

Modèle de Leslie pour l'étude de la dynamique des populations

La démographie est un domaine qui étudie l'impact des problèmes sociaux tel que la migration, le divorce..., sur le nombre d'individus au sein d'une société, en s'appuyant sur des modèles mathématiques visant la prédiction du comportement d'une population avec le temps : c'est le cas du modèle de Leslie.

Ce sujet est largement lié au thème de la ville. En effet, les ressources naturelles d'une ville sont limitées et tendent à s'épuiser, ce qui nécessite l'étude de la manière suivant laquelle évoluera la démographie de cette ville afin de prendre des précautions écologiques convenables.

Positionnement thématique (ÉTAPE 1) :

- *MATHEMATIQUES (Algèbre)*
- *INFORMATIQUE (Informatique pratique)*

Mots-clés (ÉTAPE 1) :

Mots-clés (en français)	Mots-clés (en anglais)
<i>Démographie</i>	<i>Demography</i>
<i>Population</i>	<i>Population</i>
<i>Modèle matriciel</i>	<i>Matrix model</i>
<i>Matrice de Leslie</i>	<i>Leslie Matrix</i>
<i>Théorème de Perron-Frobenius</i>	<i>Perron-Frobenius theorem</i>

Bibliographie commentée

La démographie est une science ayant pour objet l'étude des populations humaines. Elle s'intéresse au dénombrement des individus et à la compréhension de la dynamique ainsi que la structure des populations. Pour ce faire, elle s'appuie sur des méthodes matricielles qui essaient de modéliser d'une façon claire voire simple la manière suivant laquelle évoluera une population avec le temps. [3]

L'un de ces modèles démographiques est celui introduit par P.H. Leslie en 1945 en [1]. Ce dernier avait critiqué le fait que dans les modèles précédents, les taux de fécondité et de mortalité étaient constants parmi tous les individus de la population considérée, alors que ceux-ci varient en fonction de l'âge des individus. Il avait donc proposé un nouveau type de modèle simple en découpant la population étudiée en des classes d'âge, dont chacune est caractérisée par son propre taux de fécondité et par une probabilité de survivre et de passer à la classe d'âge suivante. Il a regroupé ensuite toutes ces informations caractérisant la population dans une matrice portant son nom : c'est la matrice de Leslie. [1]

L'utilisation de ce type de modèle s'est ensuite répandue parmi les démographes et les écologistes, car il est bien adapté aux méthodes de comptage et de recensement des individus, et

son utilisation fait appel à des outils mathématiques relativement simples. En effet, ce modèle s'appuie principalement sur le théorème de Perron-Frobenius qui s'intéresse au spectre de la matrice de Leslie et permet de déterminer plusieurs caractéristiques démographiques concernant la population étudiée, telles que le taux de croissance, la vitesse de convergence vers un état stable pour la population, les valeurs reproductives et le taux de reproduction net. Cette analyse en régime asymptotique a donc permis de savoir ce qui se passe sur le long terme et de répondre aux questions suivantes : la population initiale va-t-elle croître ou décroître ? Est-ce que la population se maintient ou bien est-ce qu'elle s'éteint ? Y a-t-il convergence vers un équilibre, oscillations périodiques (et de quelle période), ou bien des fluctuations chaotiques ?

[2,3,4]

Généralisant les travaux de Leslie, le livre **[2]** de H.Caswell est considéré, à son tour, comme un ouvrage de référence en ce qui concerne les modèles de populations basés sur des matrices. Cet écologue mathématicien a non seulement proposé une reformulation rigoureuse de tous les aspects mathématiques dans les travaux de Leslie, mais a aussi généralisé la manière suivant laquelle on décompose la population. **[2,4]**

Problématique retenue

Étant donnée une distribution initiale des individus entre les différentes classes d'âge, comment celle-ci va-t-elle évoluer au cours du temps ?

Objectifs du TIPE du candidat

- Donner une modélisation de la dynamique d'une population en tenant compte des taux de fécondité et de survie.
- Prédire la manière suivant laquelle évoluerait l'effectif d'une population.
- Appliquer le modèle de Leslie sur une ville marocaine.

Références bibliographiques (ÉTAPE 1)

[1] P.H. LESLIE : On the use of matrices in certain population mathematics : <https://jxshix.people.wm.edu/2009-harbin-course/classic/leslie.pdf>

[2] HAL CASWELL : Structured-Population Models in Marine, Terrestrial, and Freshwater Systems : https://www.researchgate.net/publication/290867104_Matrix_Methods_for_Population_Analysis

[3] SANDRINE CHARLES - ARNAUD CHAUMOT - CHRISTELLE LOPES : Les modèles démographiques matriciels : <http://bmm.univ-lyon1.fr/bmm/data/cours/LeslieAndCo.pdf>

[4] SANDRINE CHARLES : Les modèles matriciels de type Leslie : Une approche couplée Mathématiques et Statistiques : https://www.researchgate.net/publication/280783704_Les_modeles_matriciels_de_type_Leslie_Une_approche_couplee_Mathematiques

DOT

[1] : Janvier 2022 - Mars 2022 : - Étude de la première référence bibliographique. Une référence qui présente généralement le modèle de Leslie .

- [2] : Mars 2022: - Juillet 2022: - Première idée d'application du modèle de Leslie: Prédiction de la manière suivant laquelle évoluerait la population de Benguerir.
- [3] : Juillet 2022: - Octobre 2022 : -J'ai développé plus le côté théorique.
- [4] : Novembre 2022: -Demande et réception des statistiques démographiques de Benguerir du Haut-Commissariat du Plan.
- [5] : Septembre 2022: - Établissement de la matrice de Leslie pour la ville de Benguerir.
- [6] : Janvier 2023 - Juin 2023: - Comparaison des résultats obtenus avec l'étude théorique. - Finalisation du TIPE.