Étude d'une pompe MHD : propulsion magnétohydrodynamique

Présenté par : Walid BASLAM

Session 2026

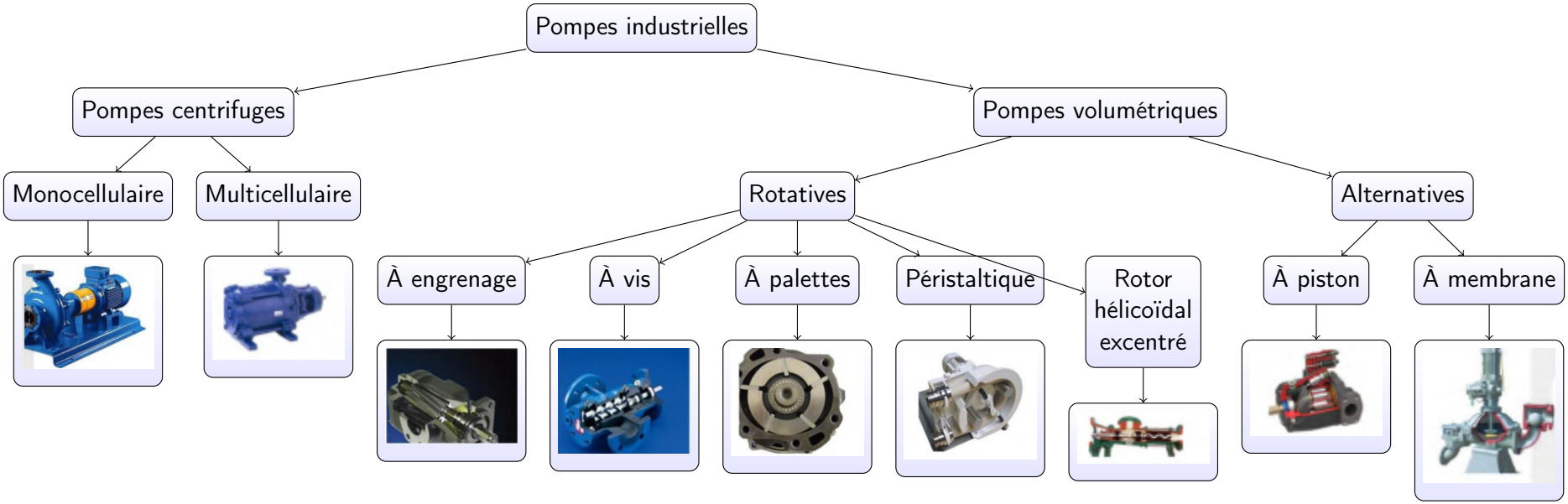
Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Problématique
- 3 Principe de la pompe MHD et choix technologiques
- 4 Théorie générale
- 5 Pompe MHD dans un circuit de refroidissement
- 6 Pompe MHD en assistance cardiaque
- 7 Essai et conception
- 8 Annexe

Étape 1

1. Introduction
2. Problématique
3. Principe de la pompe MHD et choix technologiques
4. Théorie générale
5. Pompe MHD dans un circuit de refroidissement
6. Pompe MHD en assistance cardiaque
7. Essai et conception
8. Annexe

Classification des pompes classiques



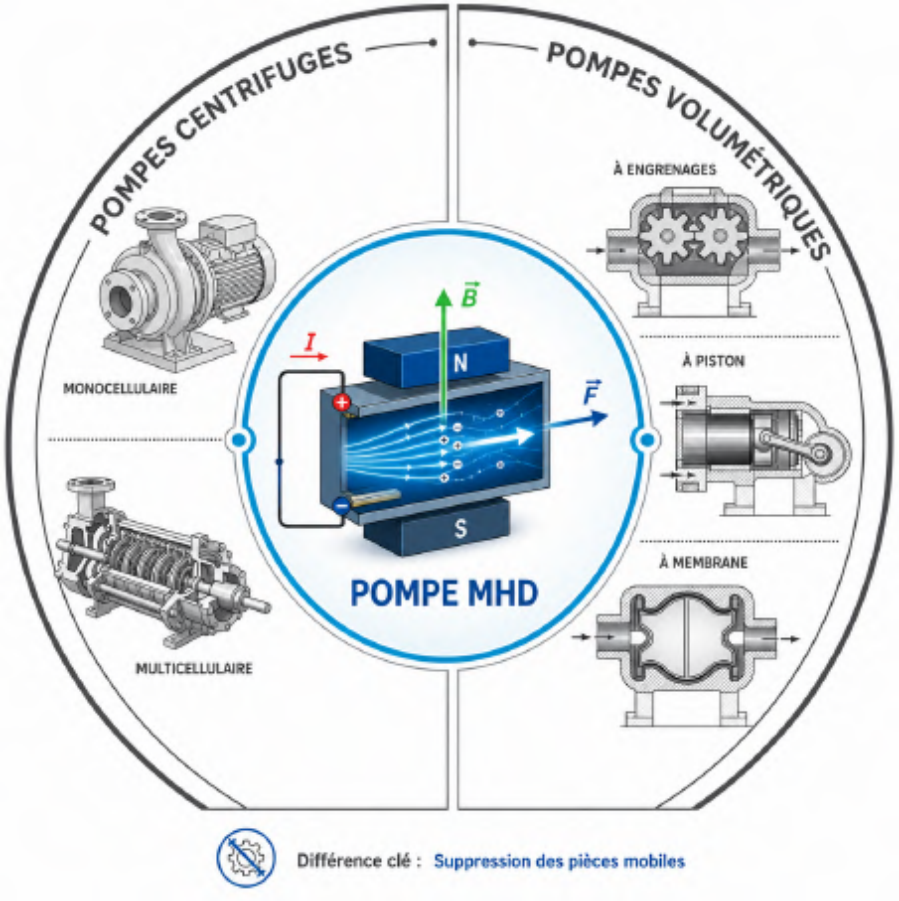
Avantages et inconvénients des pompes classiques

Technologie	Avantages	Inconvénients
Centrifuge	Débit élevé. Flux continu. Prix faible.	Pression limitée. Réservée au fluide non visqueux. Usure mécanique .Cisaillement.
Alternative	Capacité de pressions extrêmes (jusqu'à 10^5 psi). Adaptée aux fluides visqueux.	Débit faible. Coût élevé.
Rotative	Flux continu et coût initial bas. Très efficace pour les hautes viscosités .	Débit et pression limités. Usure mécanique.

Table – Comparatif des technologies de pompage conventionnelles

Choix de la pompe MHD

- La pompe MHD se présente comme une technologie capable de pallier les défis d'étanchéité, de masse , de sécurité et de cisaillement propres aux systèmes mécaniques conventionnels. En s'appuyant sur un fonctionnement purement électromagnétique, elle permet d'assurer un écoulement fluide sans aucune pièce mobile.



Étape 2

1. Introduction
2. **Problématique**
3. Principe de la pompe MHD et choix technologiques
4. Théorie générale
5. Pompe MHD dans un circuit de refroidissement
6. Pompe MHD en assistance cardiaque
7. Essai et conception
8. Annexe

Positionnement du problème

Problématique : *Comment concevoir une pompe MHD, alliant performance, simplicité de mise en œuvre, et fiabilité, tout en répondant aux contraintes techniques et pratiques ?*

- Enjeux : étanchéité , sécurité opérationnelle , maîtrise du cisaillement , absence de bruit et maintenance minimale.

Étape 3

1. Introduction
2. Problématique
3. Principe de la pompe MHD et choix technologiques
4. Théorie générale
5. Pompe MHD dans un circuit de refroidissement
6. Pompe MHD en assistance cardiaque
7. Essai et conception
8. Annexe

Principe de la pompe

Le principe général de fonctionnement de toute pompe magnétohydrodynamique (MHD) repose sur le couplage électromagnétique au sein d'un fluide conducteur.

Relation fondamentale

$$\vec{f} = \vec{j} \wedge \vec{B}$$

C'est cette force motrice qui entraîne la circulation du fluide conducteur dans le canal, s'affranchissant de toute pièce mobile.

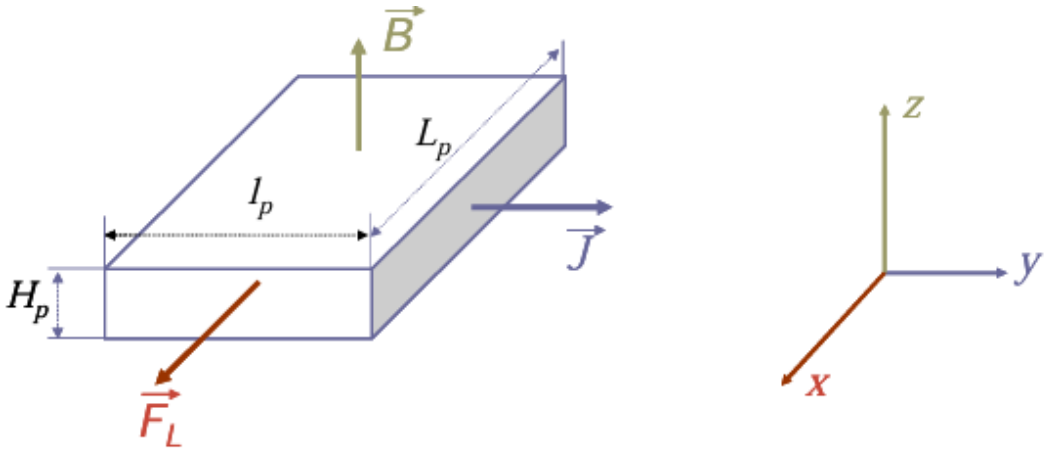
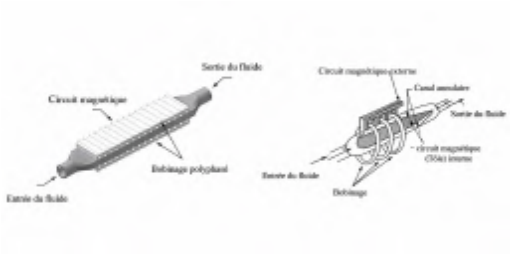


Figure : Principe de fonctionnement d'une pompe MHD

Topologies des pompes MHD

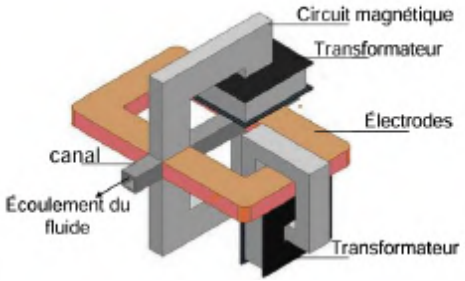
On distingue trois modèles de pompes MHD, classés selon le mode d'introduction du courant et le régime d'alimentation :

1. Induction (AC)



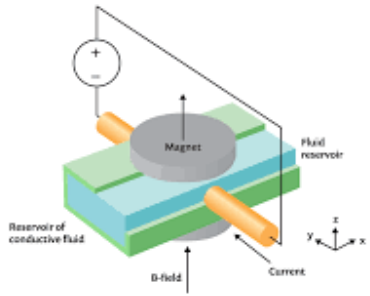
Génération de courants de Foucault directement dans le fluide via un **champ magnétique glissant** (stator).

2. Conduction AC



Courant alternatif injecté par **des électrodes** en contact avec le fluide.

3. Conduction DC



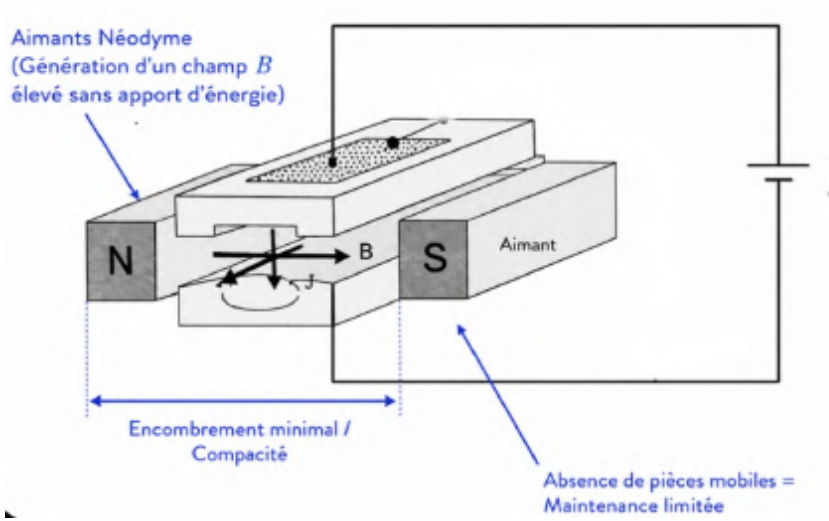
Courant continu injecté par **électrodes**, soumis à un **champ statique** (aimants permanents).

Bilan et Choix technologique

Dans la suite de cette étude, le choix se porte sur la **pompe MHD à conduction en courant continu (DC)**.

Ce choix est dû aux atouts qu'elle présente :

- masse réduite, encombrement minimal et simplicité de conception.
- consommation énergétique maîtrisée et maintenance limitée.
- champ magnétique élevé grâce aux **aimants permanents**.



Étape 4

1. Introduction
2. Problématique
3. Principe de la pompe MHD et choix technologiques
4. Théorie générale
5. Pompe MHD dans un circuit de refroidissement
6. Pompe MHD en assistance cardiaque
7. Essai et conception
8. Annexe

Schéma analytique de la pompe

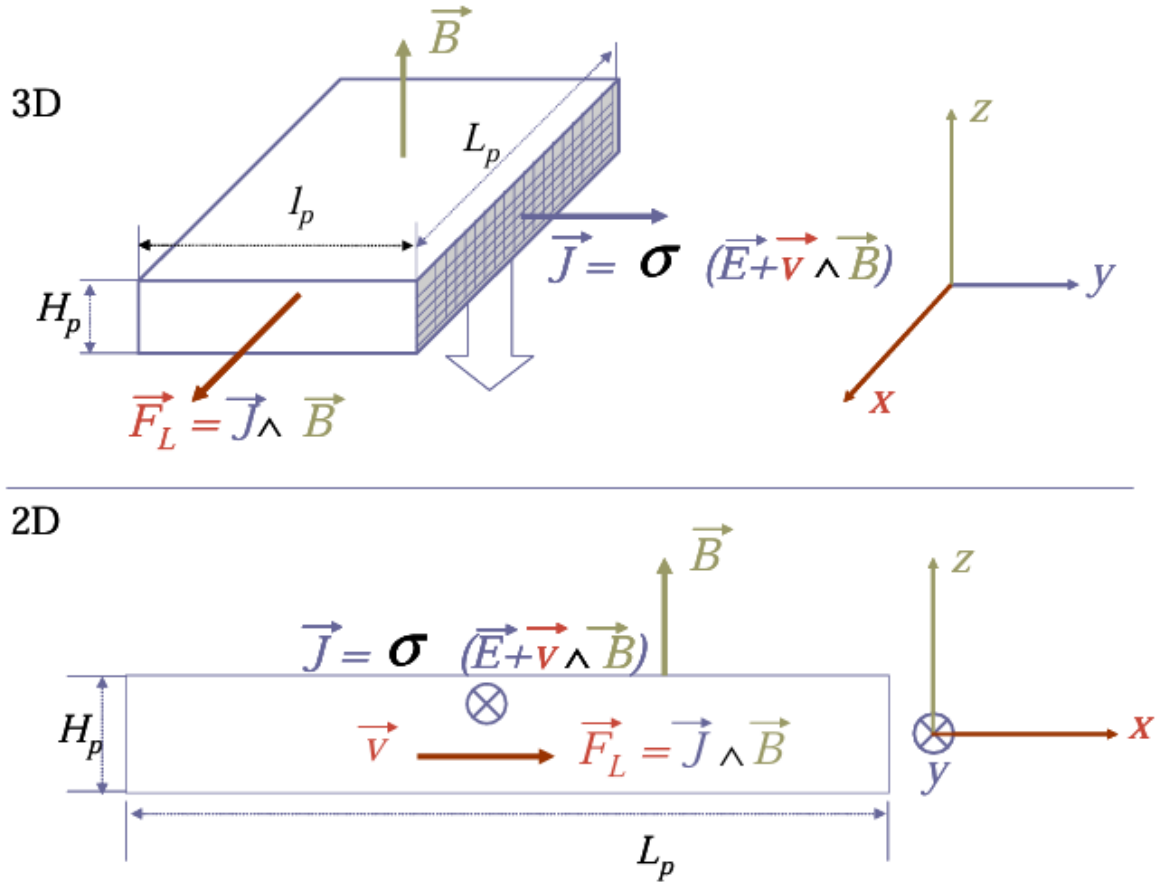


schéma de la pompe

Nomenclature et Notations

- **Géométrie de la pompe :**
  - L_p : longueur du canal de la pompe.
  - H_p, l_p : hauteur et largeur du canal.
  - S : section transversale du canal ($S = l_p \times H_p$).
  - R, r : rayon du canal (pour la géométrie cylindrique) et variable radiale.
- **Propriétés du fluide :**
  - ρ : masse volumique du fluide.
  - μ : viscosité dynamique du fluide.
  - σ : conductivité électrique.
- **Grandeurs électromagnétiques :**
  - $\vec{B}$, $\vec{E}$: champs magnétique et électrique appliqués.
  - $\vec{J}$: vecteur densité de courant.
  - U : tension électrique appliquée aux bornes des électrodes.
  - $\vec{f}_{em}$ (ou $\vec{F}_L$) : force électromagnétique de Laplace volumique.

Nomenclature et Notations

- **Grandeurs hydrodynamiques et caractéristiques :**
  - $\vec{v}$ (ou v_x, $u(r)$) : champ de vitesse de l'écoulement.
  - Q (ou Q_v) : débit volumique.
  - P, ΔP : pression locale et différence de pression motrice.
  - Ha : nombre de Hartmann (traduit le rapport entre les forces magnétiques et visqueuses).

Bilan et expressions volumiques des forces

- **Force électromagnétique ($\vec{f_{em}}$) :** C'est le **terme moteur** volumique.

$$\vec{f_{em}} = \vec{J} \wedge \vec{B} \tag{1}$$

Ensuite le vecteur densité de courant peut être exprimé comme :

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \tag{2}$$

(Démonstration en Annexe)

Force électromagnétique ($\vec{f_{em}}$)

Finalement en remplacant :

$$\vec{f_{em}} = \sigma B(E - Bv_x)\vec{e_x} \tag{3}$$

Bilan et expressions volumiques des forces

- **Forces de pesanteur ($\vec{f}_{pesanteur}$) :**

$$\vec{f}_g = \rho \vec{g} \tag{4}$$

- **Action du gradient de pression ($\vec{f}_{pression}$) :** La pompe force le fluide à monter vers les hautes pressions créant ainsi cette force de pression :

$$\vec{f}_{pression} = -\vec{\nabla} P \tag{5}$$

- **Forces de viscosité ($\vec{f}_{visc}$) :** Elles modélisent les frottements internes et aux parois.

$$\vec{f}_v = \mu \Delta \vec{v} \tag{6}$$

Principe fondamental

On applique le principe fondamental de la mécanique sous sa forme volumique :

$$\rho\vec{a} = \sigma B(E - Bv_x)\vec{e}_x + \rho\vec{g} - \vec{\nabla}P + \mu\Delta\vec{v} \tag{7}$$

De plus l'accélération s'écrit :

$$\vec{a} = \frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v} \tag{8}$$

(Démonstration en Annexe)

Hypothèses

- **On suppose que :**
  - l' écoulement est laminaire.
  - l' écoulement est selon la direction x.
  - le régime permanent est atteint
  - le gradient de pression est uniformément réparti

donc :

$$\vec{v} = v_x \vec{e}_x \quad \text{et} \quad \vec{a} = \vec{0} \tag{9}$$

$$-\vec{\nabla} P = -\frac{\partial P}{\partial x} \vec{e}_x = -\frac{\Delta P}{L_p} \vec{e}_x \tag{10}$$

Équation principale

Navier-Stokes

Finalement on remplace et on projette selon $\vec{e_x}$:

$$\mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} + \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \sigma B(E - B v_x) = \frac{\Delta P}{L_p} \tag{11}$$

Équation simplifiée

En réarrangeant l'équation et en supposant que $l_p \gg H_p$:

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} - \frac{\sigma B^2}{\mu} v_x = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\Delta P}{L_p} - \sigma B E\right) \tag{12}$$

On introduit donc **le nombre de Hartmann :**

$$Ha = B H_p \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} \tag{13}$$

Profil de vitesse

En prenant en compte les conditions aux limites (vitesse nulle aux parois), la solution de l'équation (12) se met sous la forme :

$$v(z) = \frac{\sigma BE - \dfrac{\Delta P}{L_p}}{\sigma B^2} \left[1 - \frac{\cosh\left(Ha \dfrac{z}{H_p} \right)}{\cosh\left(\dfrac{Ha}{2} \right)} \right] \tag{14}$$

Débit

À l'aide de l'expression (14) on obtient :

$$Q_v = l_p \left(\frac{\sigma BE - \frac{\Delta P}{L_p}}{\sigma B^2} \right) \left[z - \frac{H_p}{Ha} \frac{\sinh\left(Ha \frac{z}{H_p} \right)}{\cosh\left(\frac{Ha}{2} \right)} \right]_{-H_p/2}^{H_p/2} \tag{15}$$

et donc :

$$Q_v = S \left(\frac{\sigma BE - \frac{\Delta P}{L_p}}{\sigma B^2} \right) \left[1 - \frac{2}{Ha} \tanh\left(\frac{Ha}{2} \right) \right] \tag{16}$$

Pression

Caractéristique de la pompe

$$\Delta P = \sigma B L_p E - \frac{\sigma B^2 Ha}{H_p \times l_p(1 - 2\tanh(Ha/2))} Q \tag{17}$$

$$\text{avec U} = \text{E} \times l_p$$

Étape 5

1. Introduction
2. **Problématique**
3. Principe de la pompe MHD et choix technologiques
4. Théorie générale
5. Pompe MHD dans un circuit de refroidissement
6. Pompe MHD en assistance cardiaque
7. Essai et conception
8. Annexe

Application 1 : Refroidissement des circuits

La technique de refroidissement par convection forcée reste l'une des plus efficaces. Elle utilise des fluides à fort coefficient de transfert thermique tels que le **mercure (Hg)**, le **sodium (Na)** ou le **gallium (Ga)**.

Avantages de la pompe MHD

- **Haute température :** adaptée aux fluides caloporteurs extrêmes.
- **Sécurité :** arrêt instantané du flux par coupure électrique.
- **Étanchéité :** absence de pièces mobiles et réduction des fuites.

Limites des pompes classiques

- **Pièces mobiles :** usure mécanique et maintenance.
- **Contraintes thermiques :** dégradation possible à haute température.
- **Fuites :** fragilité des joints d'étanchéité rotatifs.

Schéma explicatif

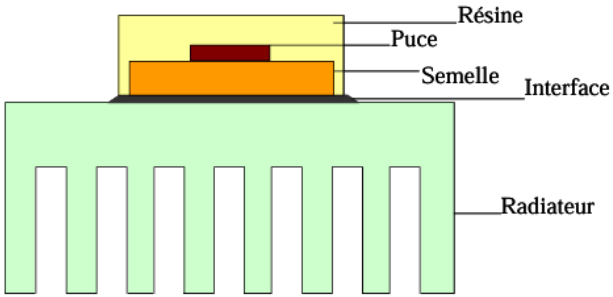


Figure 1 : Radiateur et composant à refroidir.

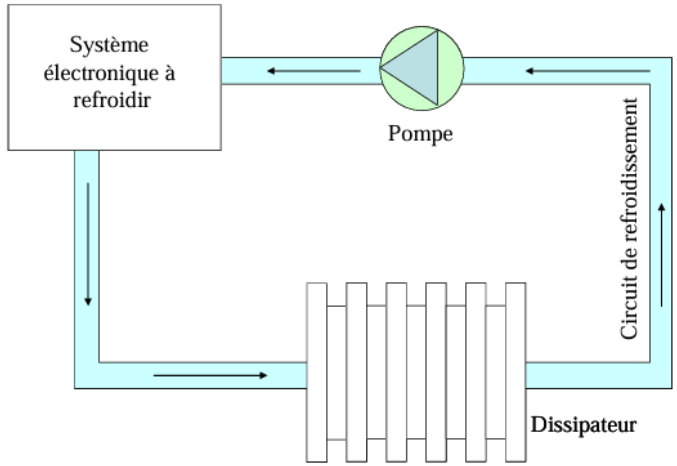


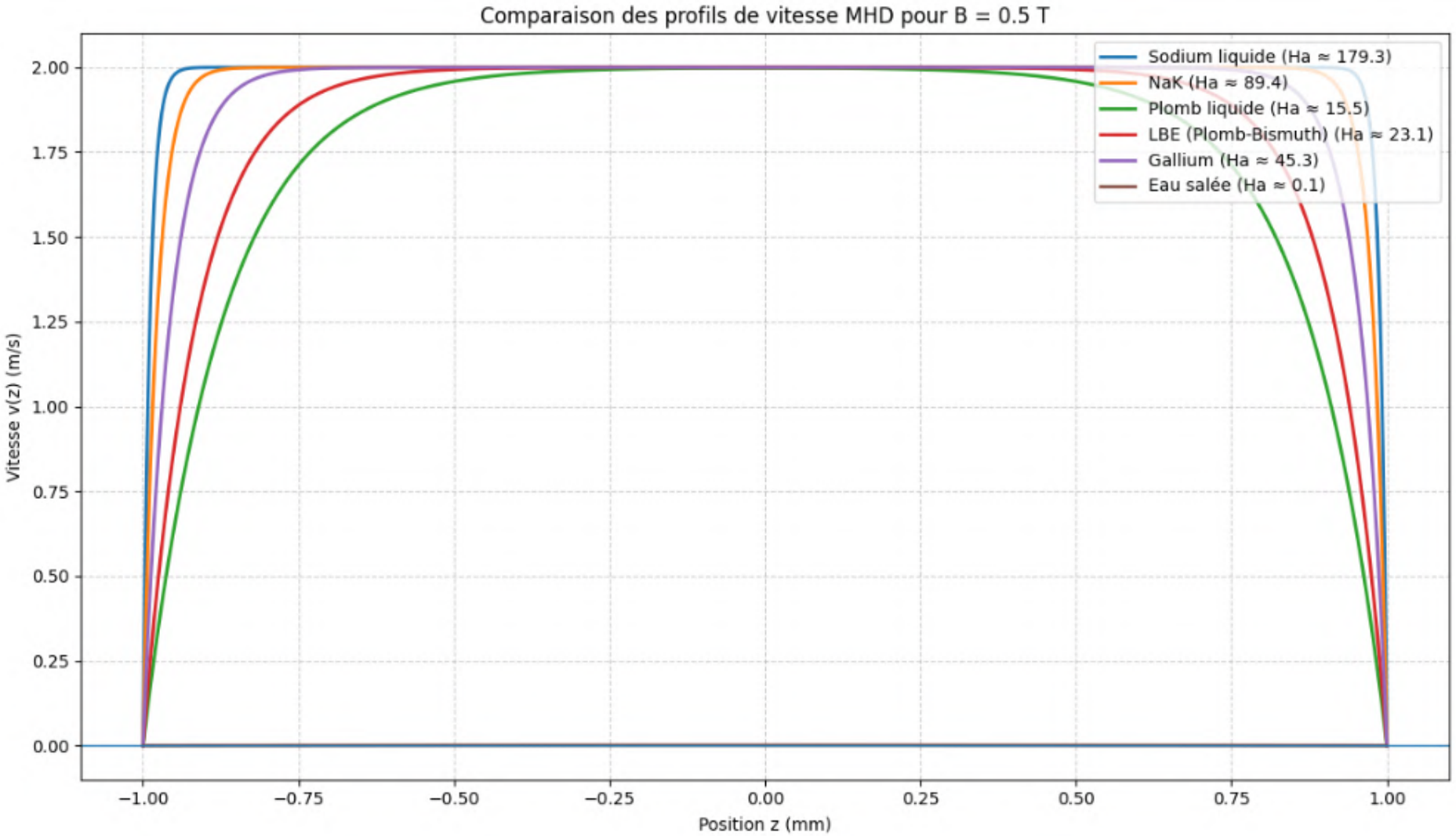
Figure 2 : circuit de refroidissement .

Caractéristique des fluides caloporteurs

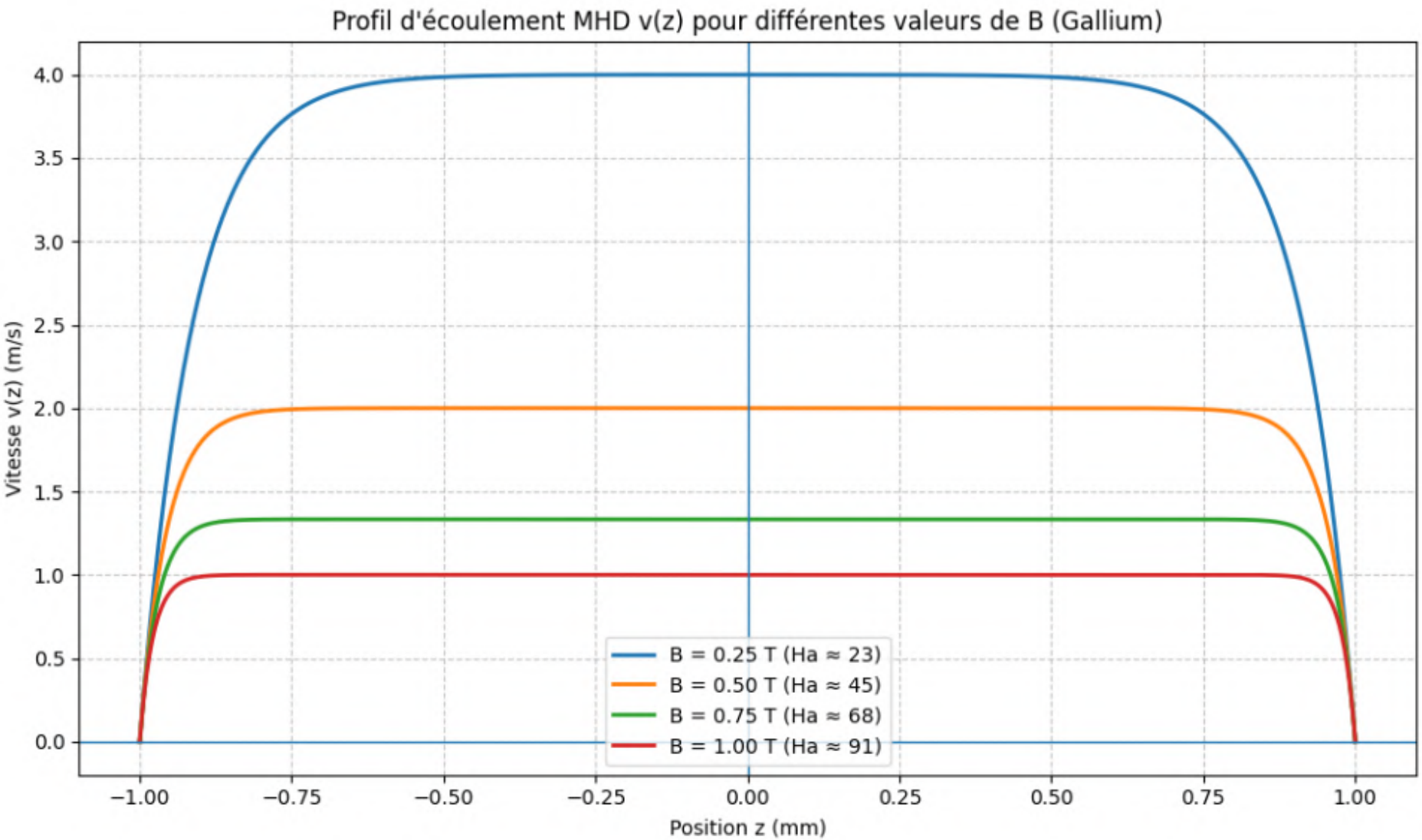
Fluide	σ **(S/m)**	k **(W/m·K)**	μ **(Pa·s)**	T_f **(°C)**
Sodium liquide	9×10^6	71	2.8×10^{-4}	97.8
NaK	2.8×10^6	25	3.5×10^{-4}	-12
Plomb liquide	4.8×10^5	17.1	2.0×10^{-3}	327.4
Plomb-Bismuth (LBE)	8×10^5	14.2	1.5×10^{-3}	125
Gallium	3.7×10^6	29.4	1.8×10^{-3}	29.8
Eau salée	5	0.6	1.0×10^{-3}	0

Table – Propriétés thermophysiques de quelques métaux liquides utilisés en refroidissement et en MHD

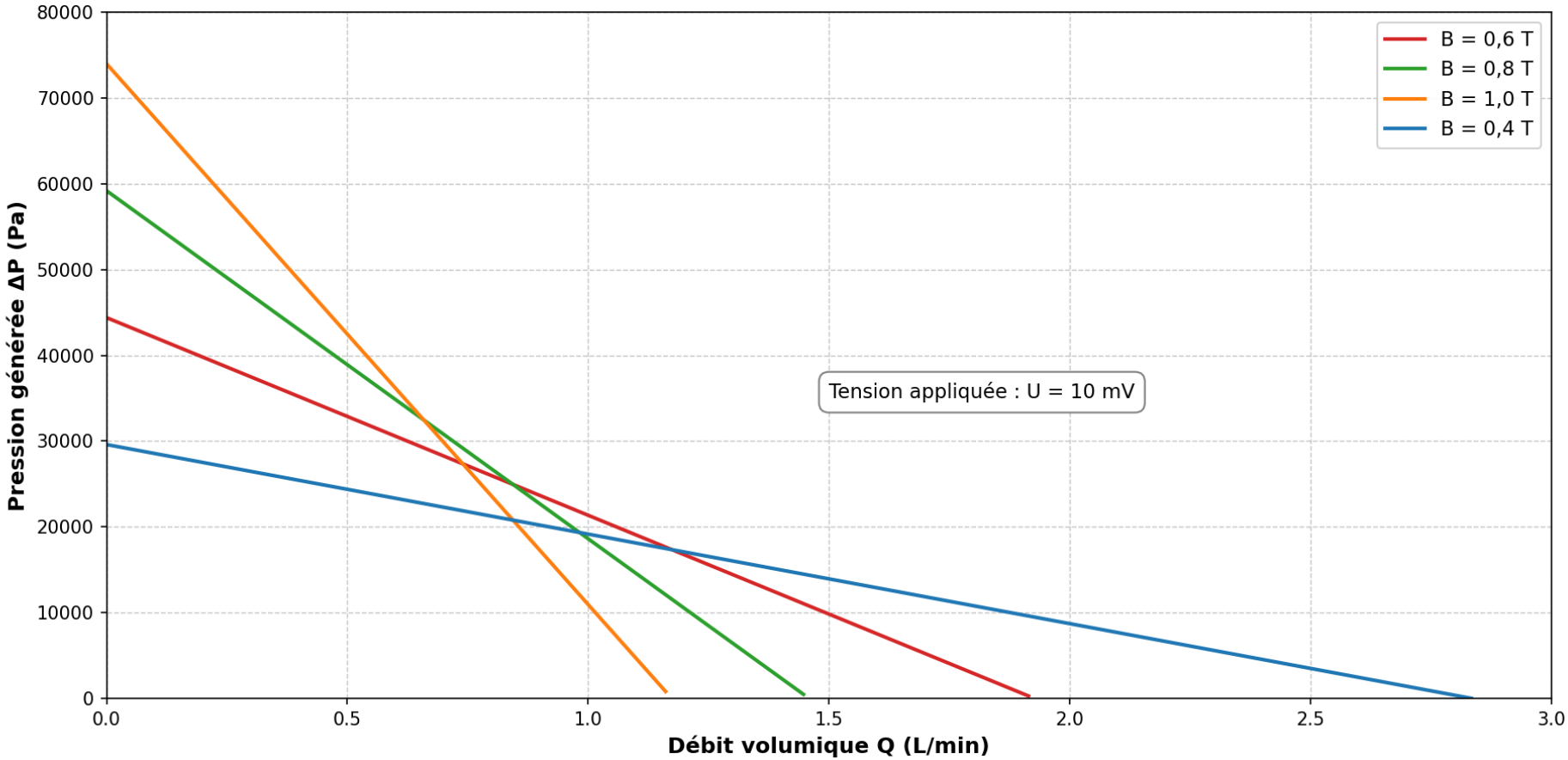
Influence de l'espèce



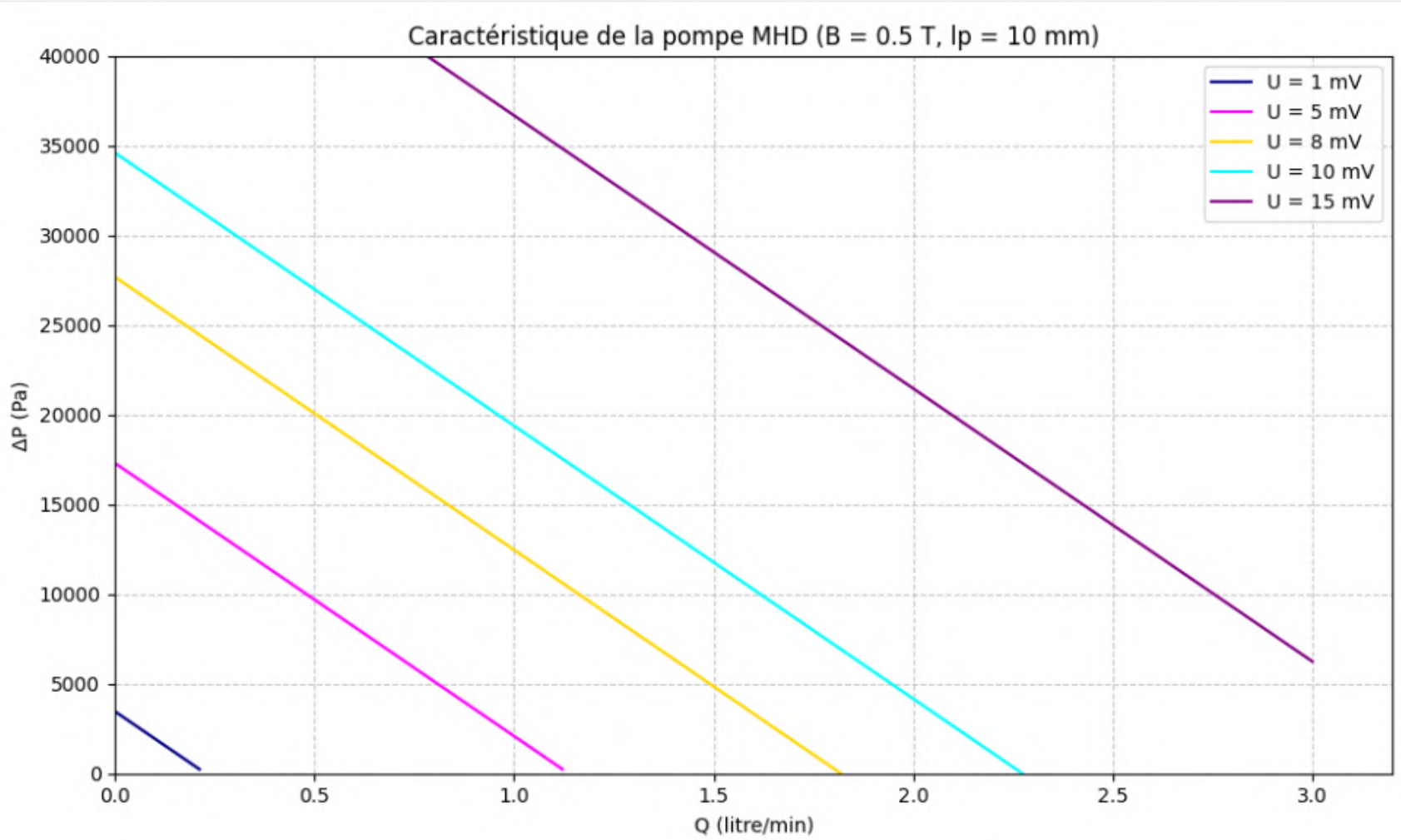
Influence du champ magnétique



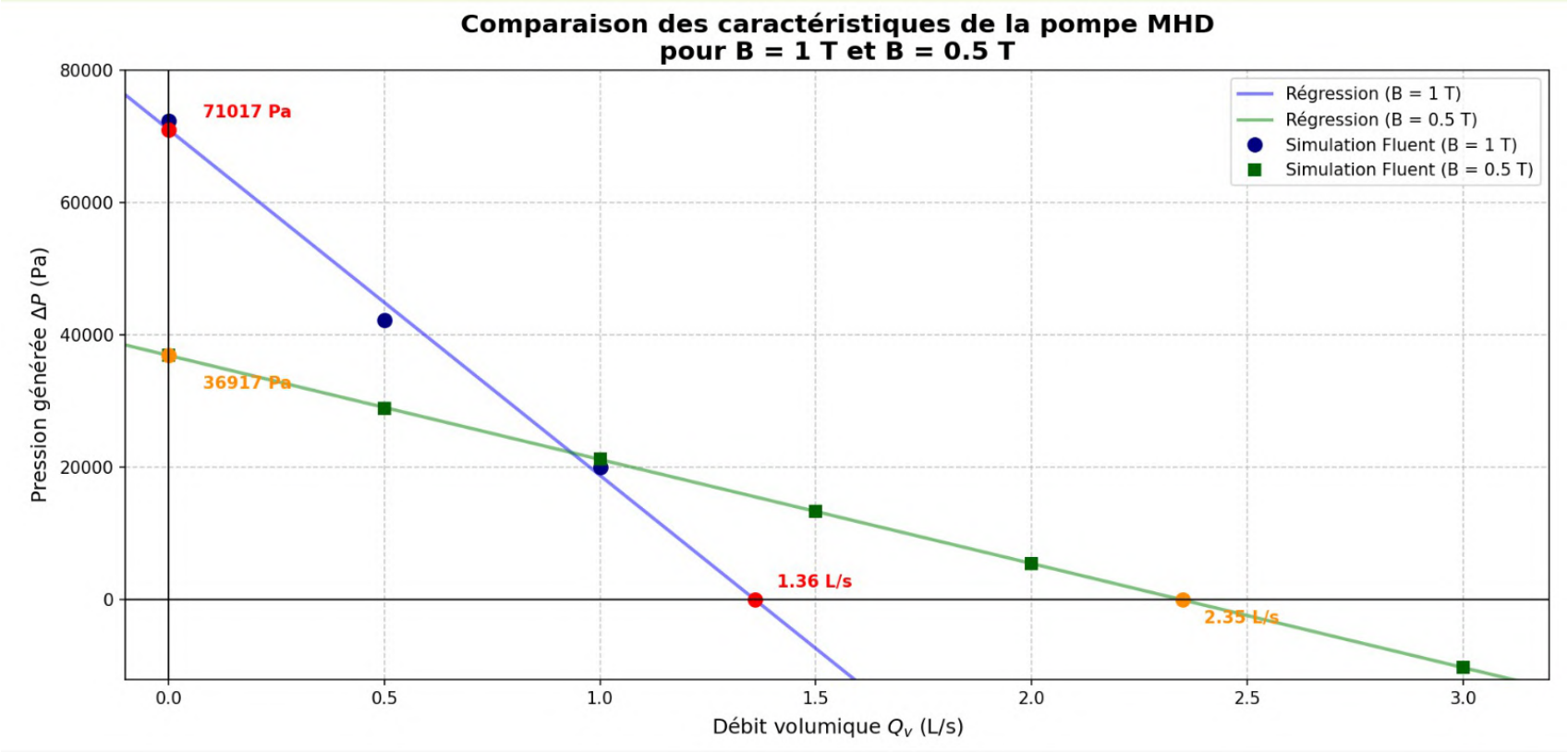
Influence du champ magnétique



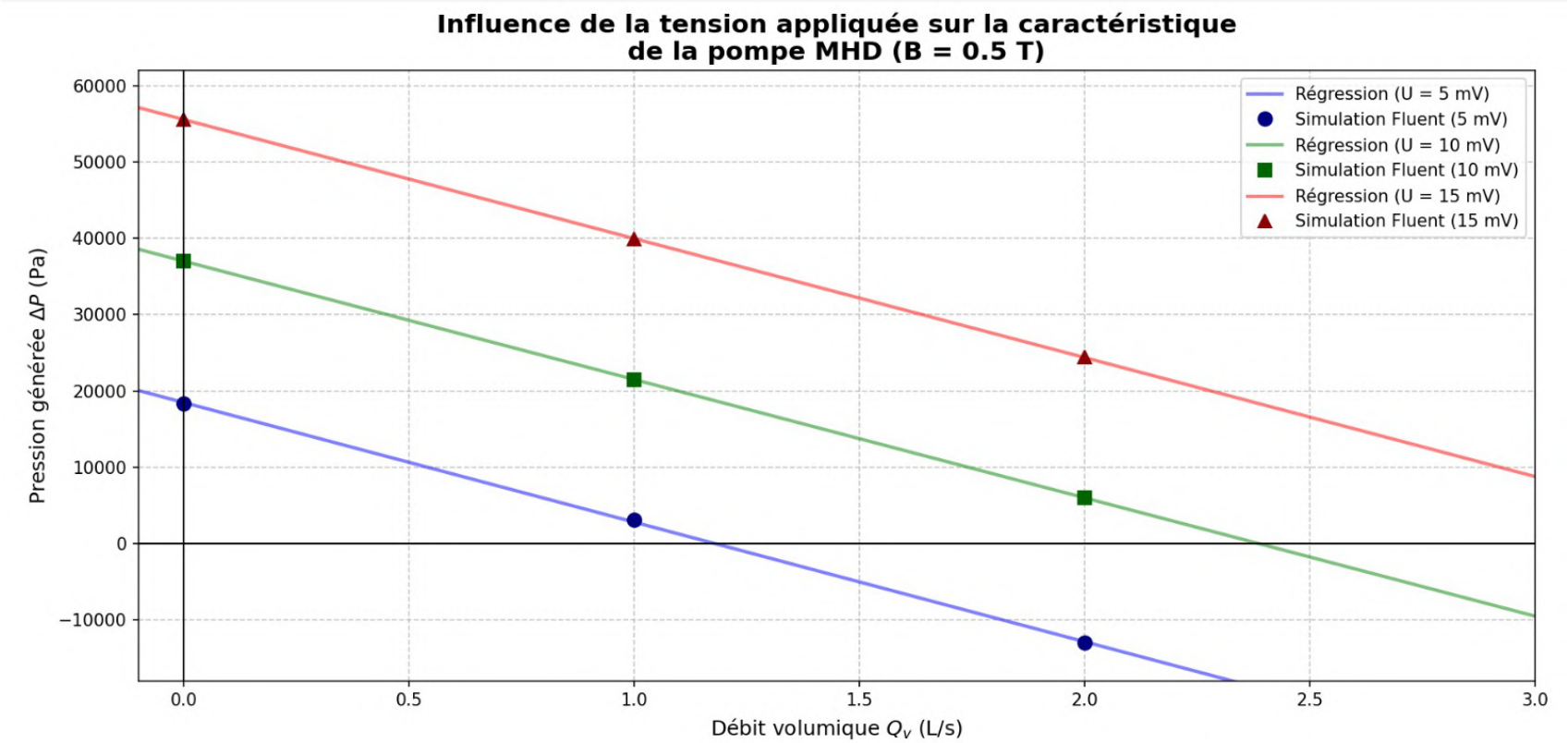
Influence de la tension



Simulation de l'influence du champ magnétique



Simulation de l'influence de la tension



Paramétrage Ansys

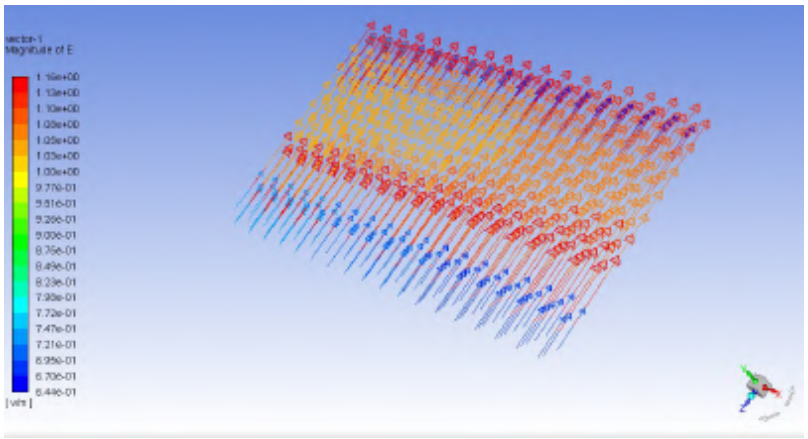


Figure – vecteurs champs électrique

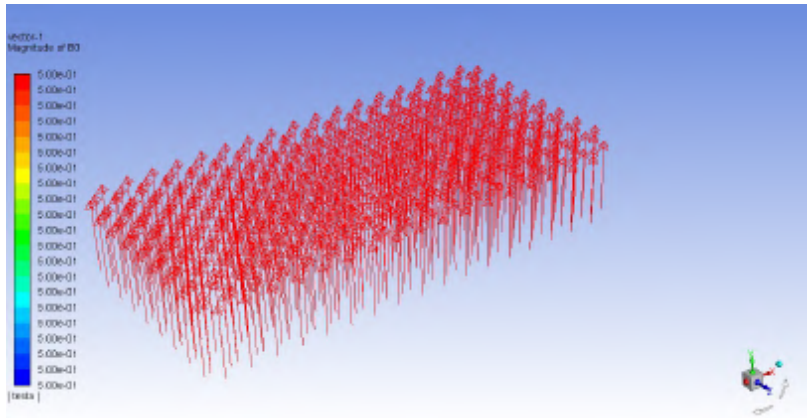


Figure – vecteurs champs magnétique

Résultat

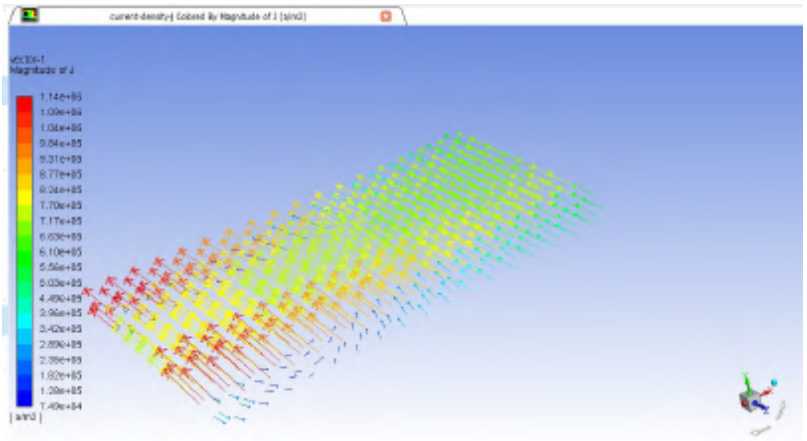


Figure – vecteurs élément de courant

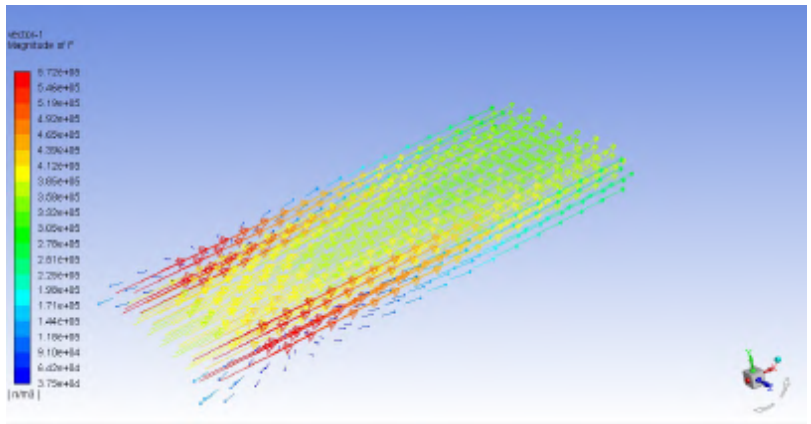
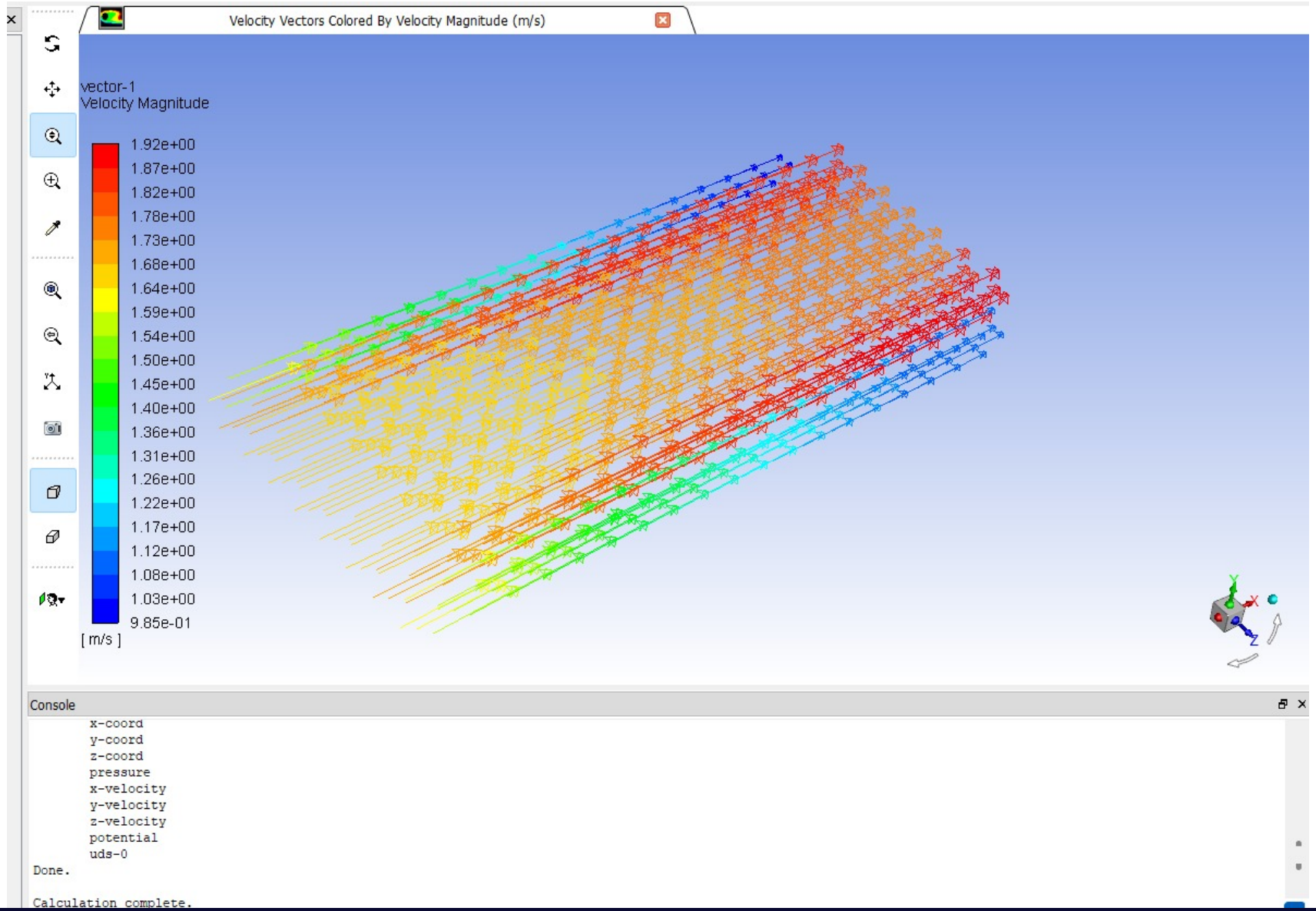


Figure – Force de lorentz

Profil de vitesse

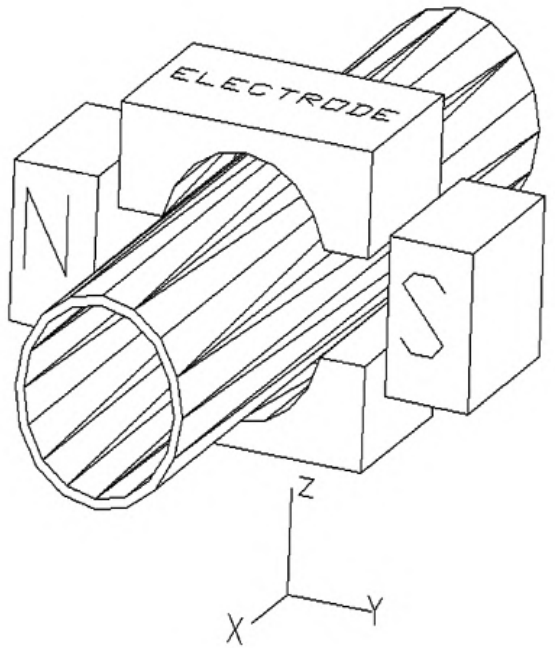


Étape 6

1. Introduction
2. **Problématique**
3. Principe de la pompe MHD et choix technologiques
4. Théorie générale
5. Pompe MHD dans un circuit de refroidissement
6. Pompe MHD en assistance cardiaque
7. Essai et conception
8. Annexe

Application 2

Dans cette section nous allons étudier la possibilité de transposer l'usage de la pompe MHD à l'assistance cardiaque.



Débit et profil de vitesse

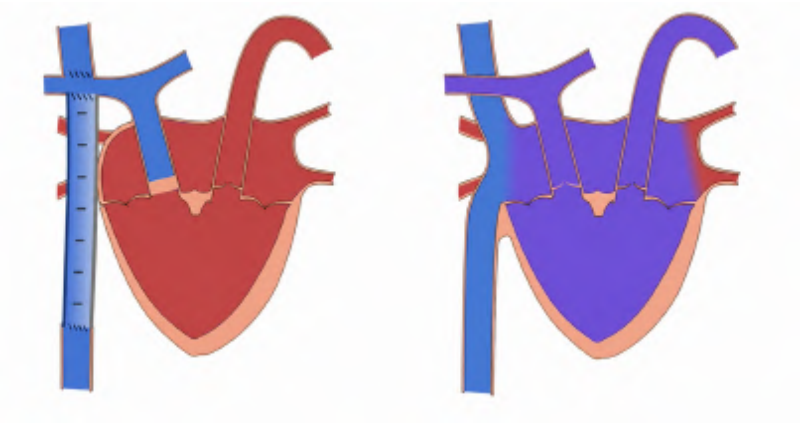


Figure – Écoulement du sang avant et après opération de Fontan

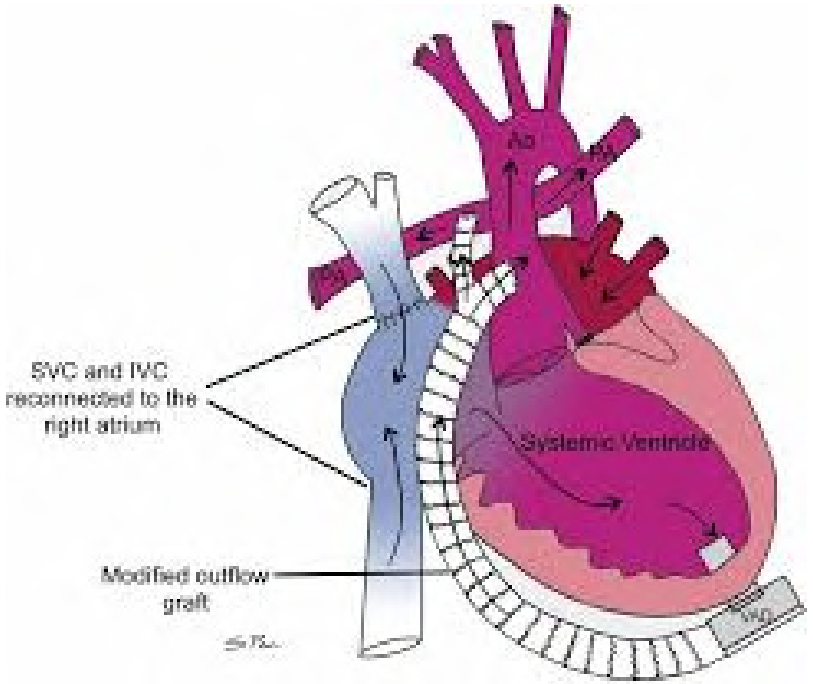
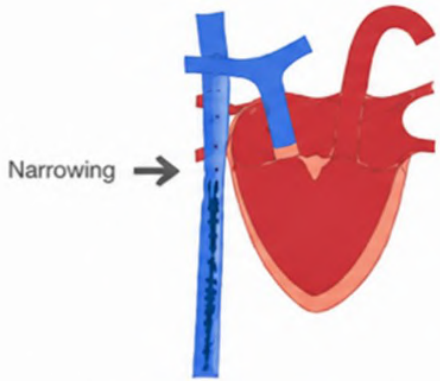
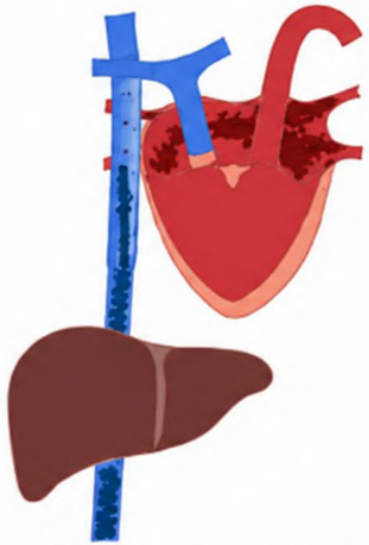


Figure – Assistance cardiaque

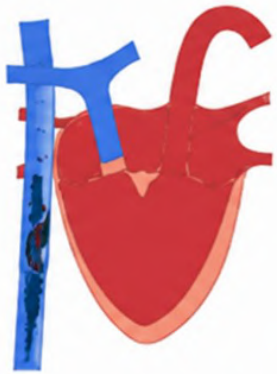
Risques du circuit de Fontan



(a) Formation d'un rétrécissement



(b) Surpression



(c) Accumulation de thrombose

Passage aux coordonnées cylindriques

On applique Navier-Stokes :

$$\rho \frac{du}{dt} = -\frac{dp}{dx} + \mu \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) \tag{18}$$

On suppose que :

$$\Delta p = (\vec{J} \times \vec{B}) L_p \tag{19}$$

De plus, la pression étant uniformément répartie, on obtient :

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\Delta p}{L} = \frac{JBL_p}{L} \tag{20}$$

L'écoulement étant stationnaire, on a finalement :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) + \frac{JBL_P}{\mu L} = 0 \tag{21}$$

Profil de vitesse

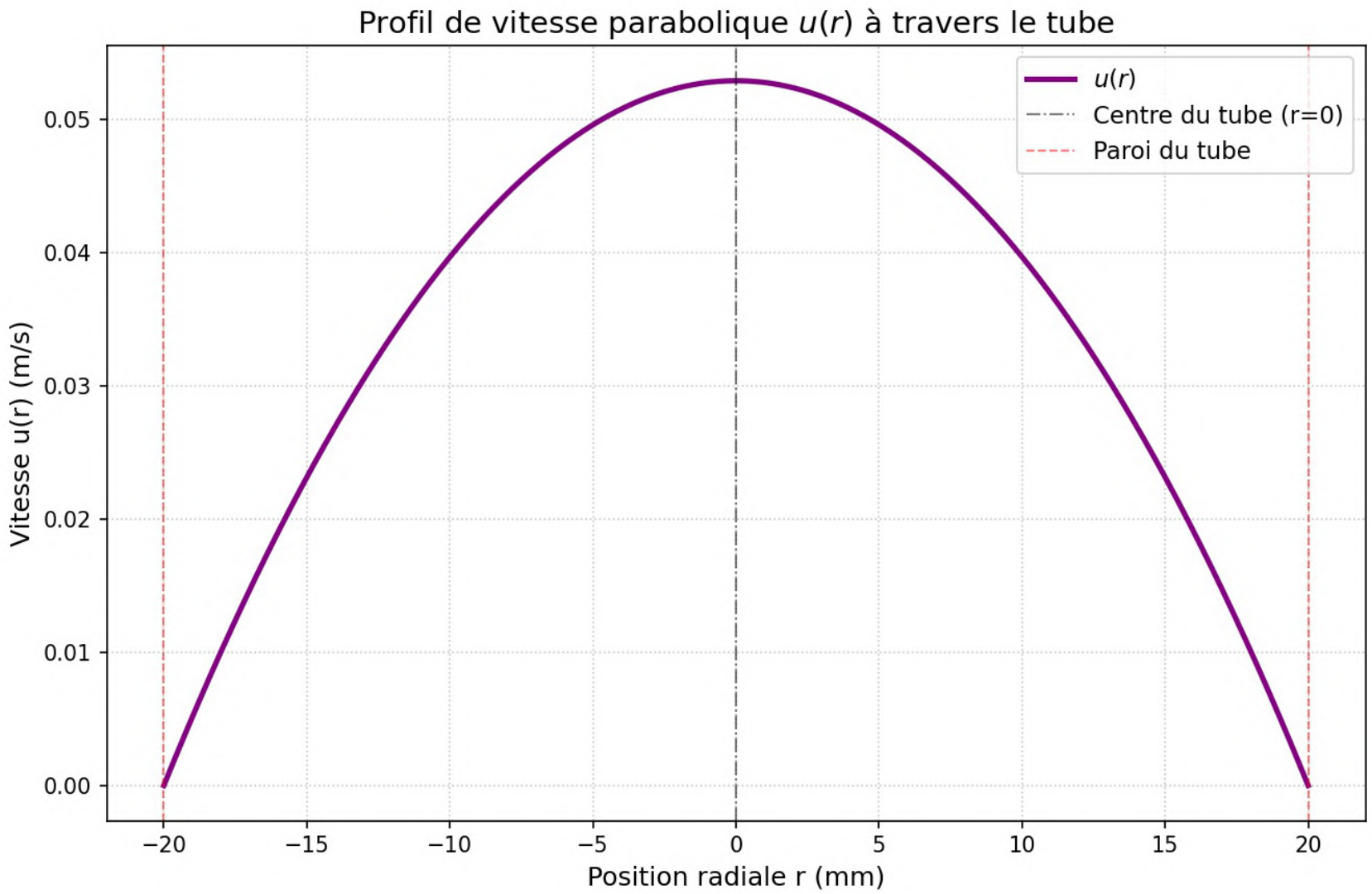
Caractéristique de la pompe

$$u(r) = \frac{JBL_P}{4\mu L}(R^2 - r^2) \tag{22}$$

$$u_{avg} = \frac{JBL_P R^2}{8\mu L} \tag{23}$$

$$Q = \frac{\pi JBL_P R^4}{8\mu L} \tag{24}$$

Courbe du profil de la vitesse



Normes médicales

D'après la norme ISO 14708 imposée aux dispositifs implantables, le courant de fuite I_{fuite} doit vérifier :

$$I_{\text{fuite}} < 10\,\mu\text{A}$$

Le courant de fonctionnement appliqué entre les électrodes de la pompe MHD, responsable de l'action électromagnétique dans le fluide, est de l'ordre de :

$$I_{\text{électrodes}} \approx 3\,\text{mA}$$

Vitesse et débit obtenus

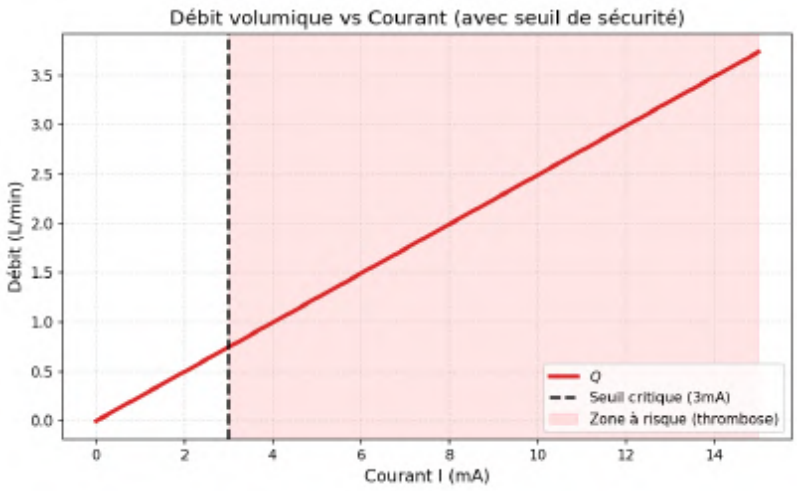


Figure – Débit

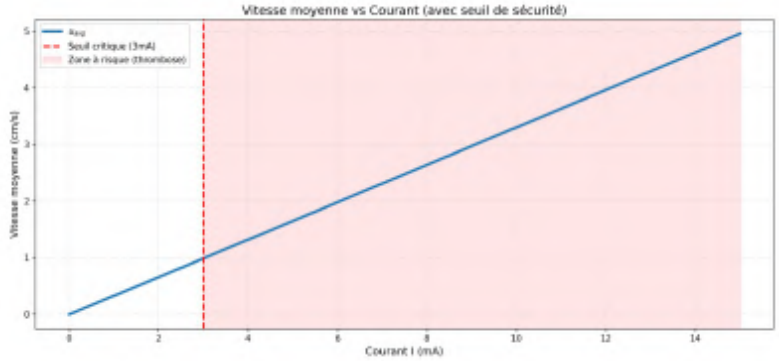


Figure – Vitesse

Étape 7

1. Introduction
2. **Problématique**
3. Principe de la pompe MHD et choix technologiques
4. Théorie générale
5. Pompe MHD dans un circuit de refroidissement
6. Pompe MHD en assistance cardiaque
7. Essai et conception
8. Annexe

Conception et réglage



Figure – alimentation des bobines

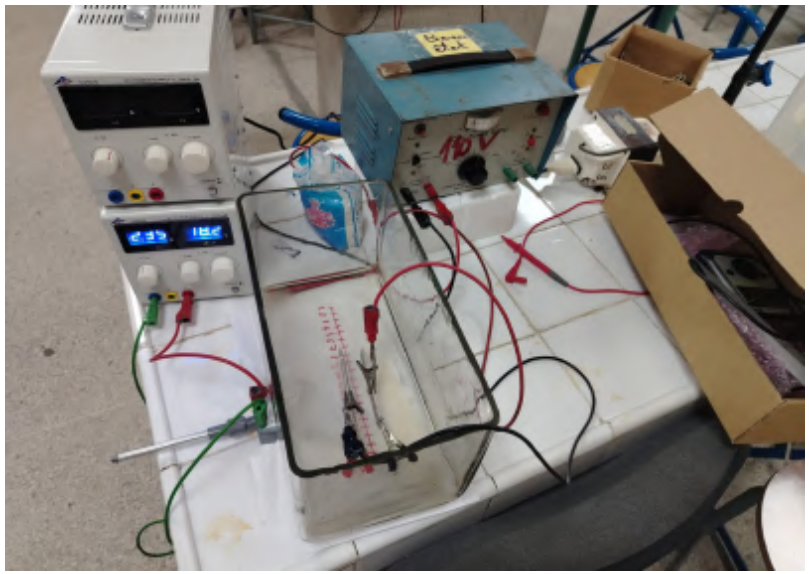


Figure – montage

Conception et réglage

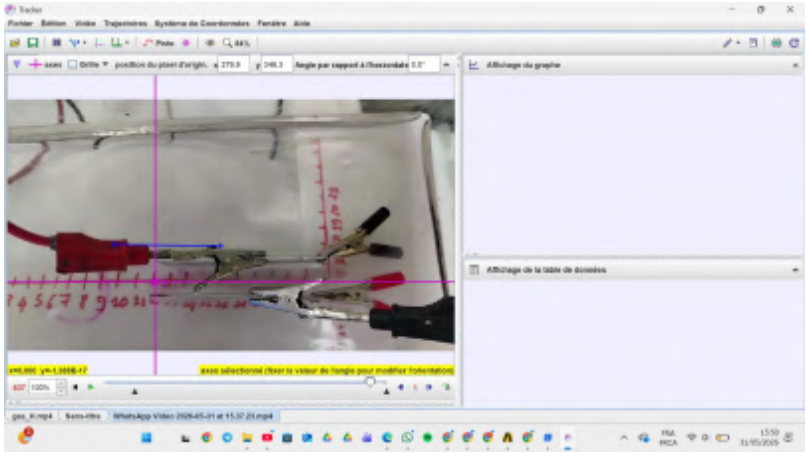


Figure – analyse des données par Tracker et espacement 2cm

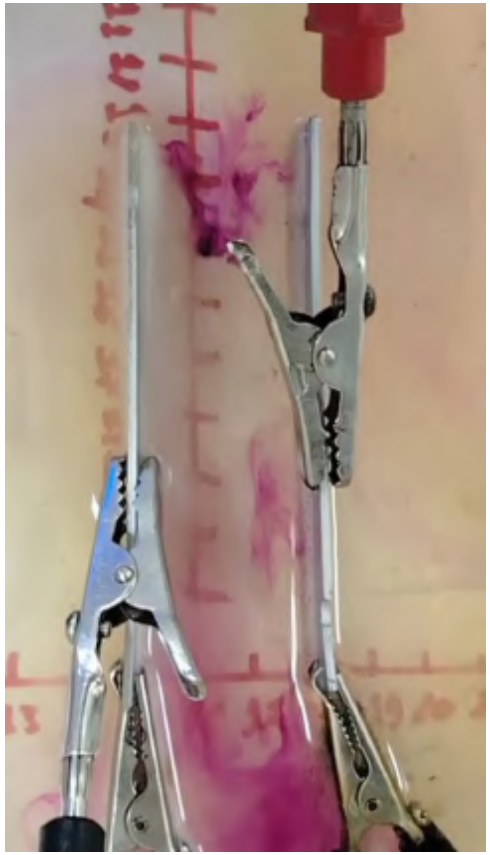


Figure – espacement 3cm

Conception et réglage

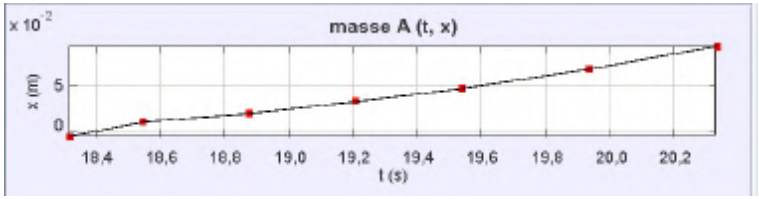


Figure – espacement 1cm

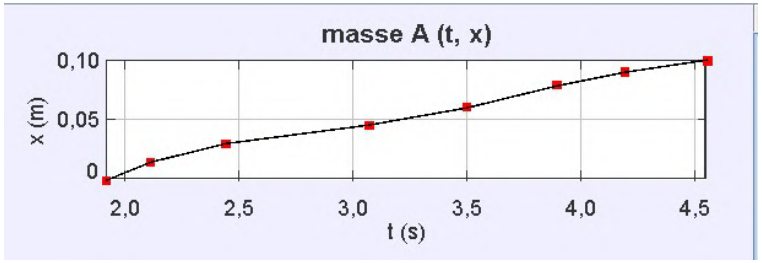


Figure – propulsion

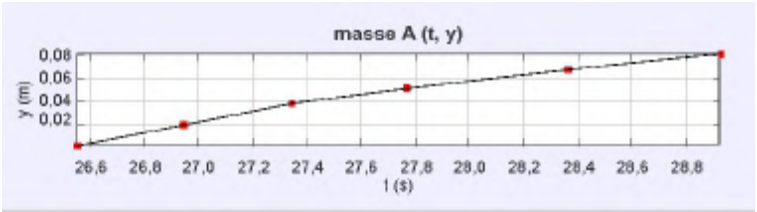
Influence de l'espacement entre électrodes



(a) 3cm-2A-6mT



(b) 2cm-2A-6mT



(c) 1cm-2A-6mT

Influence de l'espacement entre électrodes

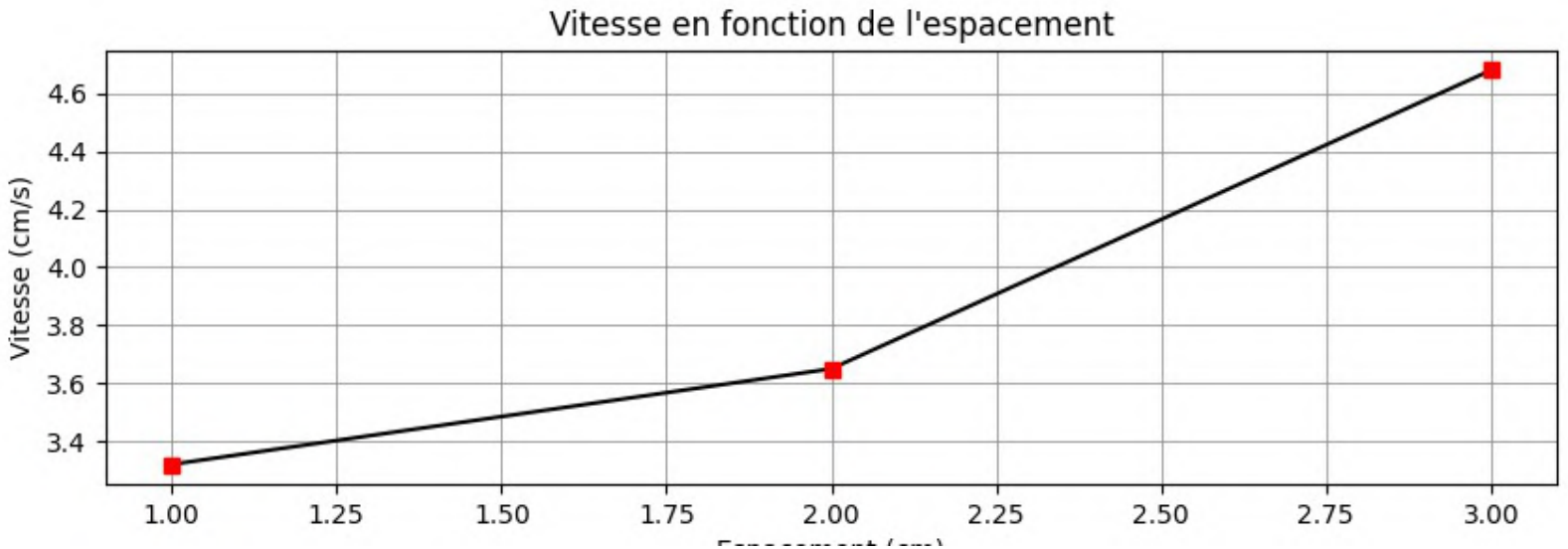
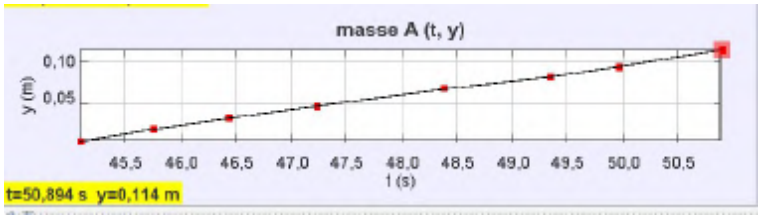
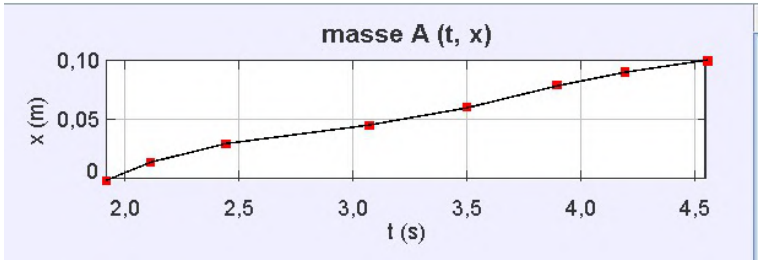


Figure – vitesse en fonction de l'espacement en cm

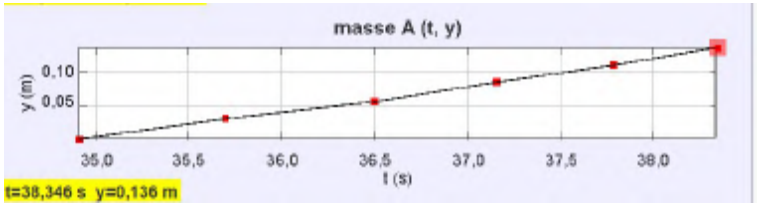
Influence de l'intensité



(a) 2cm-1A-6mT



(b) 2cm-2A-6mT



(c) 2cm-3A-6mT

Influence de l'intensité

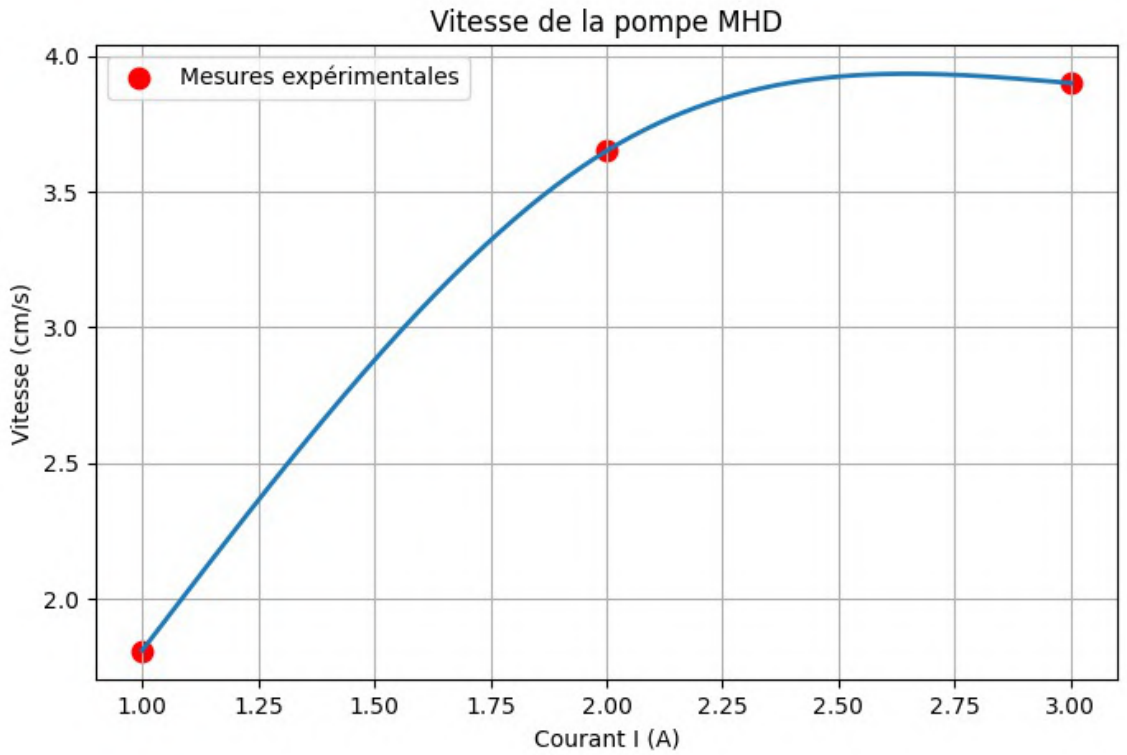


Figure – vitesse en fonction I

Design

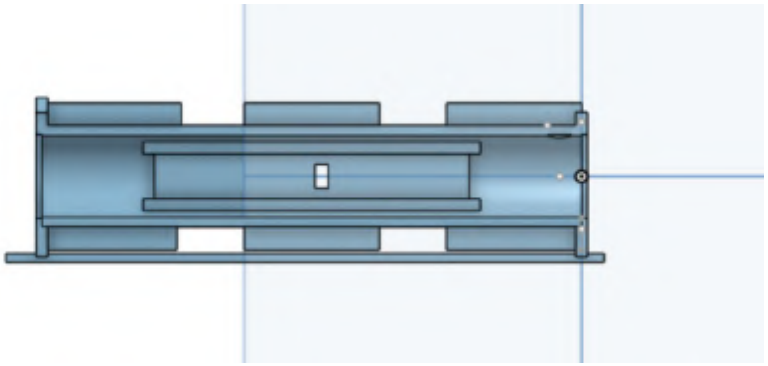


Figure – vue en coupe

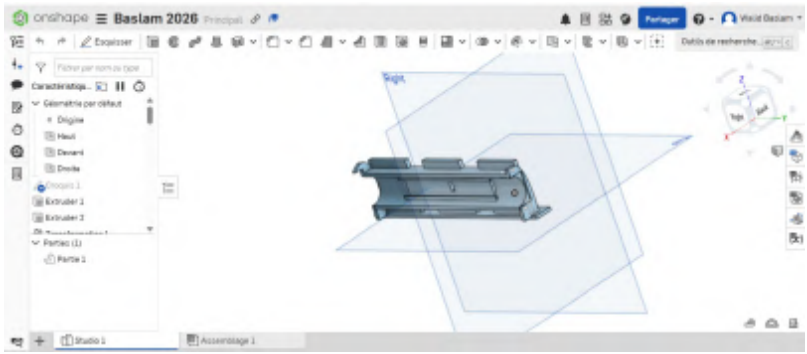


Figure – Site onshape

Résultat final

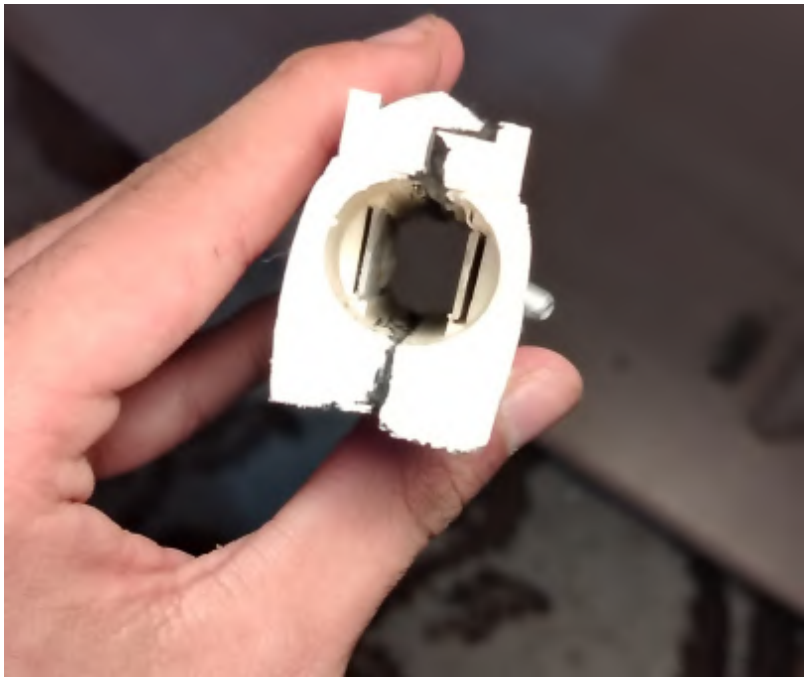


Figure – emplacement des électrodes



Figure – vue de haut

Essai de la propulsion

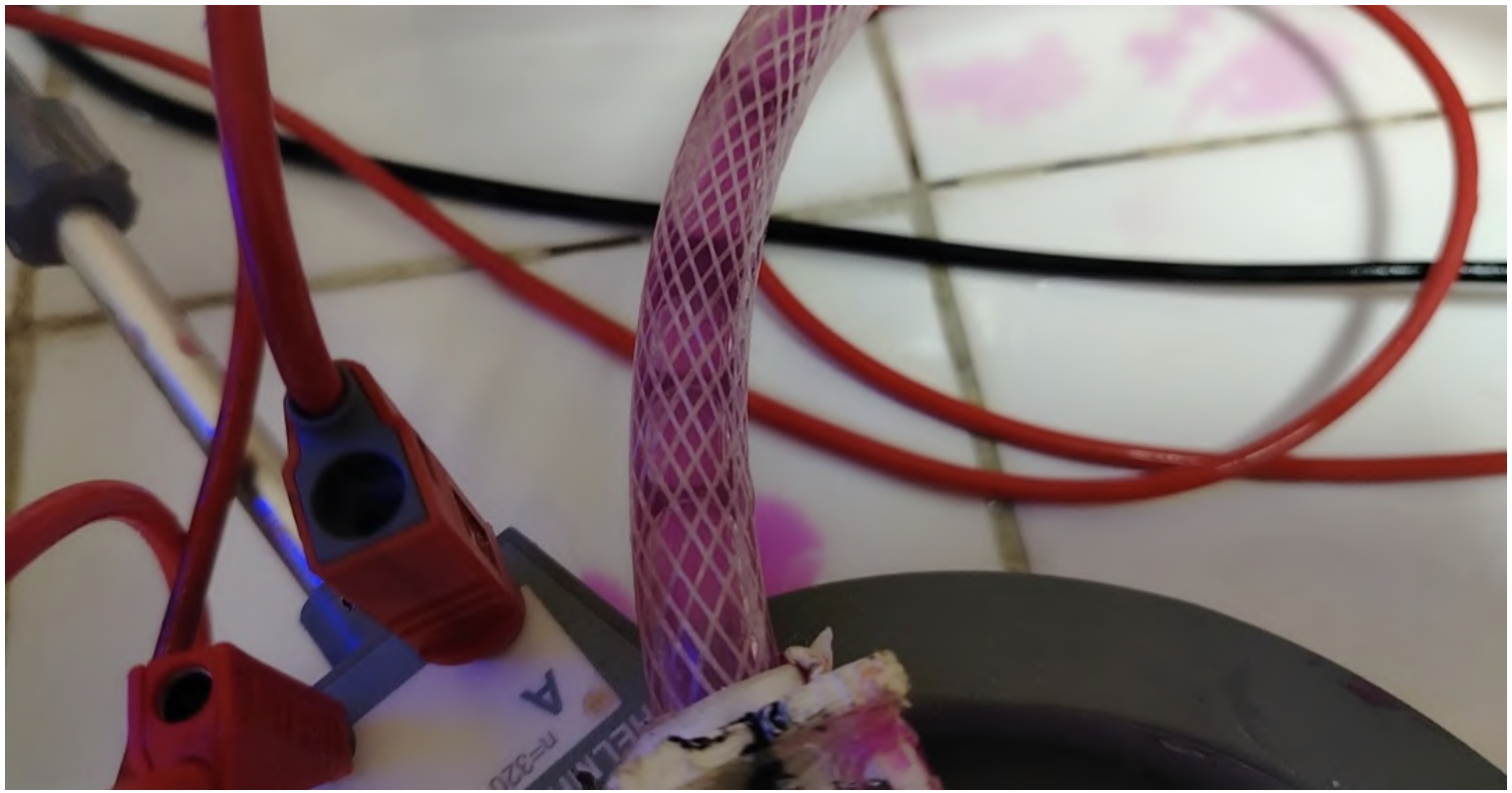


Figure – Simulation de la propulsion sanguine

Conclusion

Intérêt et limites de la pompe MHD

La pompe MHD permet dans le domaine industriel d'assurer une efficacité importante tout en s'adaptant aux problèmes techniques et pratiques. Dans le domaine biomédical, elle présente des atouts majeurs et permet de pallier les défis de bruit, de cisaillement et d'étanchéité liés aux pompes mécaniques classiques. Toutefois, elle reste limitée par plusieurs verrous technologiques :

- — Formation de bulles de gaz pouvant être dangereuses
- — Électrolyse du milieu biologique
- — Difficulté à générer et maintenir un champ magnétique intense dans un dispositif implantable

Conclusion

Ouvertures et perspectives

- Utilisation en bloc opératoire IRM (compatibilité électromagnétique)
- Propulsion navale sans pièces mécaniques mobiles
- Propulsion aérospatiale par plasma

Étape 8

1. Introduction
2. **Problématique**
3. Principe de la pompe MHD et choix technologiques
4. Théorie générale
5. Pompe MHD dans un circuit de refroidissement
6. Pompe MHD en assistance cardiaque
7. Essai et conception
8. Annexe

```python
#profil de vitesse en fonction de l'espéce
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# ---------------------------------------------------------
# Paramètres géométriques et électriques fixes
# ---------------------------------------------------------
Hp = 2e-3       # Hauteur du canal H_p = 2 mm
lp = 10e-3      # l_p = 10 mm
U = 10e-3       # Tension U = 10 mV
E = U / lp      # Champ électrique E = 1 V/m
B = 0.5         # Champ magnétique fixe à 0.5 Tesla
dp_dl = 0       # Gradient de pression nul

# ---------------------------------------------------------
# Données des fluides (extraites de votre tableau)
# format : "Nom": (sigma, mu)
# ---------------------------------------------------------
fluides = {
    "Sodium liquide": (9e6, 2.8e-4),
    "NaK": (2.8e6, 3.5e-4),
    "Plomb liquide": (4.8e5, 2.0e-3),
    "LBE (Plomb-Bismuth)": (8e5, 1.5e-3),
    "Gallium": (3.7e6, 1.8e-3),
    "Eau salée": (5, 1.0e-3)
}

# ---------------------------------------------------------
# Préparation du tracé
# ---------------------------------------------------------
z = np.linspace(-Hp/2, Hp/2, 1000)
plt.figure(figsize=(12, 7))

for nom, (sigma, mu) in fluides.items():
    # 1. Calcul du nombre de Hartmann
    Ha = B * Hp * np.sqrt(sigma / mu)

    # 2. Calcul du profil de vitesse v(z)
    # Note : Le préfacteur (sigma*B*E)/(sigma*B**2) se simplifie en E/B
    # si le gradient de pression est nul.
    v_asymptotique = E / B
    terme_profil = 1 - (np.cosh(Ha * z / Hp) / np.cosh(Ha / 2))
    v_z = v_asymptotique * terme_profil

    # 3. Affichage (On ignore l'eau salée pour la lisibilité si besoin,
    # car sa vitesse est quasi nulle avec ces paramètres, mais on l'inclut ici)
    plt.plot(z * 1000, v_z, label=f'{nom} (Ha $\\approx$ {Ha:.1f})', linewidth=2)

# Mise en forme
plt.title(f"Comparaison des profils de vitesse MHD pour B = {B} T", fontsize=14)
plt.xlabel("Position $z$ (mm)", fontsize=12)
plt.ylabel("Vitesse $v(z)$ (m/s)", fontsize=12)
plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.6)
plt.legend(loc='upper right', fontsize=10)
plt.axhline(0, color='black', linewidth=1)
plt.tight_layout()

plt.show()
```

```python
#caractéristique de la pompe en fonction du champs magnétique
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# --- Données du problème ---
sigma = 3.7e6      # Conductivité [S/m]
mu = 1.8e-3        # Viscosité [Pa.s]
L_p = 20e-3        # Longueur [m]
lp = 10e-3         # Largeur [m] (lp = 10 mm)
H_p = 2e-3         # Hauteur [m]
U = 10e-3          # Tension [V]
E = U / lp         # Champ électrique [V/m]

B_values = [0.6, 0.8, 1.0, 0.4]
labels = ['B = 0,6 T', 'B = 0,8 T', 'B = 1,0 T', 'B = 0,4 T']

# --- Nouvelles couleurs pour se démarquer de la source ---
colors = ['#d62728', '#2ca02c', '#ff7f0e', '#1f77b4'] # Rouge, Vert, Orange, Bleu

# Débit de 0 à 3 L/min (converti en m3/s pour la formule)
Q_Lmin = np.linspace(0, 3, 200)
Q_m3s = Q_Lmin * 1e-3 / 60

plt.figure(figsize=(9, 6))

# Calcul et tracé pour chaque valeur de champ magnétique
for B, label, color in zip(B_values, labels, colors):
    # Calcul du nombre de Hartmann
    Ha = B * H_p * np.sqrt(sigma / mu)

    # Formule de la variation de pression
    Delta_P = (sigma * B * L_p * E) - ((sigma * B**2 * L_p) / (H_p * lp * (1 - 2 * np.tanh(Ha/2) /
Ha))) * Q_m3s

    # On évite d'afficher les pressions négatives (on arrête les droites à y=0)
    Delta_P = np.where(Delta_P < 0, np.nan, Delta_P)

    # Tracé des courbes avec une légère épaisseur
    plt.plot(Q_Lmin, Delta_P, label=label, color=color, linewidth=2.0)

# --- Mise en forme du graphique ---
# Texte d'indication
plt.text(1.5, 35000, 'Tension appliquée : U = 10 mV', fontsize=11,
         bbox=dict(facecolor='white', edgecolor='gray', boxstyle='round,pad=0.5'))

# Axes
plt.xlim(0, 3)
plt.ylim(0, 80000)
plt.xlabel('Débit volumique Q (L/min)', fontsize=12, fontweight='bold')
plt.ylabel('Pression générée ΔP (Pa)', fontsize=12, fontweight='bold')

# Grille en pointillés pour un rendu technique
plt.grid(True, linestyle='--', linewidth=0.7, alpha=0.7)

# Légende placée différemment
plt.legend(loc='upper right', fontsize=11, framealpha=0.9)

# Affichage
plt.tight_layout()
plt.show()
```

```python
#profil de vitesse en fonction de B
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# ---------------------------------------------------------
# Paramètres géométriques et électriques (d'après le prompt)
# ---------------------------------------------------------
Hp = 2e-3      # Hauteur du canal H_p = 2 mm (en mètres)
lp = 10e-3     # l_p = 10 mm (en mètres)
U = 10e-3      # Tension U = 10 mV (en Volts)
E = U / lp     # Champ électrique E = U / l_p (en V/m)

# ---------------------------------------------------------
# Hypothèse sur la pression (à modifier si nécessaire)
# ---------------------------------------------------------
dp_dl = 0      # Gradient de pression \Delta P / L_p (en Pa/m)

# ---------------------------------------------------------
# Propriétés thermophysiques du fluide
# (Exemple choisi d'après le tableau : Gallium)
# ---------------------------------------------------------
sigma = 3.7e6  # Conductivité électrique \sigma (en S/m)
mu = 1.8e-3    # Viscosité dynamique \mu (en Pa.s)

# ---------------------------------------------------------
# Variables
# ---------------------------------------------------------
# Valeurs du champ magnétique B à tester (entre 0.25 et 1 Tesla)
B_values = [0.25, 0.50, 0.75, 1.00]

# Vecteur z : l'axe z va de -Hp/2 à Hp/2 pour centrer l'écoulement
z = np.linspace(-Hp/2, Hp/2, 1000)

# ---------------------------------------------------------
# Tracé de la figure
# ---------------------------------------------------------
plt.figure(figsize=(10, 6))

for B in B_values:
    # 1. Calcul du nombre de Hartmann
    # Formulation déduite de votre équation pour avoir v(\pm Hp/2) = 0
    Ha = B * Hp * np.sqrt(sigma / mu)

    # 2. Calcul du profil de vitesse v(z)
    terme_prefacteur = (sigma * B * E - dp_dl) / (sigma * B**2)
    terme_profil = 1 - (np.cosh(Ha * z / Hp) / np.cosh(Ha / 2))

    v_z = terme_prefacteur * terme_profil

    # 3. Ajout à la courbe
    # On multiplie z par 1000 pour l'afficher en mm sur le graphique
    plt.plot(z * 1000, v_z, label=f'B = {B:.2f} T (Ha $\\approx$ {Ha:.0f})", linewidth=2)

# Mise en forme du graphique
plt.title("Profil d'écoulement MHD $v(z)$ pour différentes valeurs de $B$ (Gallium)", fontsize=14)
plt.xlabel("Position $z$ (mm)", fontsize=12)
plt.ylabel("Vitesse $v(z)$ (m/s)", fontsize=12)

# Ajout des axes centraux pour plus de lisibilité
plt.axhline(0, color='black', linewidth=1)
plt.axvline(0, color='black', linewidth=1)

plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)
plt.legend(fontsize=11)
plt.tight_layout()

# Affichage
plt.show()
```

```python
#influence de U sur la caractéristique de la pompe
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# --- Paramètres physiques (Galinstan) ---
sigma = 3.46e6  # Conductivité électrique (S/m)
eta = 2.4e-3    # Viscosité dynamique (Pa.s)
B = 0.5         # Induction magnétique (T)

# --- Géométrie du canal (en mètres) ---
Lp = 0.028      # Longueur du canal (28 mm)
w = 0.010       # Largeur du canal (lp = 10 mm)
h = 0.002       # Hauteur du canal (2 mm)

# --- Calculs intermédiaires ---
# Nombre de Hartmann
Ha = B * h * np.sqrt(sigma / eta)

# Facteur de correction de l'écoulement de Hartmann
# C correspond au terme (1 - tanh(Ha/2)/(Ha/2))
C = 1 - (2 / Ha) * np.tanh(Ha / 2)

def calculer_delta_p(Q_lpm, U_mv):
    """
    Calcule Delta P (Pa) pour un débit Q (L/min) et une tension U (mV)
    """
    # Conversions vers le système SI
    Q_si = (Q_lpm * 1e-3) / 60  # L/min -> m^3/s
    U_si = U_mv * 1e-3          # mV -> V

    # Formule : Delta P = (sigma*B*Lp*U/w) - (sigma*B^2*Lp / (h*C*w)) * Q
    pousse_laplace = (sigma * B * Lp * U_si) / w
    perte_mhd = (sigma * (B**2) * Lp * Q_si) / (h * C * w)

    return pousse_laplace - perte_mhd

# --- Génération des données ---
Q_range = np.linspace(0, 3, 100)  # Débit de 0 à 3 L/min
tensions = [1, 5, 8, 10, 15]      # Tensions en mV (comme sur ton graphique)
couleurs = ['navy', 'magenta', 'gold', 'cyan', 'purple']

# --- Tracé de la courbe ---
plt.figure(figsize=(10, 6))

for U, col in zip(tensions, couleurs):
    dp = calculer_delta_p(Q_range, U)
    # On ne trace que les valeurs positives de Delta P
    plt.plot(Q_range[dp >= 0], dp[dp >= 0], label=f'U = {U}mV', color=col)

# Mise en forme du graphique
plt.title(f"Caractéristique de la pompe MHD (B = {B}T, lp = {w*1000:.0f}mm)", fontsize=12)
plt.xlabel("Q (litre/min)", fontsize=11)
plt.ylabel("$\Delta$P (Pa)", fontsize=11)
plt.grid(True, which='both', linestyle='--', alpha=0.7)
plt.legend()
plt.xlim(0, 3.2)
plt.ylim(0, 40000)

plt.show()
```

```python
#Simulation influence de la tension sur la caractéristique de la pompe
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.stats import linregress

# ============================================================
# Données Fluent (B = 0.5 T)
# ============================================================

Q = np.array([0.0, 1.0, 2.0])

# U = 5 mV
P_5 = np.array([18338.21, 3030.62, -12996.44])

# U = 10 mV
P_10 = np.array([37012.31, 21473.68, 6008.14])

# U = 15 mV
P_15 = np.array([55686.10, 39851.61, 24428.71])

# ============================================================
# Régressions
# ============================================================

a5, b5, _, _, _ = linregress(Q, P_5)
a10, b10, _, _, _ = linregress(Q, P_10)
a15, b15, _, _, _ = linregress(Q, P_15)

Q_line = np.linspace(-0.1, 3.2, 300)

# ============================================================
# Tracé
# ============================================================

plt.figure(figsize=(12,7))

# ----- 5 mV -----
plt.plot(Q_line,
         a5*Q_line+b5,
         color='blue',
         alpha=0.5,
         linewidth=2,
         label='Régression (U = 5 mV)')

plt.plot(Q,
         P_5,
         'o',
         color='navy',
         markersize=8,
         label='Simulation Fluent (5 mV)')

# ----- 10 mV -----
plt.plot(Q_line,
         a10*Q_line+b10,
         color='green',
         alpha=0.5,
         linewidth=2,
         label='Régression (U = 10 mV)')
```

```python
plt.plot(Q,
         P_10,
         's',
         color='darkgreen',
         markersize=8,
         label='Simulation Fluent (10 mV)')

# ----- 15 mV -----
plt.plot(Q_line,
         a15*Q_line+b15,
         color='red',
         alpha=0.5,
         linewidth=2,
         label='Régression (U = 15 mV)')

plt.plot(Q,
         P_15,
         '^',
         color='darkred',
         markersize=8,
         label='Simulation Fluent (15 mV)')

# ============================================================
# Axes
# ============================================================

plt.axhline(0, color='black', linewidth=1)
plt.axvline(0, color='black', linewidth=1)

# ============================================================
# Mise en forme
# ============================================================

plt.title(
    "Influence de la tension appliquée sur la caractéristique\n"
    "de la pompe MHD (B = 0.5 T)",
    fontsize=15,
    fontweight='bold'
)

plt.xlabel(r"Débit volumique $Q_v$ (L/s)", fontsize=12)
plt.ylabel(r"Pression générée $\Delta P$ (Pa)", fontsize=12)

plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)

plt.xlim(-0.1, 3.0)
plt.ylim(-18000, 62000)

plt.legend(fontsize=10)

plt.tight_layout()
plt.show()

# ============================================================
# Équations obtenues
# ============================================================

print("U = 5 mV")
print(f"ΔP = {a5:.1f} Q + {b5:.1f}")
print()

print("U = 10 mV")
print(f"ΔP = {a10:.1f} Q + {b10:.1f}")
print()

print("U = 15 mV")
print(f"ΔP = {a15:.1f} Q + {b15:.1f}")
```

```python
#influence de B sur la caractéristique
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.stats import linregress

# ============================================================
# DONNÉES
# ============================================================

# B = 1 T
Q1 = np.array([0.0, 0.5, 1.0])
P1 = np.array([72320.00, 42290.55, 20896.83])

# B = 0.5 T
Q2 = np.array([0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 3.0])
P2 = np.array([36992, 28948, 21228, 13377, 5513, -10200])

# ============================================================
# RÉGRESSIONS LINÉAIRES
# ============================================================

slope1, intercept1, *_ = linregress(Q1, P1)
slope2, intercept2, *_ = linregress(Q2, P2)

Q_line = np.linspace(-0.1, 3.2, 300)

P_line1 = slope1 * Q_line + intercept1
P_line2 = slope2 * Q_line + intercept2

# ============================================================
# INTERSECTIONS
# ============================================================

Pmax1 = intercept1
Qfree1 = -intercept1 / slope1

Pmax2 = intercept2
Qfree2 = -intercept2 / slope2

# ============================================================
# FIGURE
# ============================================================

plt.figure(figsize=(12,7))

# Droites de régression
plt.plot(Q_line, P_line1,
         color='blue',
         alpha=0.5,
         linewidth=2,
         label='Régression (B = 1 T)')

plt.plot(Q_line, P_line2,
         color='green',
         alpha=0.5,
         linewidth=2,
         label='Régression (B = 0.5 T)')

# Points Fluent
plt.plot(Q1, P1,
         'o',
         color='navy',
         markersize=8,
         label='Simulation Fluent (B = 1 T)')
```

```python
plt.plot(Q2, P2,
         'o',
         color='darkgreen',
         markersize=7,
         label='Simulation Fluent (B = 0.5 T)')

# Intersections B = 1 T
plt.plot(0, Pmax1, 'o', color='red', markersize=8)
plt.plot(Qfree1, 0, 'o', color='red', markersize=8)

plt.text(0.05, Pmax1 + 1000,
         f'{Pmax1:.0f} Pa',
         color='red',
         fontweight='bold')

plt.text(Qfree1 + 0.05, 2000,
         f'{Qfree1:.2f} L/s',
         color='red',
         fontweight='bold')

# Intersections B = 0.5 T
plt.plot(0, Pmax2, 'o', color='darkorange', markersize=8)
plt.plot(Qfree2, 0, 'o', color='darkorange', markersize=8)

plt.text(0.05, Pmax2 - 5000,
         f'{Pmax2:.0f} Pa',
         color='darkorange',
         fontweight='bold')

plt.text(Qfree2 + 0.05, -3500,
         f'{Qfree2:.2f} L/s',
         color='darkorange',
         fontweight='bold')

# Axes
plt.axhline(0, color='black', linewidth=1)
plt.axvline(0, color='black', linewidth=1)

# Mise en forme
plt.title("Comparaison des caractéristiques de la pompe MHD\npour B = 1 T et B = 0.5 T",
          fontsize=15,
          fontweight='bold')

plt.xlabel(r"Débit volumique $Q_v$ (L/s)", fontsize=12)
plt.ylabel(r"Pression générée $\Delta P$ (Pa)", fontsize=12)

plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)
plt.legend(fontsize=10)

plt.xlim(-0.1, 3.2)
plt.ylim(-12000, 80000)

plt.tight_layout()
plt.show()

# ============================================================
# AFFICHAGE DES RÉSULTATS
# ============================================================

print("---------- B = 1 T ----------")
print(f"ΔP = {slope1:.1f} Q + {intercept1:.1f}")
print(f"Pression maximale : {Pmax1:.1f} Pa")
print(f"Débit libre       : {Qfree1:.3f} L/s")

print()

print("-------- B = 0.5 T --------")
print(f"ΔP = {slope2:.1f} Q + {intercept2:.1f}")
print(f"Pression maximale : {Pmax2:.1f} Pa")
print(f"Débit libre       : {Qfree2:.3f} L/s")
```

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# --- 1. Définition des constantes ---
# Valeurs issues du tableau précédent
mu = 1043.2e-6      # Viscosité dynamique de la solution saline en Pa.s
L = 1.45            # Longueur du système en m
L_p = 0.06          # Longueur de l'électrode en m
W_p = 0.01          # Largeur de l'électrode en m
R = 0.02           # Rayon fixe du tube en m (2 cm)

# Valeurs imposées
B = 1.0             # Champ magnétique en T
I = 8e-3           # Courant électrique en A (8 mA)

# --- 2. Calculs préliminaires ---
# Calcul de la densité de courant J (A/m^2)
Surface_electrode = L_p * W_p
J = I / Surface_electrode

# --- 3. Variable indépendante : Position radiale r ---
# On trace r de -R à +R pour voir tout le profil du tube
r = np.linspace(-R, R, 500)

# --- 4. Calcul de la fonction u(r) ---
# Formule : u(r) = (J * B * L_p) / (4 * mu * L) * (R^2 - r^2)
constante_prefacteur = (J * B * L_p) / (4 * mu * L)
u = constante_prefacteur * (R**2 - r**2)

# --- 5. Tracé de la courbe ---
plt.figure(figsize=(9, 6))

# On convertit r en mm (r * 1000) pour avoir un axe X plus lisible
plt.plot(r * 1000, u, color='purple', linewidth=2.5, label=r'$u(r)$')

# Mise en forme du graphique
plt.xlabel('Position radiale r (mm)', fontsize=12)
plt.ylabel('Vitesse u(r) (m/s)', fontsize=12)
plt.title('Profil de vitesse parabolique $u(r)$ à travers le tube', fontsize=14)

# Lignes de repère pour le centre et les bords du tube
plt.axvline(0, color='black', linestyle='-.', linewidth=1, alpha=0.5, label='Centre du tube (r=0)')
plt.axvline(-20, color='red', linestyle='--', linewidth=1, alpha=0.5, label='Paroi du tube')
plt.axvline(20, color='red', linestyle='--', linewidth=1, alpha=0.5)

plt.grid(True, linestyle=':', alpha=0.7)
plt.legend(fontsize=11)
plt.tight_layout()

# Affichage
plt.show()
```

```python
#vitesse en fonction de I
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# --- Paramètres ---
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# --- Paramètres ---
mu = 1043.2e-6
L = 1.45
L_p = 0.06
W_p = 0.01
R = 0.02
B = 1.0             # Hypothèse théorique B=1T

# Variable indépendante : Courant I de 0 à 15 mA
I_mA = np.linspace(0, 15, 100)
I_A = I_mA * 1e-3
J = I_A / (L_p * W_p)

# Calcul
u_avg = (100*J * B * L_p * R**2) / (8 * mu * L)

# Tracé
plt.figure(figsize=(8, 5))
plt.plot(I_mA, u_avg, color='tab:blue', linewidth=3, label=r'$u_{avg}$')

# Ajout du seuil de sécurité (3mA)
plt.axvline(3, color='red', linestyle='--', linewidth=2, label='Seuil critique (3mA)')
plt.axvspan(3, 15, color='red', alpha=0.1, label='Zone à risque (thrombose)')

plt.xlabel('Courant I (mA)', fontsize=12)
plt.ylabel('Vitesse moyenne (cm/s)', fontsize=12)
plt.title('Vitesse moyenne vs Courant (avec seuil de sécurité)', fontsize=14)
plt.grid(True, linestyle=':', alpha=0.6)
plt.legend()
plt.tight_layout()
plt.show()
```

```python
#influence de l'espacement'
import matplotlib.pyplot as plt

# Données collectées
espacement = [1, 2, 3]
vitesse = [3.32, 3.65, 4.68]

# Création de la figure
plt.figure(figsize=(10, 3))
# 'k-s' signifie : ligne noire ('k'), trait continu ('-'), marqueurs carrés ('s')
plt.plot(espacement, vitesse, 'k-s', markerfacecolor='red',
markeredgecolor='red')
# Configuration de la grille et des axes
plt.grid(True, which='both', linestyle='-', linewidth=0.5, color='gray')
plt.xlabel('Espacement (cm)')
plt.ylabel('Vitesse (cm/s)')
plt.title('Vitesse en fonction de l\'espacement')

# Sauvegarde du graphique
plt.savefig('vitesse_espacement.png')
```



```python
#courbe expérimentale de la vitesse en fct de I
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Données expérimentales
I = np.array([1, 2, 3])
v = np.array([1.8, 3.65, 3.9])

# Ajustement polynomiale degré 2
coeffs = np.polyfit(I, v, 2)
poly = np.poly1d(coeffs)

# Courbe lissée
I_smooth = np.linspace(1, 3, 200)
v_smooth = poly(I_smooth)

# Tracé
plt.figure(figsize=(8, 5))

plt.scatter(
    I, v,
    color='red',
    s=70,
    label='Mesures expérimentales'
)

plt.plot(
    I_smooth,
    v_smooth,
    linewidth=2
)

plt.title("Vitesse de la pompe MHD")
plt.xlabel("Courant I (A)")
plt.ylabel("Vitesse (cm/s)")
plt.grid(True, alpha=0.5)
plt.legend()

plt.show()
```

1) Accélération d'une particule fluide

Accélération : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

Par la règle de dérivation en chaîne :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}\frac{dz}{dt}$$

Or : $\dfrac{dx}{dt} = v_x, \quad \dfrac{dy}{dt} = v_y, \quad \dfrac{dz}{dt} = v_z$

Donc : $\vec{a} = \dfrac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_x \dfrac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \dfrac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \dfrac{\partial \vec{v}}{\partial z}$

En notation vectorielle :

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\,\vec{v}}$$

- $\dfrac{\partial \vec{v}}{\partial t}$: accélération locale
- $(\vec{v} \cdot \nabla)\,\vec{v}$: accélération convective

2) Loi d'Ohm en MHD

Force de Lorentz sur une charge q se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$:

$$\vec{F} = q\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Le terme $\vec{v} \times \vec{B}$ équivaut à un champ électrique supplémentaire.

Champ électrique effectif :

$$\vec{E}_{eff} = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$$

Loi d'Ohm généralisée :

$$\boxed{\vec{J} = \sigma\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}$$