoélectrique inverse

### 2.2 Exemple d'un matériau piézoélectrique

Un certain nombre de cristaux présentent un comportement piézoélectrique ; on peut citer le quartz, la tourmaline, le sel de Seignette, le sucre ... Ce comportement apparaît dans des cristaux présentant une structure asymétrique et des liaisons ioniques ; il peut être décrit en observant la figure 3, qui représente une vue de la structure du quartz.

**Effet direct** : Si on applique un effort, les contraintes mécaniques qui apparaissent dans le matériau provoquent des déformation de sa structure cristalline et ainsi des déplacement relatif des charges électriques

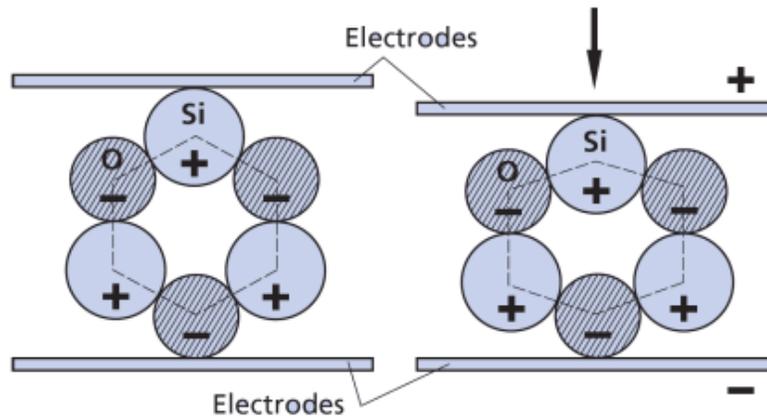


FIGURE 3 – Coupe d’une cellule élémentaire d’un cristal de quartz sous l’action d’un effort mécanique

des ions. Ces déplacements correspondent à une polarisation électrique dans le matériau. L’état électrostatique du matériau est ainsi modifié par une action mécanique : c’est l’effet direct. Dans le cas du cristal de quartz de la figure 3, les centres de gravité des charges positives et négatives sont confondus en l’absence d’effort extérieur. Sous l’action de l’effort de compression, le centre des charges positives descend et celui des charges négative remonte : un vecteur polarisation dirigé vers le bas apparaît alors.

**Effet inverse** : Inversement, l’application d’un champ électrique extérieur crée des forces électrostatiques sur les charges électriques liées aux molécules du cristal, qui se déplacent les unes par rapport aux autres, créant ainsi des déformations dans le matériau. Ainsi, l’état mécanique du matériau est modifié par une action électrostatique : c’est l’effet piézoélectrique inverse.

### 3 Modélisation du problème

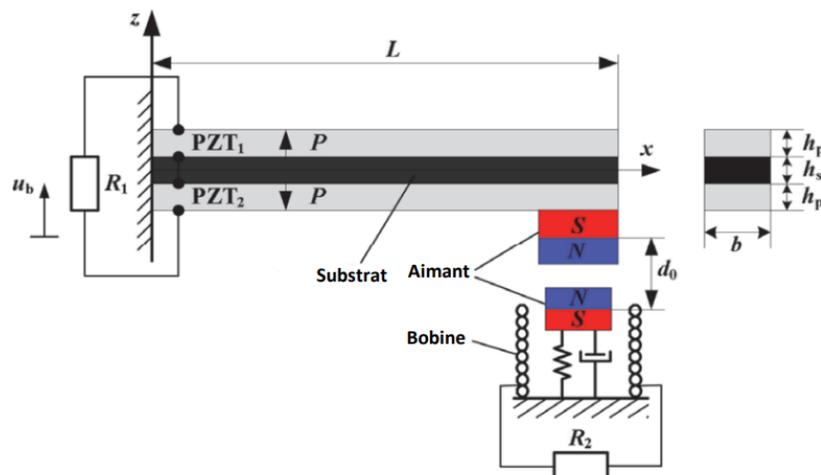


FIGURE 4 – Schéma de principe du récupérateur d’énergie hybride proposé

### 3.1 Hypothèses du modèle

Dans ce modèle, on adoptera les hypothèses simplificatrices du problème ci-dessous :

- on suppose que le champ magnétique à l'intérieur de la bobine est constant et uniforme
- on néglige les effets non linéaires du matériau piézoélectrique
- on suppose que l'excitation du système est sinusoidale

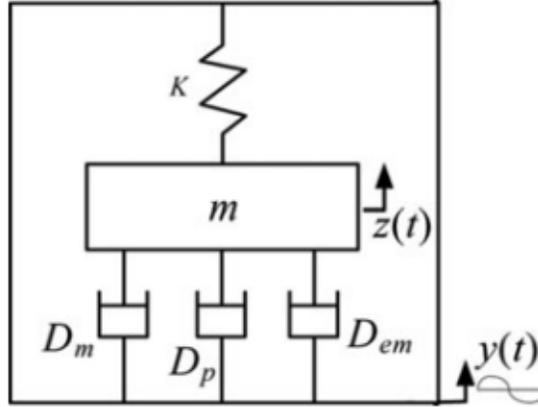


FIGURE 5 – Modèle équivalent du récupérateur hybride proposé

### 3.2 L'étude théorique

l'équation différentielle qui décrit le système est :

$$m\ddot{z} + D\dot{z} + Kz = -m\ddot{y}$$

- $m$  : la masse équivalente du système (Kg)
- $K$  : la rigidité équivalente du système (N/m)
- $y$  : l'excitation du système
- $D$  : le coefficient d'amortissement équivalent

$$D = D_{em} + D_p + D_m$$

Pour une vibration d'excitation sinusoidale :

$$y(t) = Y_0 \sin(\omega t)$$

$$z(t) = \frac{Y_0 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right)^2}} \sin(\omega t - \phi)$$

- $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$  : La pulsation propre du système (rad/s)
- $\xi = \frac{D}{2m\omega_n}$  : Le taux d'amortissement total

### 3.2.1 Détermination de différents taux d'amortissement

La puissance moyenne consommée par la partie électromagnétique et piézoélectrique est :

$$P_{couple} = \frac{1}{T} \int_0^T (D_p + D_{em}) \dot{z} dz = \frac{m(\xi_p + \xi_{em})\omega^3 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^3 Y_0}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right)^2} \quad (1)$$

Ainsi à la résonance :

$$P_{couple}^{RS} = \frac{m\omega_n^3(\xi_p + \xi_{em})Y_0^2}{4(\xi_p + \xi_{em} + \xi_m)^2}$$

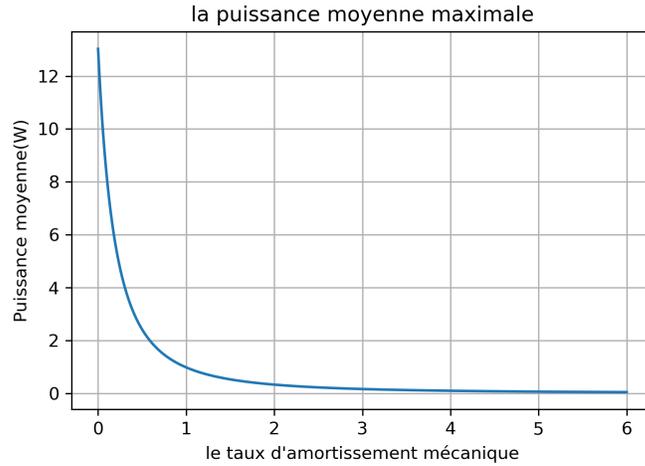


FIGURE 6 – la variation de la puissance moyenne maximale en fonction du taux d'amortissement mécanique

On voit bien que si le taux d'amortissement mécanique augmente la puissance moyenne maximale diminue à cause des pertes énergétiques dues aux effets des frottements et la nature des matériaux, donc optimiser les pertes permet de récupérer plus d'énergie vibratoire .

Maintenant on veut trouver les différents taux d'amortissement en fonction des paramètres du système et comprendre leurs influences sur la récupération d'énergie vibratoire, pour cela on va modéliser chaque partie par un circuit électrique équivalent puis on va chercher le lien entre les caractéristiques électriques et mécaniques .

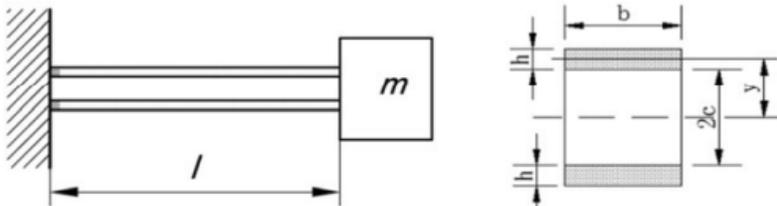


FIGURE 7 – schéma de structure de la partie piézoélectrique

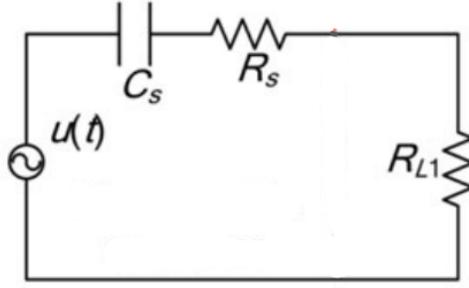


FIGURE 8 – Modèle équivalent de circuit du récupérateur piézoélectrique

La figure 7 montre le schéma de structure du porte-à-faux piézoélectrique. La tension entre la surface supérieure et inférieure du patch piézoélectrique est déterminée par les contraintes mécaniques et les propriétés des matériaux. Les patchs piézoélectriques sont en série. Le matériau piézoélectrique fonctionne en mode d, en ne considérant que la contrainte uniaxiale la tension en circuit ouvert du récupérateur d'énergie piézoélectrique peut être écrite comme :

$$u = \frac{2hd\sigma}{\varepsilon}$$

- h : l'épaisseur du PZT (m)
- d : la constante de déformation piézoélectrique (C/m)
- $\sigma$  : la contrainte mécanique (Pa)

La figure 4 montre le circuit électrique équivalent du récupérateur piézoélectrique, la résistance interne et la capacité du vibreur piézoélectrique sont définies par :

$$R_s = \frac{\tan \delta}{2\pi f C_s}$$

$$C_s = \frac{\varepsilon bl}{2h}$$

puisque  $\tan \delta \ll 1$ , on peut négliger la résistance interne, on obtient donc :

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + X_s} u$$

on peut donc exprimer la puissance moyenne du système piézoélectrique par :

$$P_p = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u_1^2}{R_1} dt = \frac{1}{2} \frac{R_1}{(X_s + R_1)^2} \left( \frac{m\omega_n^2 d(h + 2c)hl}{2I\varepsilon} \right)^2 Z_0^2$$

avec :  $X_s = \frac{1}{2\pi f C_s}$

en remplaçant dans l'équation (1), on trouve :

$$\xi_p = \frac{1}{8} \frac{mR_1}{(X_s + R_1)^2} \left( \frac{d(h + 2c)hl}{I\varepsilon} \right)^2 \omega_n$$

lorsque le système tout entier vibre, le flux magnétique à l'intérieur de la bobine varie dans le temps, cela induit une tension électrique qu'on peut l'exprimer à l'aide de la loi de Faraday :

$$e_{em} = -\frac{d\phi}{dt} = -NBL\dot{z}$$

- $N$  : Le nombre de spires de la bobine
- $B$  : le champ magnétique (T)
- $L$  : la longueur effective d'une spire de la bobine (m)

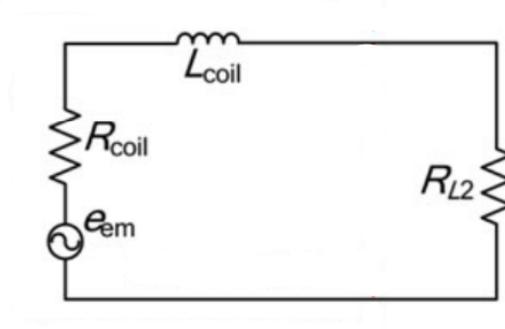


FIGURE 9 – Modèle équivalent de circuit du récupérateur électromagnétique

La figure 9 montre le modèle de circuit équivalent du récupérateur d'énergie électromagnétique. L'impédance inductive de l'enroulement de la bobine d'induction,  $X_L$ , peut être ignorée car elle est très petite. La puissance électrique moyenne sur une période peut être exprimée comme suit :

$$P_{em} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{e_{em}^2}{R_b + R_2} dt = \frac{1}{2} \frac{(NBL)^2}{R_b + R_2} \omega^2 \cdot Z_0^2$$

en remplaçant dans l'équation (1), on trouve :

$$\xi_{em} = \frac{(NBL)^2}{2m\omega_n(R_b + R_2)}$$

on conclut que la puissance moyenne totale récupérée par le système tout entier est :

$$P_{out} = \frac{1}{2} \frac{R_1}{(X_s + R_1)^2} \left( \frac{m\omega_n^2 d(h + 2c)hl}{2I\varepsilon} \right)^2 Z_0^2 + \frac{1}{2} \frac{R_2(NBL)^2}{(R_b + R_2)^2} \omega^2 \cdot Z_0^2$$

avec :

$$Z_0^2 = \frac{Y_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^4}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right)^2}$$

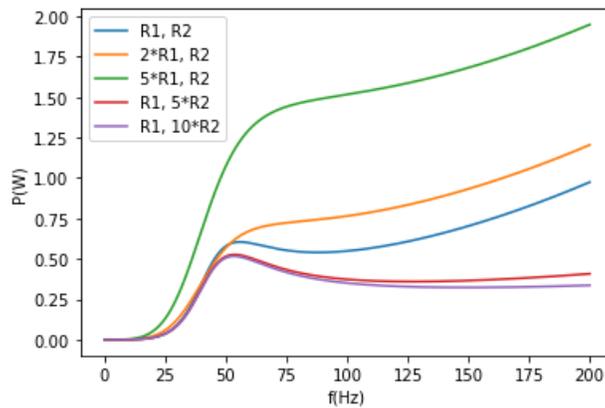


FIGURE 10 – le profil de la puissance moyenne récupérer en fonction de la fréquence de vibration pour  $R_1 = 82.5k\Omega$  et  $R_2 = 70\Omega$

On remarque que plusieurs paramètres du système peut influencer d’une manière importante sur la puissance moyenne, on voit bien qu’elle dépend d’une manière linéaire au carré du nombre de spires de la bobine, donc augmenter  $N$  permet de récupérer une énergie très importante, du même esprit, on peut jouer sur les dimensions du matériau piézoélectrique pour optimiser la puissance.

La figure 10 montre la variation de la puissance moyenne en fonction de la fréquence de vibrations, on remarque que pour les basses fréquences la puissance est très négligeable par contre en hautes fréquences la puissance devient de plus en plus importante selon les valeurs des résistances choisies, de plus on voit qu’il existe un pic de la puissance qui est lié au phénomène de la résonance, ce pic joue un rôle très important sur la récupération d’énergie pour des vibrations à basses fréquences.

## 4 L’expérience

On se propose d’évaluer le modèle théorique par une étude expérimentale

### 4.1 Montage expérimental

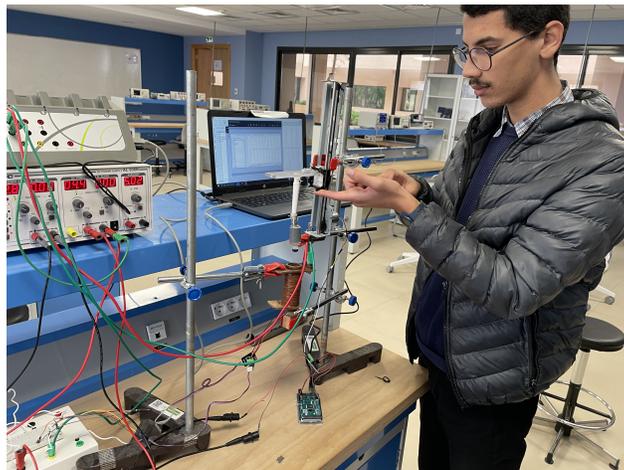


FIGURE 11 – le montage expérimentale

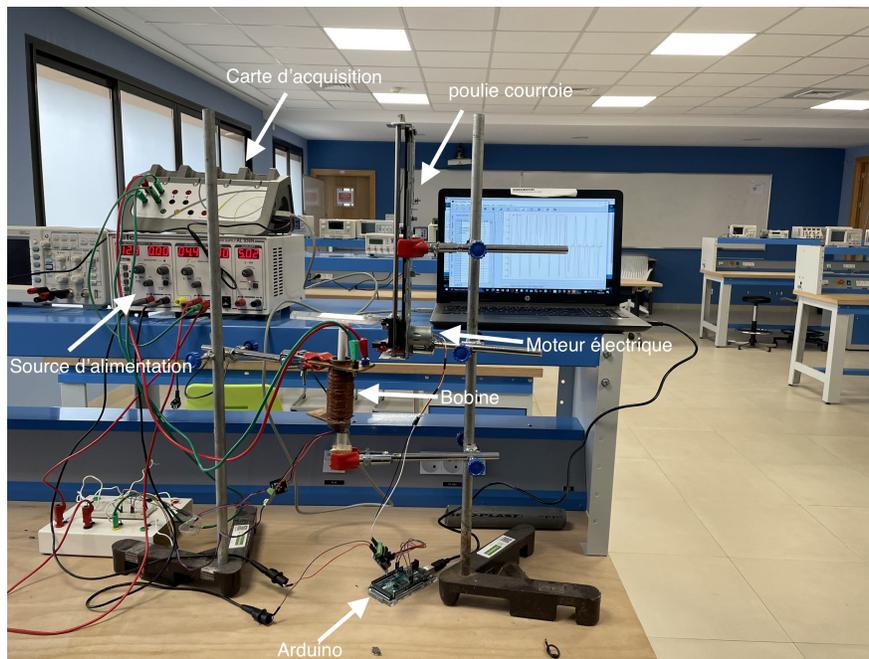


FIGURE 12 – le montage expérimentale

Le système poulie courroie et le moteur électrique jouent le rôle de l'excitation extérieur, la carte d'acquisition permet de collecter les informations et tracer le profil du signal obtenu dans un logiciel, la carte arduino permet de régler la vitesse de rotation du moteur électrique.

- le nombre de spires de la bobine est 300 spires
- le diamètre de la bobine est 0.5 mm
- le matériau qui constitue la bobine est le cuivre
- deux aimants permanents cylindriques de rayon et d'épaisseur respectivement 0.1 cm, 0.5cm et 0.5cm, 2cm



## 4.2 Principe de l'expérience

Lorsque le moteur tourne le système poulie courroie transforme le mouvement de rotation en translation sinusoidale ce qui permet de transformer ce mouvement au aimant supérieur, par interaction aimant-aimant l'aimant inférieur fait des translations sinusoidales à l'interieur de la bobine ce qui implique la variation du flux magnétique et donc génération d'une tension électrique, en parallèle, l'aimant inférieur frappe d'une manière périodique la tranche piézoélectrique et donc apparition d'une tension électrique.

## 4.3 Résultats expérimentaux

Après avoir effectuer l'expérience on obtient la variation du signal en fonction du temps

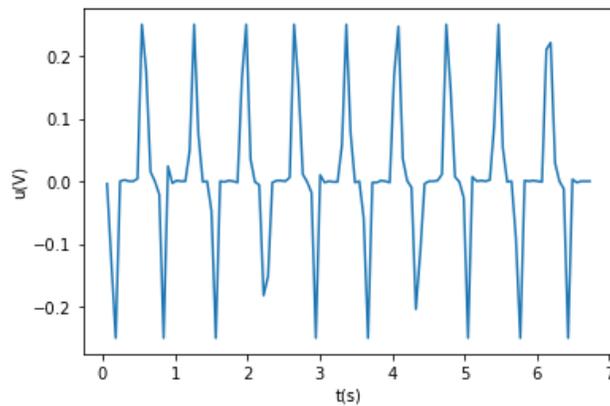


FIGURE 13 – la variation de la tension totale en fonction du temps

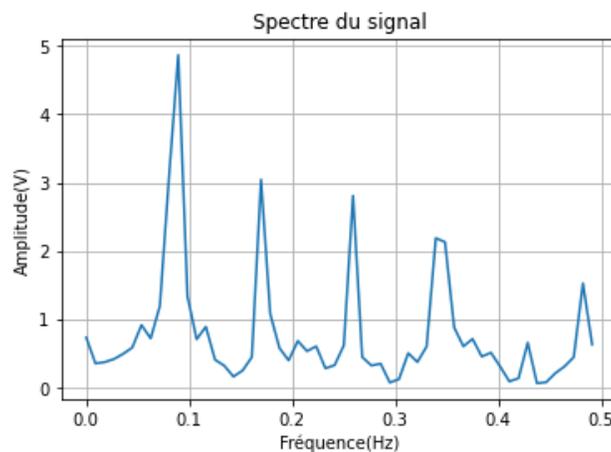


FIGURE 14 – le spectre du signal

## 4.4 Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux

Les résultats théoriques montrent que le signal de sortie du récupérateur doit être sinusoidale tandis que les résultats expérimentaux montrent que le signal de sortie est périodique mais pas sinusoidale comme la figure 14 montre qu'il existe d'autres harmoniques qui sont non négligeables ce qui nous oriente à se questionner sur la validité de notre modélisation.

## 5 Critique et amélioration du modèle

D'après les résultats expérimentaux, on remarque qu'il existe d'autres harmoniques dans le spectre du signal de sortie, cela est lié au profil de vibration du matériau piézoélectrique, dans le modèle théorique on a négligé plusieurs aspects qui peuvent être responsables à la génération de ces nouvelles harmoniques, par exemple, on a négligé les effets non-linéaires du matériau piézoélectrique et on a supposé que le champ magnétique à l'intérieur de la bobine est constante ce qui n'est pas le cas dans la réalisation de l'expérience, de plus on constate que le système du récupérateur d'énergie vibratoire fonctionne bien dans des vibrations à hautes fréquences par contre son rendement en basses fréquences conduit à s'interroger sur l'efficacité de ce système, en outre la technique nécessite une calibration précise pour maximiser le rendement énergétique, ce qui peut être difficile dans des environnements variables.

## 6 Annexe

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from math import pi

B = 1.2
cs = 65*10**(-9)
N = 4000
h = (0.2)*10**(-3)
c = (0.25)*10**(-3)
b = 2*10**(-3)
l = 40*10**(-3)
density = (8.9)*10**3
m1 = density*h*l*b
m0 = 0.0215
m = m0+m1
d = -274*10**(-12)
eps = (3.01)*10**(-8)
sig = 61*10**9
wn = 45
u = 2*h*d*sig/eps
Rb = 1.8*10**(-4)
L = 10**(-4)
g = 9.8
Y0 = 10*10**(-2)
R1 = 82.5*10**3
R2 = 70
Xs = 1/(wn*cs)
I = h*b**3/12
def zp(R1):
    return (R1*wn*((d*(h+2*c)*h*1)/(I*eps))**2)/(8*(Xs+R1)**2)

def zm(R2):
    return (N*B*L)**2/(2*m*wn*(Rb+R2))

def z(R1,R2):
    return zm(R2)+zp(R1)

def z0(R1,R2,w):
    return (Y0*(w/wn)**2)/((1-(w/wn)**2)**2 + (2*z(R1,R2)*(w/wn))**2)**.5

def P(R1,R2,w):
    return ((R1*(z0(R1,R2,w)**2)*(m*(wn**2)*d*(h+2*c)*h*1)**2)/(2*((Xs+R2)*2*I*eps)**2)) +
    (R2*((N*B*L*w)**2)*(z0(R1,R2,w)**2))/(2*(Rb+R2)**2)

R1 = 82.5*10**3
R2 = 70

def Pout(w):
    return P(R1,R2,w)

W = np.linspace(0, 300, 50000)
Z1 = P(R1,R2,W)
Z2 = P(2*R1,R2,W)
Z3 = P(5*R1,R2,W)
Z4 = P(R1,5*R2,W)
Z5 = P(R1,10*R2,W)
plt.plot(W,Z1,label="R1, □R2")
plt.plot(W,Z2,label="2*R1, □R2")
plt.plot(W,Z3,label="5*R1, □R2")
plt.plot(W,Z4,label="R1, □5*R2")
plt.plot(W,Z5,label="R1, □10*R2")
plt.legend(loc="upper_left")
```

```

plt.xlabel('f(Hz)')
plt.ylabel('P(W)')

T = np.array([0.06,0.12,0.18,0.24,0.301,0.361,0.421,0.481,0.541,0.601,0.661,0.721,0.782
,0.842,0.902,0.962,1.022,1.082,1.142,1.202,1.263,1.323,1.383,1.443,1.503,
1.563,1.623,1.683,1.743,1.804,1.864,1.924,1.984,2.044,2.104,2.164,2.224,
2.285,2.345,2.405,2.465,2.525,2.585,2.645,2.705,2.766,2.826,2.886,2.946,
3.006,3.066,3.126,3.186,3.246,3.307,3.367,3.427,3.487,3.547,3.607,3.667,
3.727,3.788,3.848,3.908,3.968,4.028,4.088,4.148,4.208,4.269,4.329,4.389,
4.449,4.509,4.569,4.629,4.689,4.749,4.81,4.87,4.93,4.99,5.05,5.11,5.17,
5.23,5.291,5.351,5.411,5.471,5.531,5.591,5.651,5.711,5.772,5.832,5.892,
5.952,6.012,6.072,6.132,6.192,6.253,6.313,6.373,6.433,6.493,6.553,6.613,
6.673,6.733])
U = np.array([-0.004,-0.13,-0.25,0,0.002,0,0,0.004,0.25,0.175,0.015,0,-0.021,-0.25,0.024,
-0.003,0.001,0,0,0.049,0.25,0.074,-0.001,0,-0.047,-0.25,0,-0.001,0.001,0,
-0.002,0.164,0.25,0.035,-0.001,-0.006,-0.182,-0.152,-0.002,0.001,0.001,0,
0.006,0.25,0.156,0.011,-0.001,-0.018,-0.25,0.01,-0.002,0,-0.001,-0.001,
0.058,0.25,0.076,-0.002,0,-0.058,-0.25,-0.002,-0.002,0.001,0,-0.002,0.169,
0.247,0.036,0.001,-0.01,-0.204,-0.114,-0.004,0,0,0.001,0.011,0.25,
0.144,0.007,-0.001,-0.026,-0.25,0.007,0,0.001,0,0.002,0.088,0.25,
0.053,-0.001,0,-0.09,-0.25,0.001,0,0.001,-0.00,-0.001,0.21,0.221,0.029,0,
-0.012,-0.25,0.003,-0.002,0,0,0])

plt.plot(T,U)
plt.xlabel('t(s)')
plt.ylabel('u(V)')

```

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

m = 0.0216424
Y0 = 0.1
wn = 45

def my_function(x, y, z):
    # Modifier cette fonction selon vos besoins
    return (m*(wn**3)*(x+y)*Y0**2)/(4*(x+y+z)**2)

zp = 0.37664540536591834
zm = 0.001689800323940694
Z = np.linspace(0, 6, 1000)
P = my_function(zp, zm, Z)
plt.plot(Z, P)
plt.xlabel("le_taux_d'amortissement_m canique")
plt.ylabel('Puissance_moyenne(W)')
plt.title('la_puissance_moyenne_maximale')
plt.grid(True)
plt.savefig('figure.png', dpi=300, format='png')

plt.show()

```

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def plot_signal_spectrum(signal, sample_rate):
    # Calcul du spectre du signal en utilisant la transform e de Fourier discr te (DFT)
    spectrum = np.fft.fft(signal)

    # Calcul des fr quences correspondant aux composantes du spectre
    frequencies = np.fft.fftfreq(len(signal), 1/sample_rate)

    # Plot du spectre du signal

```

```

plt.plot(frequencies, np.abs(spectrum))
plt.xlabel('Fr quence (Hz)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.title('Spectre du Signal')
plt.grid(True)
plt.show()

# Exemple d'utilisation
# D finir le signal
signal = [-0.004, -0.13, -0.25, 0, 0.002, 0, 0, 0.004, 0.25, 0.175, 0.015, 0, -0.021, -0.25, 0.024,
          -0.003, 0.001, 0, 0, 0.049, 0.25, 0.074, -0.001, 0, -0.047, -0.25, 0, -0.001, 0.001, 0,
          -0.002, 0.164, 0.25, 0.035, -0.001, -0.006, -0.182, -0.152, -0.002, 0.001, 0.001, 0,
          0.006, 0.25, 0.156, 0.011, -0.001, -0.018, -0.25, 0.01, -0.002, 0, -0.001, -0.001,
          0.058, 0.25, 0.076, -0.002, 0, -0.058, -0.25, -0.002, -0.002, 0.001, 0, -0.002, 0.169,
          0.247, 0.036, 0.001, -0.01, -0.204, -0.114, -0.004, 0, 0, 0.001, 0.011, 0.25,
          0.144, 0.007, -0.001, -0.026, -0.25, 0.007, 0, 0.001, 0, 0.002, 0.088, 0.25,
          0.053, -0.001, 0, -0.09, -0.25, 0.001, 0, 0.001, -0.00, -0.001, 0.21, 0.221, 0.029, 0,
          -0.012, -0.25, 0.003, -0.002, 0, 0, 0]

# D finir le taux d'chantillonnage (nombre d'chantillons par seconde)
sample_rate = 1.0

# Tracer le spectre du signal
plot_signal_spectrum(signal, sample_rate)

```

## 7 Bibliographie

1. AHMED SEDDIK : Systèmes de récupération d'énergie vibratoire large bande
2. ZHENLONG XU, XIAOBIAO SHAN, DANPENG CHEN ET TAO XIE : A Novel Tunable Multi-Frequency Hybrid Vibration Energy Harvester Using Piezoelectric and Electromagnetic Conversion Mechanisms
3. DAVID GIBUS : Conception de dispositifs piézoélectriques fortement couplés pour la récupération d'énergie vibratoire large bande
4. TANG YANG : A nonlinear piezoelectric energy harvester with magnetic oscillator