

Modélisation mathématique du transport des épidémies au sein d'une population

Pendant plusieurs siècles, les mathématiques n'avait pas leur place dans le domaine de l'épidémiologie. Il a fallu attendre le début du XXe siècle pour qu'elles y soient introduites. Ainsi nous allons tenter de modéliser mathématiquement le transport d'une épidémie dans une population et décrire son évolution.

Dans le cadre défini par le thème de l'année sur les transports, nous allons dans ce TIPE proposer plusieurs modèles mathématiques permettant de décrire le transport d'une maladie et son évolution au sein d'une population supposée fermée et homogène.

Positionnement thématique (phase 2)

MATHEMATIQUES (Mathématiques Appliquées), INFORMATIQUE (Informatique pratique), MATHEMATIQUES (Analyse).

Mots-clés (phase 2)

Mots-Clés (en français)	Mots-Clés (en anglais)
<i>Epidémiologie mathématique</i>	<i>Mathematical epidemiology</i>
<i>Modélisation mathématique</i>	<i>Mathematical Modeling</i>
<i>Simulation</i>	<i>Simulation</i>
<i>Systèmes différentiels non linéaires</i>	<i>Non linear differential systems</i>
<i>Résolution numérique</i>	<i>Numerical resolution</i>

Bibliographie commentée

L'épidémiologie est une discipline qui daterait du Ve siècle av. JC. Cependant, il a fallu attendre le XVIIIe siècle et le travail de Daniel Bernoulli pour comprendre l'importance des mathématiques dans cette discipline, notamment le domaine de l'analyse, qui théorise sous forme de fonctions des phénomènes et des variables réels. Par conséquent, on a vu se développer plusieurs travaux de mathématiciens pour essayer de produire des théories afin d'étudier mathématiquement le transport des épidémies au sein d'une population. [1]

Ainsi, l'épidémiologie mathématique consiste à modéliser le transport des épidémies à travers un paramétrage puis une mise en équations, pour être en mesure d'expliquer le transport d'une épidémie et de prédire son comportement dans le temps d'une part, et étudier l'efficacité des solutions (vaccins, quarantaines...) de cette épidémie d'autre part. De ce fait, l'évolution d'une épidémie est souvent assimilée à un système différentiel qui dépend de plusieurs paramètres (taux de létalité, taux de guérison...) et qui généralement est non linéaire, ce qui explique la difficulté de la résolution à la main et justifie l'utilisation de l'outil informatique (langage Python).[2]

La théorie la plus répandue et utilisée en épidémiologie mathématique est celle des modèles

compartimentaux qui consiste à diviser la population étudiée en plusieurs compartiments : Susceptible (S), Exposé (E)... En 1927, W. O. Kermack et A. G. McKendrick proposent un modèle mathématique fondateur appelé le modèle SIR (pour Susceptible, Infectieux, Retiré) qui divise une population en 3 compartiments et décrit les interactions entre eux à l'aide des systèmes différentiels précédemment évoqués.[2]

Depuis, la théorie de l'épidémiologie mathématique s'est développée et d'autres modèles ont été proposés pour s'adapter à la maladie étudiée et à ses caractéristiques notamment la mortalité (SIR avec mortalité) et/ou la période d'incubation (SEIR) qui prend en compte la non contagiosité des exposés pendant une certaine période postérieure à l'infection. [3]

L'étude théorique sera ensuite mise en pratique pour le l'épidémie d'Ebola, cette dernière étant un virus qui a été identifié à la fin du XXe siècle, et dont la dernière épidémie recensée est l'épidémie en Afrique entre 2014 et 2016, qui sera l'objet de notre étude. En Sierra Leone, elle a touché plus de 14.000 personnes et a fait plus de 3900 morts.[4][5] Les modèles proposés précédemment peuvent décrire le transport de cette maladie avec plus de précision les uns que les autres.

Pour déterminer les valeurs numériques des paramètres (taux de mortalité, taux de guérison ...), il a fallu relever les valeurs numériques tirées à partir des statistiques officielles de l'Organisation mondiale de la Santé (OMS ou WHO)[5]. Pour ce faire il faut transformer les courbes obtenues (discrètes) en des courbes lisses pour en tirer des données exploitables. Trois méthodes sont envisageables. Premièrement, l'interpolation qui consiste en la recherche d'un polynôme de degré minimal passant par tous les points des courbes discrètes obtenues. Deuxièmement, l'approximation dont le principe est la recherche d'un polynôme qui approche la fonction sans pour autant passer nécessairement par tous les points. Finalement, on pourra penser à l'utilisation d'un logiciel adapté tel que Microsoft Excel pour approcher la courbe par une fonction usuelle (Un polynôme ou une exponentielle sont envisageables).[6]

Problématique retenue

Dans le cadre de la théorie des modèles compartimentaux, il s'agira d'essayer de décrire le plus fidèlement possible le transport d'une épidémie au sein d'une population supposée fermée et homogène (exemple d'Ebola en Sierra Leone) par une méthode comparative des modèles.

Objectifs du TIPE

1- Premièrement, il s'agira d'étudier différents modèles mathématiques décrivant le transport d'une épidémie au sein d'une population.

2- Ensuite, j'essaierai de décrire les caractéristiques de l'épidémie à étudier (Ebola) afin de pouvoir se prononcer sur les modèles mathématiques potentiellement fidèles à cette épidémie.

3- Je vais ensuite écrire des algorithmes en Python permettant d'approcher la fonction obtenue grâce aux statistiques par une fonction lisse (au moins une fois dérivable).

4- Finalement, il faudra comparer les résultats des modèles préalablement sélectionnés avec les statistiques et conclure quant à leur fidélité et leur efficacité.

Références bibliographiques (phase 2)

- [1] ALAIN-JACQUES VALLERON : La Jaune et La Rouge, Brève histoire de l'épidémiologie avant le XXe siècle : <https://www.lajauneetlarouge.com/article/breve-histoire-de-lepidemiologie-avant-le-xxe-siecle#.XDck9MYo9uQ>,
- [2] MAIA MARTCHEVA : An Introduction to Mathematical Epidemiology : *Springer, 2015*
- [3] FRED BRAUER, CARLOS CASTILLO-CHÀVEZ : Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology : *Springer, 2001*
- [4] PAUL BENKIMOUN : Le Monde, 1976, à la découverte du virus Ebola : https://www.lemonde.fr/planete/article/2014/08/10/1976-a-la-decouverte-du-virus-ebola_4469215_3244.html , Publié le 10 août 2014, Mis à jour le 11 août 2014, Consulté le 20 décembre 2018
- [5] ORGANISATION MONDIALE DE LA SANTÉ : Ebola data and statistics : <http://apps.who.int/gho/data/view.ebola-sitrep.ebola-summary-latest?lang=en>
- [6] GLORIA FACCANONI : Analyse numérique. Recueil d'exercices corrigés et aide-mémoire : http://faccanoni.univ-tln.fr/user/enseignements/20142015/M33_L2.pdf